

## 5.5 Rahmen und Stabwerke

### 5.5.1 Vorbemerkungen

Für die FE-Analyse biegesteifer Rahmen und Stabwerke werden finite Stabelemente benötigt, die zur Lösung der jeweils vorliegenden Problemstellung geeignet sind. Bei ebenen Tragwerken und Untersuchungen in der Tragwerksebene sind das Stabelemente mit drei Freiheitsgraden pro Knoten:  $u$ ,  $w$  und  $\varphi_y$ . Räumliche Stabtragwerke oder ebene Rahmen mit Untersuchungen senkrecht zur Ebene erfordern Stabelemente mit sechs Freiheitsgraden (je drei Verschiebungen und Verdrehungen). Ob ergänzend dazu die Verdrillung zu berücksichtigen ist, hängt vom Einfluss der Wölbkrafttorsion und ihrer Bedeutung ab, s. auch Abschnitt 3.4.5.

### 5.5.2 Zweigelenrahmen mit Zwischenbühne

Für den in Bild 5.29 dargestellten Rahmen mit Zwischenbühne soll der Nachweis ausreichender Tragfähigkeit für den Lastfall

$$1,35 g + 0,9 \cdot (1,5 p_{\text{Bühne}} + 1,5 s_{\text{Dach}})$$

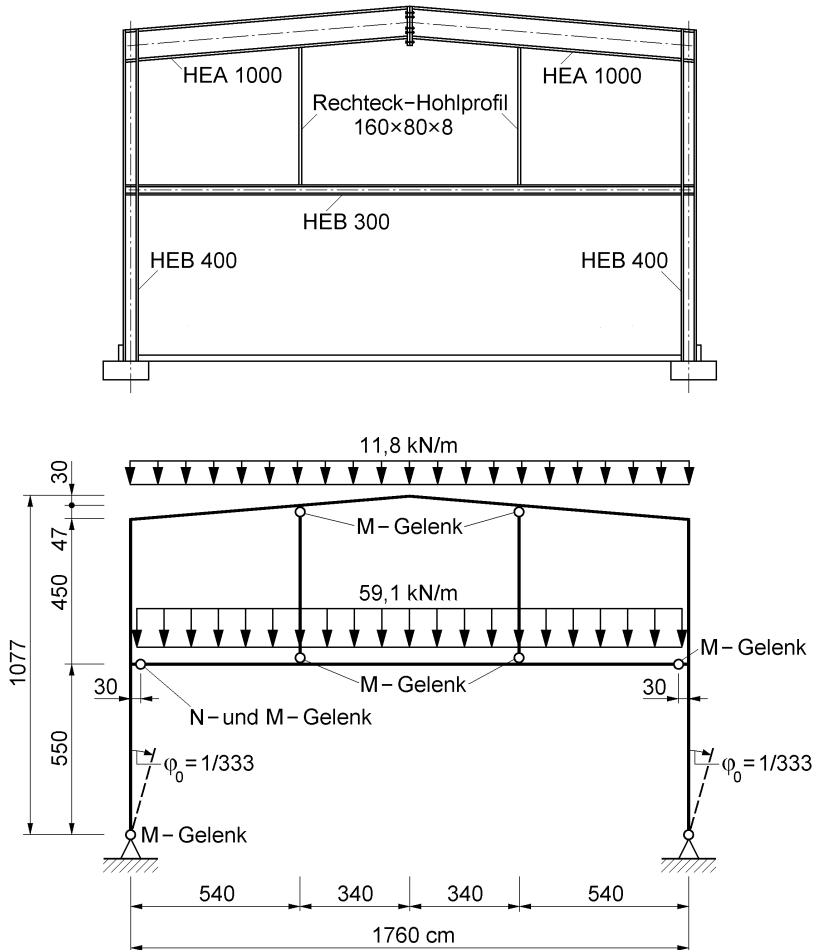
geführt werden. Zu diesem Zweck wird der Rahmen zunächst in der Ebene untersucht und die Schnittgrößen nach der Elastizitätstheorie II. Ordnung berechnet. Zur Modellierung des Rahmens werden Elemente benötigt, die die Knotenfreiwerte  $u$ ,  $w$  und  $\varphi_y$  aufweisen. Die Elemente ergeben sich aus den Gln. (3.11) und (3.18) sowie den korrespondierenden nichtlinearen Anteilen in Abschnitt 4.5. Für die Stäbe der auf Zug beanspruchten Abhängungen der Zwischenbühne ist es ausreichend, Elemente nach Gl. (3.11) mit **einem** Freiheitsgrad zur Beschreibung der Normalkraftverformung  $u$  zu wählen, da es sich hierbei um Pendelstäbe handelt, die weder durch planmäßige noch durch unplanmäßige Biegung beansprucht werden.

