

Lösungen: 18 Potential und Spannung

18–7 Kathodenstrahlröhre mit Ablenkkondensatoren

Bemerkungen: Bei der Berechnung der Elektronenbahnen werden folgende Näherungen gemacht:

- Das elektrische Feld wird zwischen den Platten des Ablenkkondensators als konstant und außerhalb als null angenommen. In der extrem kurzen Zeit, in der ein schnelles Elektron durch den Ablenkkondensator fliegt, ist die angelegte Spannung (nahezu) konstant.
- Der Schirm wird nicht als gewölbt, sondern als eben angenommen.
- Wir rechnen mit den bekannten Gln. der nichtrelativistischen Mechanik, obwohl die Elektronen durch die Anodenspannung auf etwa 30% der Lichtgeschwindigkeit beschleunigt werden (siehe Beispiel 20.2–1).
- Die thermischen Geschwindigkeiten der Elektronen nach Verlassen der Kathode werden vernachlässigt gegenüber den Geschwindigkeiten beim Erreichen der Anode. Kleine vertikale Geschwindigkeiten vor dem Erreichen des Ablenkkondensators werden ebenfalls vernachlässigt. Natürlich wird auch die extrem kleine Gravitationskraft auf die leichten Elektronen außer Acht gelassen.

Auf dem Weg zur Anode werden die Elektronen auf die horizontale Geschwindigkeit

$$v_x \stackrel{\text{Gl. (18.2-5)}}{=} \sqrt{\frac{2 e_0 U_{\text{Anode}}}{m_e}} \quad (1)$$

beschleunigt. Anschließend werden die Elektronen im Plattenkondensator durch das (nahezu) konstante elektrische Feld $E = U_{\text{Ablenk}}/d$ gleichförmig nach oben oder unten beschleunigt. Daher kann die Bewegung der Elektronen im Plattenkondensator mit der reibungsfreien Bewegung massiver Körper im homogenen Schwerfeld verglichen werden. Nach den bekannten Gln. für gleichförmig beschleunigte Bewegungen sind am Ende des Plattenkondensators die vertikale Geschwindigkeit

$$v_y = a t = \frac{e_0 E b}{m_e v_x}$$

die vertikale Auslenkung

$$s_{\text{Ab}} = \frac{a}{2} t^2 = \frac{e_0 E}{2 m_e} \left(\frac{b}{v_x} \right)^2$$

und der Tangens des Richtungswinkels α

$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{e_0 E b}{m_e v_x^2}$$

$$\Rightarrow s_{\text{Bild}} = s_{\text{Ab}} + l \tan \alpha = \frac{e_0 E}{m_e v_x^2} b \left(\frac{b}{2} + l \right)$$

Mit $E = U_{\text{Ablenk}}/d$ und mit Gl. (1) folgt

$$s_{\text{Bild}} = \frac{1}{2d} \frac{U_{\text{Ablenk}}}{U_{\text{Anode}}} b \left(\frac{b}{2} + l \right)$$

Die Ablenkung s_{Bild} ist direkt proportional zur Ablenk-Spannung U_{Ablenk} .

Bemerkung: Die lineare Abbildung mit $s_{\text{Bild}} \sim U_{\text{Ablenk}}$ ist nur gewährleistet, wenn sich die Ablenk-Spannung U_{Ablenk} während der Anwesenheit der Elektronen im Plattenkondensator nicht wesentlich ändert. Schnelle Oszillographen verwenden daher hohe Beschleunigungsspannungen U_{Anode} und Platten mit kleiner Breite b . So können noch Vorgänge mit Grenzfrequenzen bei 1–2 GHz, d. h. Vorgänge im Nanosekunden-Bereich dargestellt werden.

Lösungen: 19 Kondensatoren

19-2 Kugelkondensator

$$\text{a) } C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{-\int_{r_2}^{r_1} E dr}$$

Wir integrieren radial von außen nach innen, um eine positive Spannung U zu erhalten. Mit Gl. (17.4-8) für $E(r)$ finden wir

$$C = \frac{Q}{-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r^2}} = \frac{4\pi\epsilon_0}{\int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r^2}} = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} = 4\pi\epsilon_0 \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} \quad (1)$$

$$\text{b) Für } r_2 \rightarrow \infty \text{ ergibt sich die Kapazität einer Kugel zu } C_{\text{Kugel}} = 4\pi\epsilon_0 r_1. \quad (2)$$

$$\text{c) } C_{\text{Erde}} = 710 \mu\text{F}$$

19-5 Kondensator mit leicht geneigter Platte

a) Da der Plattenabstand $d(x) = d_0 + (d_1 - d_0) x/a$ nicht konstant ist, kann die Gl. $C = \epsilon_0 A/d$ nicht direkt angewendet werden. Wir betrachten je einen schmalen Streifen in y -Richtung auf der unteren und oberen Platte. Die Streifen mit Länge b , infinitesimaler Breite dx und Koordinate x haben an der ganzen Kapazität den Anteil ¹

$$dC = \frac{\epsilon_0 dA}{d(x)} = \frac{\epsilon_0 b dx}{d_0 + \frac{d_1 - d_0}{a} x}$$

$$\Rightarrow C = \epsilon_0 b \int_0^a \frac{dx}{d_0 + \frac{d_1 - d_0}{a} x} =$$

$$= \epsilon_0 b \frac{a}{d_1 - d_0} \ln \left(d_0 + \frac{d_1 - d_0}{a} x \right) \Big|_0^a = \frac{\epsilon_0 ab}{d_1 - d_0} \ln \frac{d_1}{d_0}$$

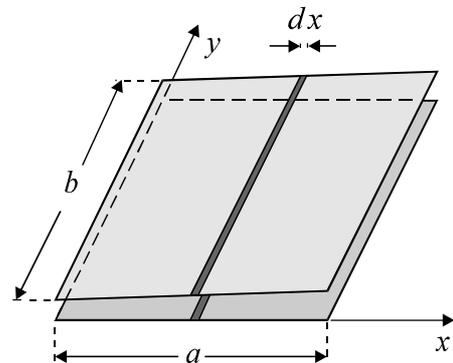


Abb. 1 Der Streifen der Breite dx liefert den Beitrag dC zur Kapazität.

¹ In Unterkapitel 19.1 wurde betont, dass nur solche Plattenkondensatoren berechnet werden können, bei denen die Plattenlänge und -breite viel größer sind als der Plattenabstand d . Nur so konnten wir Randeffekte vernachlässigen.

Hier hingegen betrachten wir einen Plattenkondensator mit infinitesimaler Breite dx . Das ist erlaubt, weil hier sehr viele Kondensatoren direkt nebeneinander stehen, so dass keine Randeffekte auftreten.

$$\begin{aligned} \mathbf{b)} \quad C &= \frac{\varepsilon_0 a b}{\Delta d} \ln \frac{d_0 + \Delta d}{d_0} = \frac{\varepsilon_0 a b}{\Delta d} \ln \left(1 + \frac{\Delta d}{d_0} \right) \\ &\approx \frac{\varepsilon_0 a b}{\Delta d} \frac{\Delta d}{d_0} = \frac{\varepsilon_0 a b}{d_0} \end{aligned}$$

\approx
↑
Taylorentwicklung
für $\Delta d \ll d_0$

Lösungen: 20 Elektrischer Strom

20–2 Widerstand einer Kugelschale

In der Gl. $R = \rho l/A$ ist l die Länge des Weges, den der Strom zurücklegt, und A die *konstante* Fläche, die der Strom senkrecht durchfließt.

Beim Anlegen einer Spannung an beide Metallkörper fließt ein Strom durch den Isolator in *radiale* Richtung. Da die senkrecht vom Strom durchflossene Querschnittsfläche $A(r) = 4\pi r^2$ nicht konstant ist, sondern von innen nach außen monoton mit dem Radius r zunimmt, kann die Gl. $R = \rho l/A$ nicht direkt angewendet werden. Der Isolator muss wie eine Zwiebel in dünne Schichten mit infinitesimaler Dicke dr und Flächen $4\pi r^2$ zerlegt werden. Jede Schicht setzt dem in radiale Richtung fließenden Strom den Widerstand

$$dR = \rho \frac{dr}{4\pi r^2}$$

entgegen. Da der ganze Isolator eine Reihenschaltung der dünnen Zwiebelschichten ist, müssen die Widerstände dR summiert bzw. integriert werden. Der gesamte Widerstand des Isolators für Ströme in radiale Richtung ergibt zu

$$R = \frac{\rho}{4\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = -\frac{\rho}{4\pi} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \frac{\rho}{4\pi} \frac{r_2 - r_1}{r_2 r_1}$$

Für $d := r_2 - r_1 \ll r_1$, also für eine sehr dünne Kugelschale folgt wie erwartet $R \approx \rho d / (4\pi r_1^2)$.