Bei der Berechnung ist eine geometrische Ersatzimperfektion in Form einer Vorverdrehung der Stützen  $\varphi_0$  nach Tabelle 5.6 zu berücksichtigen:

$$\varphi_0 = \frac{1}{200} \cdot r_1 \cdot r_2 = \frac{1}{333}$$

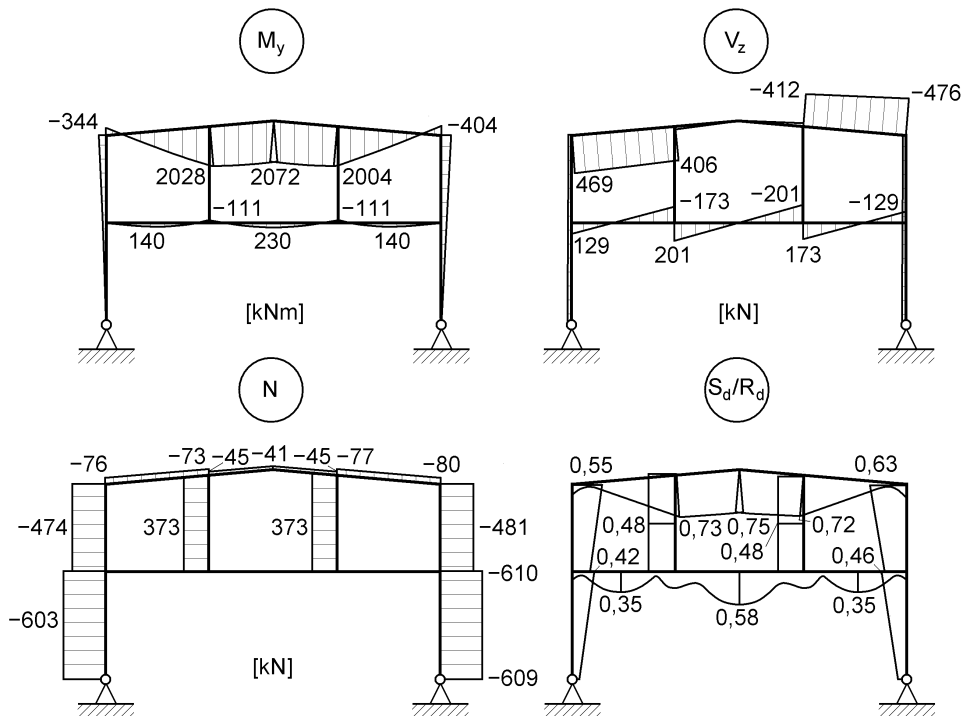
$$\text{mit: } r_1 = \sqrt{\frac{5}{10}} = 0,707 \quad \text{und} \quad r_2 = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) = 0,85$$

Das System wird mit Hilfe des Programms FE-Rahmen analysiert. Bild 5.30 zeigt die Schnittgrößenverläufe (Nachweisschnittgrößen) sowie den Nachweis ausreichender Querschnittstragfähigkeit mit Hilfe des *Teilschnittgrößenverfahrens (TSV)* nach [27]. Wie man sieht ist die *Querschnittstragfähigkeit* in allen Stäben ausreichend. Die Un-



**Bild 5.29** Zweigelkenrahmen mit Zwischenbühne

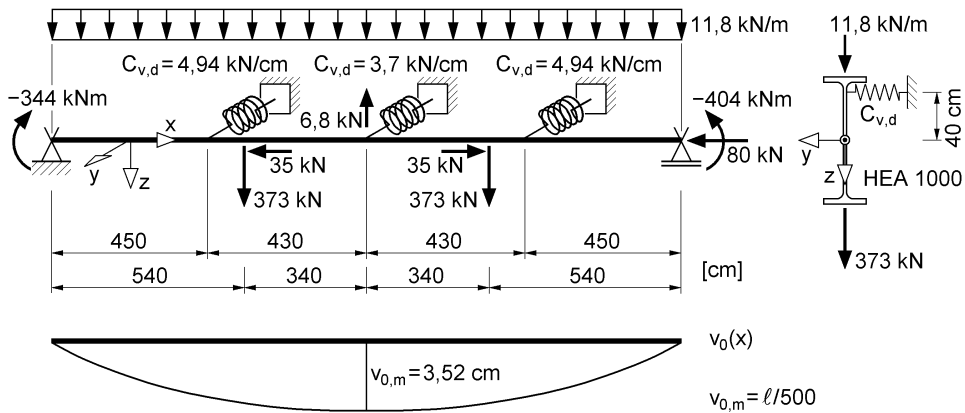
tersuchung des Systems erfasst die Einflüsse der Theorie II. Ordnung in der Rahmenebene, nicht jedoch entsprechende Einflüsse senkrecht zur Rahmenebene (*Biegeknicke* um die schwache Achse, *Biegedrillknicken*). Somit sind zum Nachweis ausreichender Tragfähigkeit des Systems weitere Untersuchungen erforderlich. Nach DIN 18800 dürfen dabei die einzelnen Stäbe aus dem System gedanklich herausgelöst werden. Für die Stäbe können dann mit Hilfe des Ersatzstabverfahrens bzw. des  $\kappa_M$ -Verfahrens entsprechende Nachweise geführt werden, wobei stets die Kenntnis der Verzweigungslasten  $N_{Ki}$  bzw.  $M_{Ki}$  erforderlich ist. Alternativ können die Nachweise mit dem *Ersatzimperfektionsverfahren* für die einzelnen Stäbe geführt werden.