20–6 Schaltung mit Widerständen

a) Knoten- und Maschenregel liefern sechs Gln. für die sechs Unbekannten I, I_1, \dots, I_5 . Drei Knotengln. lauten:

$$I = I_1 + I_3 \tag{1}$$

$$I_1 + I_3 = I_2 + I_4 \tag{2/3} \quad I_5 = I_2 - I_1$$

Bemerkung: Weitere Knotengln. wie z. B. $I_5 = I_3 - I_4$ oder $I = I_2 + I_4$ hängen von den drei Gln. (1/2/3) ab und sind daher nicht unabhängig von diesen.

Drei Maschengln. lauten:

$$\text{Linke Masche :} \quad R_1 I_1 - R_5 I_5 - R_3 I_3 = 0 \tag{4}$$

$$\text{Rechte Masche :} \quad R_2 I_2 - R_4 I_4 + R_5 I_5 = 0 \tag{5}$$

$$\text{Große Masche, oben herum:} \quad R_1 I_1 + R_2 I_2 - U = 0 \tag{6}$$

$$\text{b)} \quad I_1 = \frac{1 + a + b(1 + a)}{1 + 3a + 2b(1 + a)} \frac{U}{R} \quad I_2 = \frac{2a + b(1 + a)}{1 + 3a + 2b(1 + a)} \frac{U}{R}$$

$$I_3 = \frac{1+a+2b}{1+3a+2b(1+a)} \frac{U}{R} \quad I_4 = \frac{2(1+b)}{1+3a+2b(1+a)} \frac{U}{R}$$

$$I_5 = \frac{a-1}{1+3a+2b(1+a)} \frac{U}{R} \quad I = \frac{2b+(1+a)(2+b)}{1+3a+2b(1+a)} \frac{U}{R}$$

Kontrolle und Veranschaulichung:

- Die Einheiten sind richtig.

- Für $b \rightarrow \infty$ folgt: $I_1 = I_2 = \frac{U}{2R}$ $I_3 = I_4 = \frac{1}{1+a} \frac{U}{R}$ $I_5 = 0$ $I = \frac{3+a}{2+2a} \frac{U}{R}$

Diese Ergebnisse sind einleuchtend und benötigen keine weitere Erklärung.

- Für $b = 0$ folgt: $I_1 = I_3 = \frac{I}{2} = \frac{1+a}{1+3a} \frac{U}{R}$ $I_2 = \frac{2a}{1+3a} \frac{U}{R}$ $I_4 = \frac{2}{1+3a} \frac{U}{R}$ $I_5 = \frac{a-1}{1+3a} \frac{U}{R}$

Die Ergebnisse $I_1 = I_3 = I/2$, $I_2/I_4 = a$ sowie das Vorzeichen von I_5 sind sofort einsichtig.

- Für $a = 1$ folgt: $I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = \frac{I}{2} = \frac{U}{2R}$ $I_5 = 0$. Auch diese Gln. sind stichhaltig.

20–8 Berechnung von Widerständen

Komplizierte Schaltungen – wie z. B. die in Abb. 20.6–7 dargestellte Schaltung – können natürlich mit der Knoten- und der Maschengl. berechnet werden. Dieses Vorgehen ist aber wegen der zahlreichen Ströme mühsam; die Schaltung in Abb. 20.6–7 hat 12 Ströme.

Einfacher ist es, nur die Knoten- und die Maschengl. zu benutzen und mit *Symmetriebetrachtungen* zu arbeiten.

Wir betrachten Abb. 1 und legen eine Spannung U_{14} an die Punkte 1 und 4. Aus *Symmetriegründen* gilt für die Ströme I_{ij} vom Punkt i zum Punkt j :

$$I_{12} = 2 I_{23} = I_{34} = \frac{I_{AB}}{3} \quad (1)$$

Dabei ist I_{AB} der gesamte Strom von 1 nach 4.