**Bild 5.30** Schnittgrößenverläufe und Ausnutzung für das System aus Bild 5.29

Durch das Herauslösen des Riegels aus dem Rahmen ergibt sich das in Bild 5.31 dargestellte Ersatzsystem. Es wird eine Gabellagerung an den Riegelenden angenommen, die konstruktiv realisiert werden muss. Anschlusssteifigkeiten in Form von Wölbfedern, die sich aus den Stützen sowie ggf. aus der Verbindung Riegel – Stütze ergeben, werden vernachlässigt, s. auch Abschnitt 3.4.4. In  $v$ -Richtung wird der Riegel in mehreren Punkten durch die Steifigkeit eines Dachverbandes, wie in Bild 5.31 dargestellt, stabilisiert, was durch entsprechende Wegfedern berücksichtigt wird.

**Anmerkung:** In der Regel weisen typische Hallenrahmen im Stahlbau wesentlich größere Eckmomente auf als das bei dem hier vorliegenden Rahmen der Fall ist (im Verhältnis zum Feldmoment). Zum Nachweis der Tragfähigkeit solcher Riegel ist es im Allgemeinen erforderlich, eine zusätzliche Stabilisierung in Form einer Drehbettung zu berücksichtigen, die beispielsweise durch aufliegende Trapezprofile oder Pfetten hervorgerufen wird.

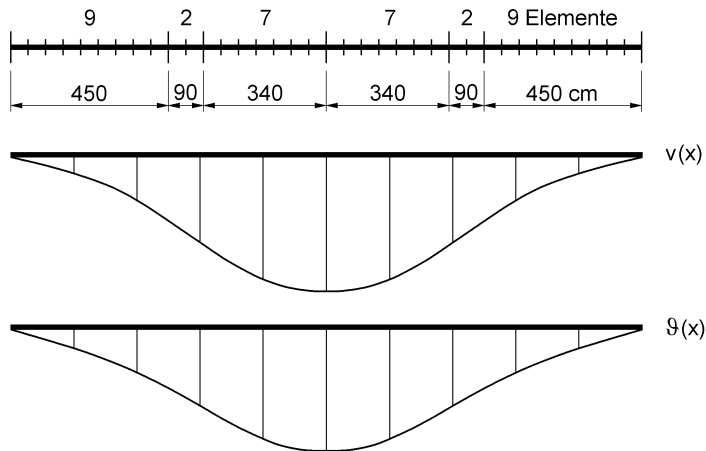


**Bild 5.31** Ersatzsystem des Riegels

Beim Ersatzsystem des Riegels wird die Dachneigung vernachlässigt, d. h. der Riegel wird als gerader Stabzug untersucht. Die Neigung führt jedoch zu einer Reduktion des Feldmoments. Um diesen günstigen Einfluss auf die Trägerbeanspruchung näherungsweise erfassen zu können, wird in Feldmitte eine entlastende Einzellast angeordnet, die zu einer entsprechenden Reduktion des Biegemoments  $M_y$  führt.

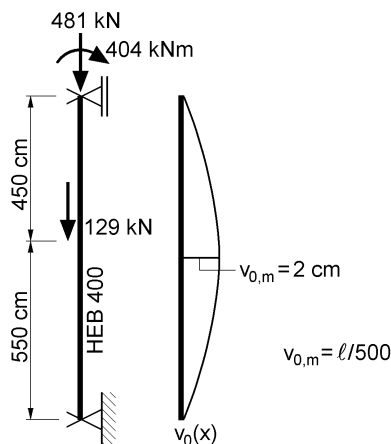
Der Riegel wird durch die Elemente mit sieben Freiheitsgraden pro Knoten diskretisiert und in 36 Elemente eingeteilt, s. Bild 5.32. Die entsprechenden Elementmatrizen sind in den Abschnitten 3.2.5 und 4.5 zusammengestellt. Eine Eigenwertuntersuchung mit dem Programm *KSTAB* führt zum kleinsten Eigenwert von  $\eta_{K_{i,d}} = 1,886$  und der in Bild 5.32 dargestellten Knickbiegeline, die wegen  $v(x)$  und  $\vartheta(x)$  ungleich Null auf das *Biegedrillkicken* des Trägers schließen lässt. Mit dem Nachweis ausreichender Tragfähigkeit auf Grundlage des *TSV* ergibt sich eine Ausnutzung von 78,2 %, wobei eine geometrische Ersatzimperfection nach Tabelle 5.6 in Form einer Parabel mit einem Stich von  $v_{0,m} = 3,52$  cm berücksichtigt worden ist, s. Bild 5.31. Die geometrische Ersatzimperfection ist einwellig anzusetzen, weil diese Annahme dem  $v(x)$  der Eigenform in Bild 5.32 entspricht. Bei dem in [27] untersuchten Rahmenriegel ergab sich dagegen eine vierwellige Eigenform.

**Anmerkung:** Alternativ zum Nachweis ausreichender Tragfähigkeit des Riegels mit dem dargestellten *Ersatzimperfectionsverfahren* kann auch das  $\kappa_M$ -Verfahren verwendet werden. Mit dem berechneten Eigenwert lässt sich das ideale Biegedrillknickmoment mit  $M_{K_i} = \eta_{K_i} \cdot M$  jedoch nicht direkt angeben, da bei der Berechnung von  $\eta_{K_i}$  eine Druckkraft  $N$  berücksichtigt worden ist. Zur Bestimmung der Verzweigungslast  $M_{K_i}$  ist  $\eta_{K_i}$  für  $N = 0$  zu bestimmen.



**Bild 5.32** Elementierung und Eigenform des Riegels

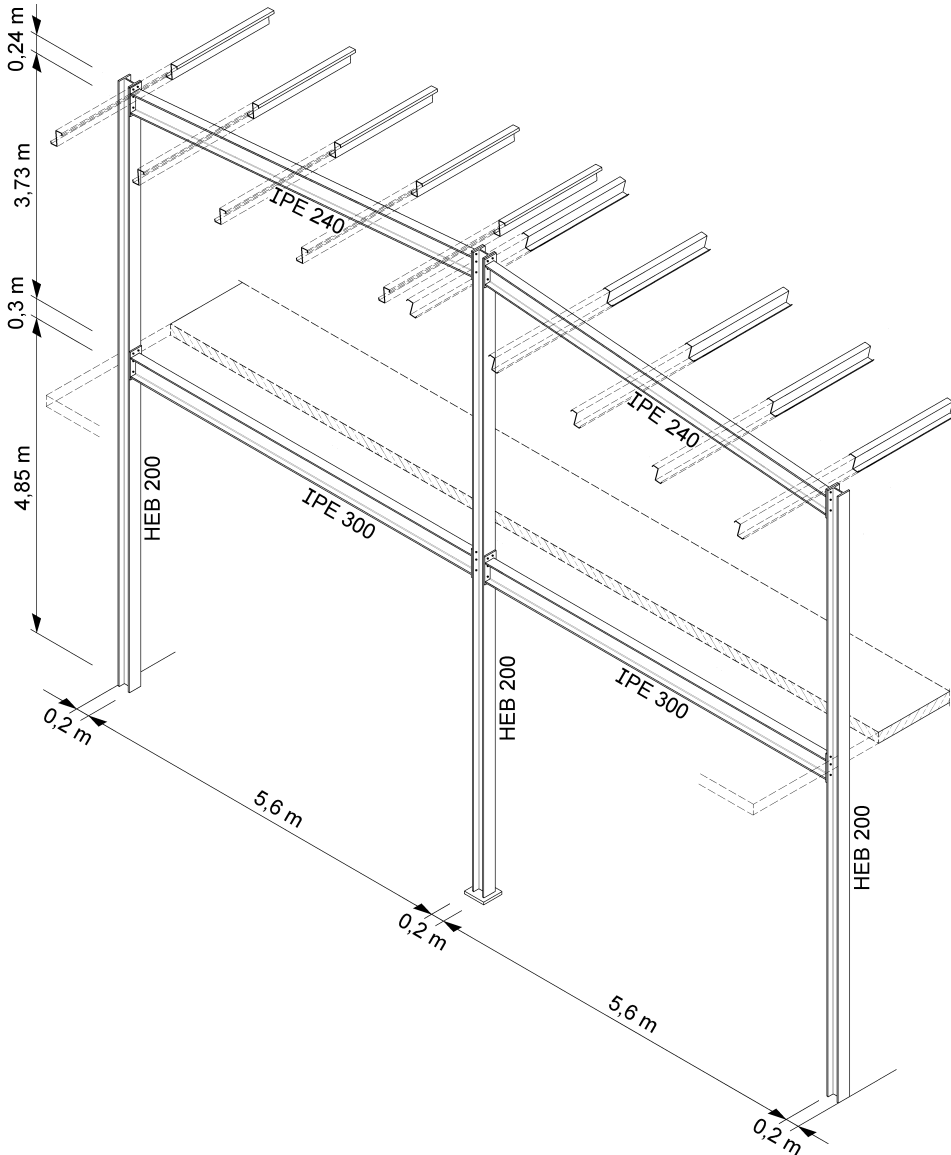
Abschließend werden die Rahmenstützen bzgl. des Knickens um die schwache Achse bzw. *Biegedrillknickens* untersucht. Wie beim Riegel müssen bei der Berechnung finite Elemente mit sieben Freiheitsgraden berücksichtigt werden. Geht man von einer Gabellagerung am Stützenkopf und -fuß aus, kann der rechte Rahmenstiel wie in Bild 5.33 dargestellt idealisiert werden. Die aus der Berechnung mit dem Programm *KSTAB* hervorgehende und zum kleinsten Eigenwert von  $\eta_{K_i,d} = 2,289$  gehörende Eigenform zeigt, dass es sich um das *Biegedrillknicken* des Stiels handelt. Unter dem Ansatz der entsprechenden geometrischen Ersatzimperfektionen nach Bild 5.33 ergibt sich beim Nachweis ausreichender Tragfähigkeit mit dem TSV eine maximale Ausnutzung von 63,2 %. *Biegeknicken* um die schwache Achse ist hier nicht maßgebend.



**Bild 5.33** Ersatzsystem der Stütze

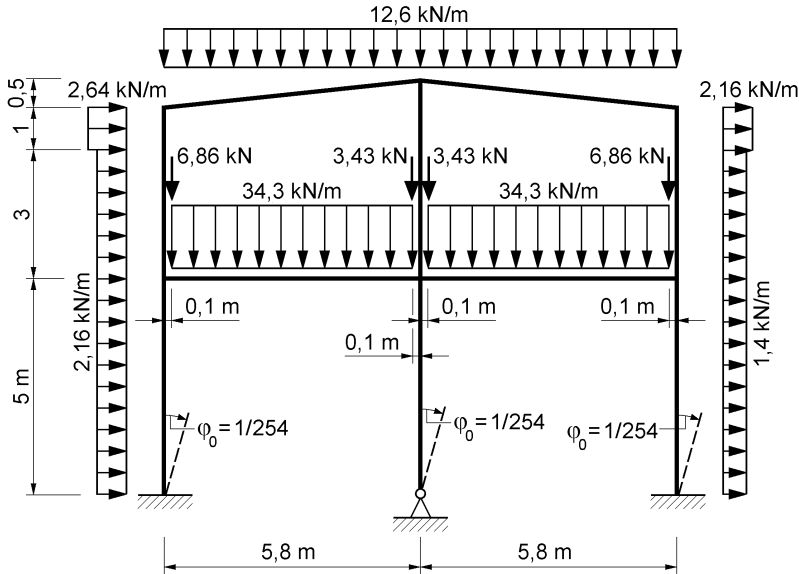
### 5.5.3 Rahmen unter Berücksichtigung der Anschlusssteifigkeit

Bild 5.34 zeigt einen zweistöckigen, zweischiffigen Rahmen des Geschößbaus in Stahlskelettbauweise. Die Rahmenstützen werden aus Profilen HEB 200 hergestellt. Auf dem unteren Riegel (IPE 300) liegt eine 14 cm starke Stahlbetondecke, der obere Riegel (IPE 240) trägt ein Dach aus Pfetten, Dämmung und Stahltrapezprofilen.



**Bild 5.34** Zweistöckiger zweischiffiger Rahmen

Die Lasteinzugsbreite des Rahmens beträgt vier Meter, so dass sich das in Bild 5.35 dargestellte Lastbild für den Lastfall  $1,35 \cdot (g + s + w + p)$  mit den Lasten für Eigengewicht  $g$ , Schnee  $s$ , Wind  $w$  und Verkehrslast  $p$  ergibt.

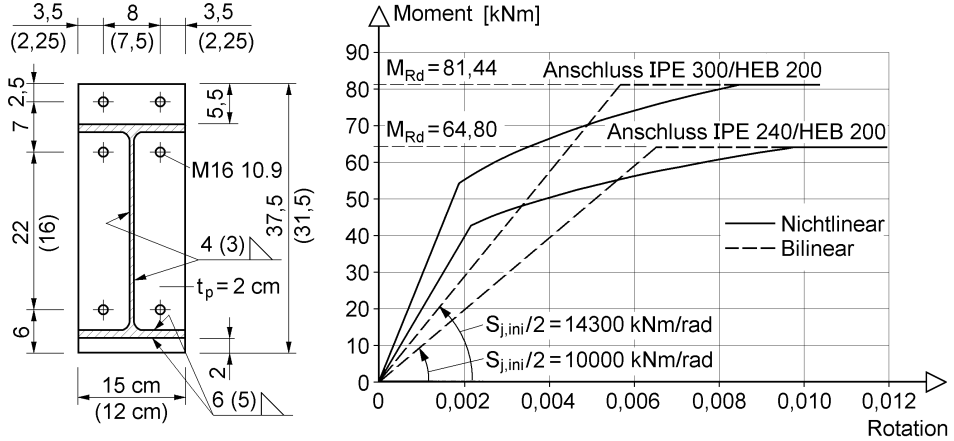


**Bild 5.35** Lastbild des Lastfalls  $1,35 \cdot (g + s + w + p)$

Die Riegel sind durch Verbindungen mit überstehenden Stirnplatten an die Stützen angeschlossen, s. Bild 5.36 links. Mit Hilfe der Modelle der *Komponentenmethode*, die im Eurocode 3 Teil 1-8 [7] normativ geregelt ist, können die in Bild 5.36 rechts dargestellten *Momenten-Rotationsbeziehungen* zur Beschreibung des Anschlussverhaltens bestimmt werden. Bei Stabwerksberechnungen nach der Elastizitätstheorie dürfen die Beziehungen mit der Anfangssteifigkeit  $S_{j,ini}$  durch lineare Steifigkeitsbeziehungen idealisiert werden, wobei dann bei den hier vorliegenden Anschlüssen die jeweilige Steifigkeit mit  $S_{j,ini} / 2$  zu berücksichtigen ist, s. Bild 5.36 rechts. Zur Berechnung der Steifigkeitsbeziehungen von überstehenden und bündigen Träger-Stützenverbindungen mit Stirnplatten finden sich Programme auf der *RUBSTAHL-CD*, s. auch Abschnitt 1.7.

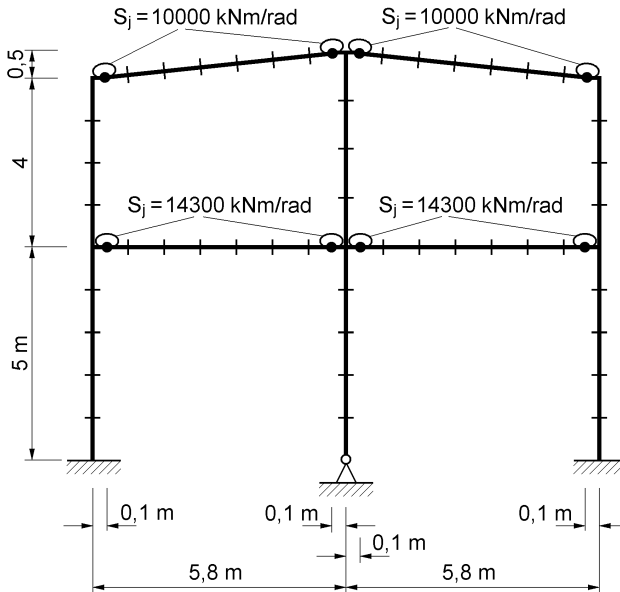
Zunächst soll eine Untersuchung des Rahmens in der Rahmenebene durchgeführt werden. Zur Modellierung mit finiten Elementen werden Elemente mit drei Freiheitsgraden je Elementknoten benötigt ( $u$ ,  $w$ ,  $\varphi$ ). Sie setzen sich aus den Matrizen der Gln. (3.11) und (3.18) sowie den korrespondierenden nichtlinearen Anteilen in Abschnitt 4.5 zusammen. Die Einteilung der Stützen und Riegel kann Bild 5.37 entnommen werden. Zur Beschreibung der Anschlusssteifigkeiten werden *Gelenkfedern* mit den entsprechenden *Rotationssteifigkeiten* angeordnet. Um dabei die Exzentrizität der An-

schlüsse zu den Stützenachsen abzubilden, werden die Momentengelenkfedern zur Simulation der Anschlusssteifigkeit nicht direkt in die Systemlinien der Stützen gelegt, sondern entsprechend Bild 5.37 geringfügig verschoben, was durch eine entsprechende Elementierung des Systems gelingt.



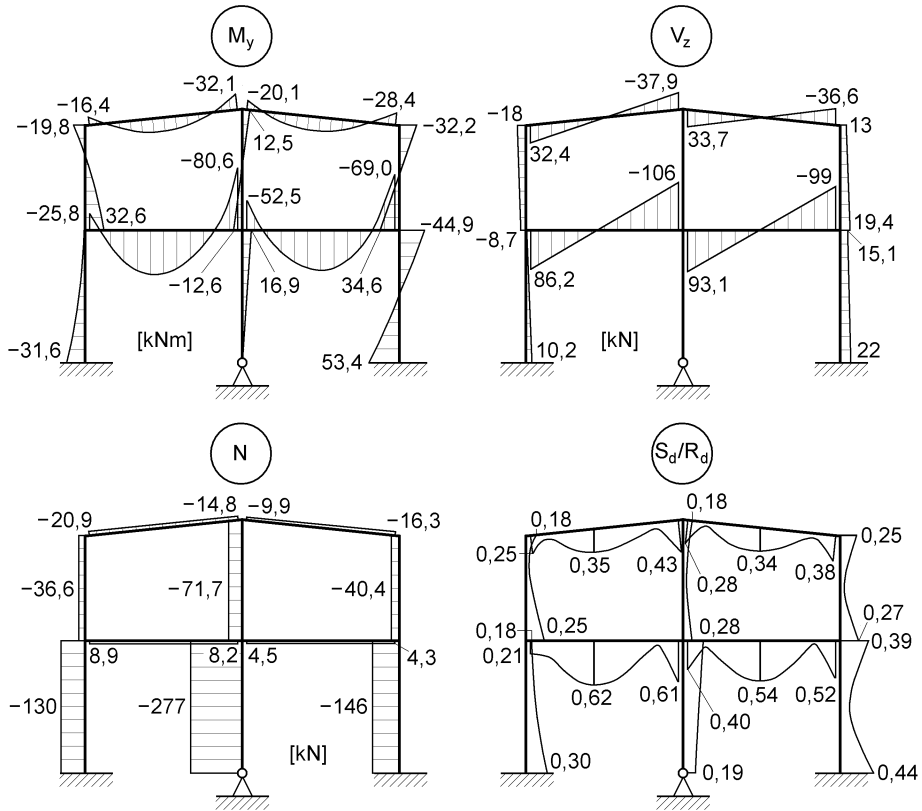
Maße in cm  
 In Klammern gesetzte Maße gelten  
 für den Anschluss IPE 240 / HEB 200

**Bild 5.36** Riegel-Stützenverbindungen und Momenten-Rotationsverhalten



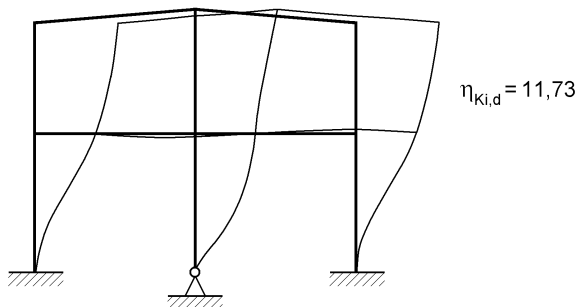
**Bild 5.37** FE-Berechnungsmodell für den Rahmen





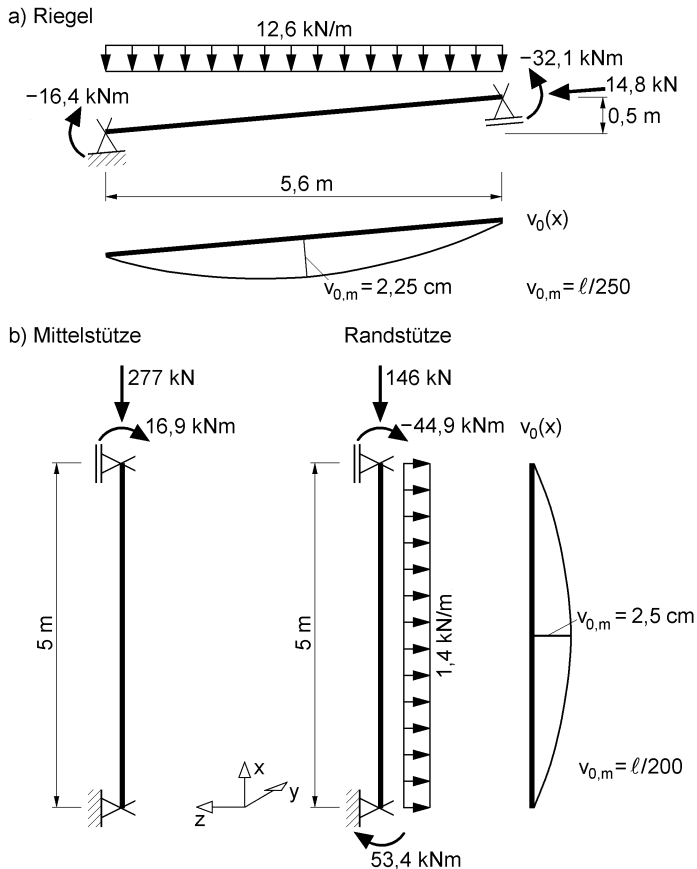
**Bild 5.38** Schnittgrößenverläufe und Ausnutzung des Rahmens in Bild 5.37

Aus der Berechnung des Rahmens nach Elastizitätstheorie II. Ordnung mit Hilfe des Programms FE-Rahmen ergeben sich die in Bild 5.38 dargestellten Schnittgrößenverläufe (Nachweisschnittgrößen), wobei sich die angegebenen Werte der Riegel auf die Stützenanschnitte beziehen. Die maximale Ausnutzung, ermittelt mit dem Teilschnittgrößenverfahren (*TSV*), liegt bei 62 %.



**Bild 5.39** Eigenform des Rahmens in Bild 5.37

Eine Eigenwertuntersuchung führt zum kleinsten Eigenwert von  $\eta_{Ki,d} = 11,73$  und der zugehörigen Eigenform, die in Bild 5.39 skizziert ist. Da durch die ebene Rahmenberechnung nach Theorie II. Ordnung Effekte senkrecht zur Rahmenebene nicht erfasst werden, sind zusätzliche Nachweise für die Stäbe erforderlich (*Biegedrillknicken* und *Biegeknicken* um die schwache Achse). Der obere Rahmenriegel wird für eine Berechnung mit dem Programm *KSTAB*, wie in Bild 5.40a dargestellt, idealisiert, wobei die finiten Elemente mit sieben Freiheitsgraden je Knoten verwendet werden (s. Abschnitte 3.2.5 und 4.5), so dass das räumliche Verformungsverhalten erfasst werden kann. Die stabilisierende Wirkung der Pfetten wird vernachlässigt. Aus der Berechnung nach Theorie II. Ordnung und dem anschließenden Nachweis mit Hilfe des *TSV* ergibt sich eine maximale Riegelausnutzung von 52,0 %. Unabhängig von der tatsächlichen Versagensform des Trägers ist an dieser Stelle die geometrische Ersatzimperfektion angenommen worden, die für das *Biegeknicken* anzusetzen ist, wodurch der Nachweis ausreichender Tragfähigkeit auf der sicheren Seite liegt. Der sich aus der Berechnung ergebende Eigenwert des Systems liegt bei  $\eta_{Ki,d} = 1,32$ .

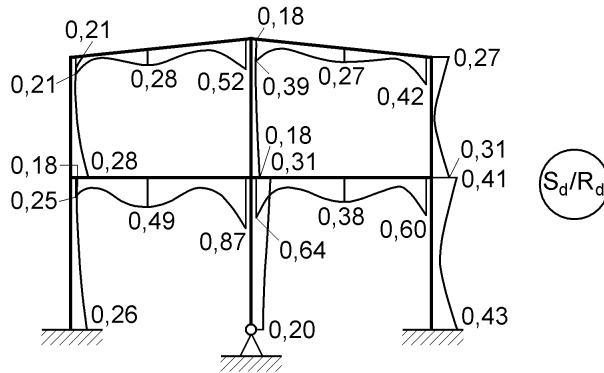


**Bild 5.40** Ersatzsysteme für Rahmenriegel und Stützen

Die Zwischenriegel werden hier nicht weiter untersucht, es folgen die erforderlichen Nachweise im Hinblick auf die Tragfähigkeit der Stützen. Wie für den Rahmenriegel wird dazu das Programm *KSTAB* verwendet und der untere Teil der Mittel- sowie der rechten Randstütze, wie in Bild 5.40b untersucht. Aus der Berechnung (Theorie II. Ordnung und *TSV*) ergibt sich eine maximale Ausnutzung für die Randstütze von 43,4 %, die Mittelstütze ist nicht maßgebend. Die Verzweigungslastfaktoren liegen für die Mittelstütze bei  $\eta_{K_{i,d}} = 5,28$  und für die Randstütze bei  $\eta_{K_{i,d}} = 9,67$ .

**Anmerkung:** Die vergleichsweise geringe Stützensausnutzung ergibt sich aus den Anforderungen an die Gebrauchstauglichkeit des Rahmens. Zu deren Einhaltung muss eine entsprechende Steifigkeit des Rahmens bzgl. der Seitenverschieblichkeit gewährleistet werden, was durch zwei Maßnahmen erreicht werden kann: Aussteifung der Anschlüsse oder Wahl steifer Stützen. Wie die nachfolgende Berechnung mit biegesteifen Anschlüssen zeigt, führt die Aussteifung der Anschlüsse zu deutlich höheren Anschlussmomenten, die von den Stirnplattenverbindungen übertragen werden müssen. Werden die Abmessungen der Stützenprofile gleichzeitig verkleinert, um eine wirtschaftliche Lösung zu erzielen, ergibt sich nur eine bedingte Erhöhung der Momententragfähigkeit des Anschlusses, da der dünne Stützenflansch für die Kraftübertragung maßgebend und damit eine aufwändigere Anschlussausbildung erforderlich wird. Aus diesem Grund wird im vorliegenden Beispiel von der Aussteifung der Anschlüsse, d. h. die Anordnung von Steifen in den Stützen, abgesehen.

Zu Vergleichszwecken wird der ebene Rahmen nun unter der Berücksichtigung biegesteifer Anschlüsse analysiert und eine erneute Berechnung mit dem Programm *FE-Rahmen* durchgeführt. Mit dem *TSV* ergibt sich jetzt eine maximale Ausnutzung von 87 %, s. Bild 5.41. Aus der Eigenwertuntersuchung ergibt sich  $\eta_{K_{i,d}} = 13,02$ .

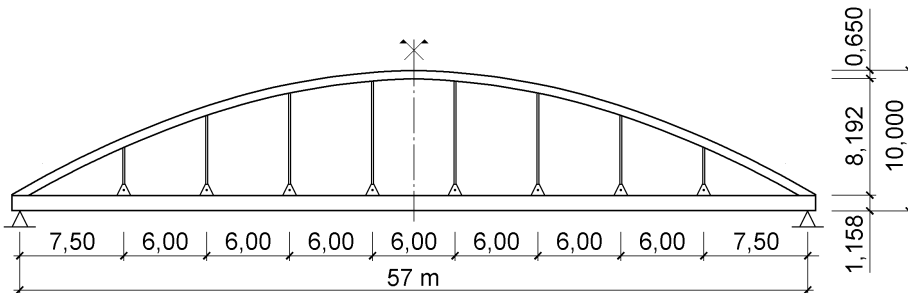


**Bild 5.41** Ausnutzung bei der Berechnung des ebenen Rahmens unter der Annahme biegesteifer Anschlüsse

Die biegesteifen Anschlüsse der Riegel an die Stützen führt bei einer Stabwerksberechnung nach der Elastizitätstheorie zu deutlich höheren Anschlussmomenten, die von den hier vorliegenden Anschlüssen nicht übertragen werden können. Die Verbindungen müssten daher entsprechend verstärkt ausgebildet werden. Die höhere Beanspruchung in den Stützbereichen führt zu einer Entlastung der Feldbereiche, die jedoch noch deutliche Reserven aufweisen. Im vorliegenden Beispiel werden die Riegel durch die rechnerische Berücksichtigung der Anschlusssteifigkeiten gleichmäßiger ausgenutzt. Für baupraktische Anwendungen ist jedoch zu erwähnen, dass die Berücksichtigung von Anschlusssteifigkeiten bei der statischen Berechnung ggf. mit einem sehr hohen Aufwand verbunden ist. Darüber hinaus hängt es stark vom auszuführenden Tragwerk ab, ob die steifenlose Bauweise zu wirtschaftlichen Vorteilen führt. Bei den üblichen Hallenrahmen scheint dies i. d. R. nicht der Fall zu sein.

### 5.5.4 Haupttragwerk einer Stabbogenbrücke

In den Bildern 5.52 und 5.53 ist eine Stabbogenbrücke dargestellt, die als Straßenbrücke über den Datteln-Hamm-Kanal ausgeführt worden ist. Die Brücke hat eine Stützweite von 57 m und die Konstruktionshöhe beträgt in Feldmitte 10 m, d. h.  $1/5,7$  der Stützweite. Das gesamte Tragwerk mit den beiden Bögen, den Hängern, den Versteifungsträgern und der Fahrbahn besteht aus Baustahl. In [29] werden Einzelheiten zur Konstruktion von Stabbogenbrücken mit Stahlleichtfahrbahnen und Betonfahrbahnplatten erläutert.



**Bild 5.42** Ansicht der Stabbogenbrücke über den Datteln-Hamm-Kanal

Die Brücke wird nach dem DIN Fachbericht 103 [8] bemessen und es werden dazu folgende Nachweise geführt:

- Spannungsnachweise nach dem Verfahren Elastisch-Elastisch
- Stabilitätsnachweise für die Bögen mit Berechnungen nach Theorie II. Ordnung unter Ansatz von Vorkrümmungen
- Beulnachweise für unversteifte und versteifte Platten
- Nachweise zur Ermüdung mit  $\Delta\sigma$  (Hängeranschlüsse!)
- Nachweise zur Sicherung der Gebrauchstauglichkeit durch Begrenzung der Verformungen