Ebenfalls aus Symmetriegründen sind die Potentiale φ_2 in den drei Punkten 2 sowie die Potentiale φ_3 in den drei Punkten 3 jeweils gleich groß. Die angelegte Spannung U_{14} zwischen den Punkten 1 und 4 beträgt:

$$U_{14} = U_{12} + U_{23} + U_{34} = R I_{12} + R I_{23} + R I_{34} \stackrel{\uparrow}{=} \underset{\text{Gl. (1)}}{=} \\ = \left(R + \frac{1}{2} R + R \right) I_{12} = \frac{5}{2} R \frac{I_{AB}}{3} = \frac{5}{6} R I_{AB}$$

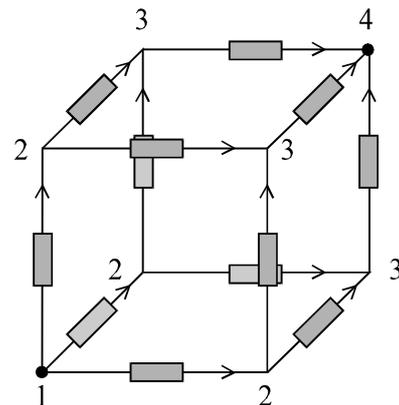


Abb. 1 An die Punkte 1 und 4 wird eine Spannung U_{14} angelegt. Aus Symmetriegründen sind die drei Potentiale in den drei Punkten 2 gleich; die drei Potentiale in den drei Punkten 3 sind ebenfalls gleich.

$$\Rightarrow \frac{U_{14}}{I_{AB}} = \frac{5}{6} R = R_{AB}$$

Der Gesamt-Widerstand R_{AB} zwischen den Endpunkten der Würfeldiagonalen beträgt also $5R/6$.

20–9 Aufladung eines Kondensators

In Abb. 1 treten die sechs Ströme I, I_1, \dots, I_5 auf. Sie werden durch sechs Gln. bestimmt. Wegen der vier Knoten existieren drei Knotengln.:

$$I = I_1 + I_2 \quad (1a)$$

$$I_1 = I_3 + I_5 \quad (1b)$$

$$I_4 = I_2 + I_5 \quad (1c)$$

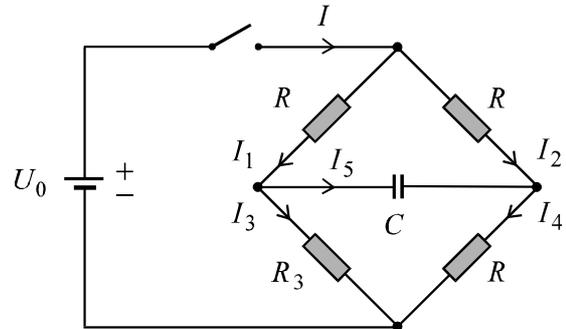


Abb. 1 Sechs Ströme treten im Schaltbild auf.

Drei Maschengln. können aufgestellt werden:

$$\text{Linke Masche: } R I_1 + R_3 I_3 - U_0 = 0 \quad (2a)$$

$$\text{Obere Masche: } R I_2 - \frac{Q}{C} - R I_1 = 0 \quad (2b)$$

$$\text{Untere Masche: } \frac{Q}{C} + R I_4 - R_3 I_3 = 0 \quad (2c)$$

Wir setzen die Ströme I_1 und I_4 aus den Gln. (1b/c) in die Gln. (2a/b/c) ein:

$$(R + R_3) I_3 + R I_5 = U_0 \quad (3a)$$

$$R I_2 - \frac{Q}{C} - R I_3 - R I_5 = 0 \quad (3b)$$

$$\frac{Q}{C} + R I_2 + R I_5 - R_3 I_3 = 0 \quad (3c)$$

Wir setzen die Ströme I_3 und I_2 aus den Gln. (3a/b) in die Gl. (3c) ein:

$$\frac{2Q}{C} + \frac{R - R_3}{R + R_3} U_0 + \frac{R^2 + 3 R R_3}{R + R_3} I_5 = 0 \quad (4)$$

Ableitung nach der Zeit führt mit $\dot{Q} = I_5$ auf:

$$\frac{2}{C} I_5 + \frac{R^2 + 3 R R_3}{R + R_3} \dot{I}_5 = 0$$

Separation der Variablen ergibt

$$\frac{dI_5}{I_5} = -\frac{2}{C} \frac{R + R_3}{R^2 + 3RR_3} dt \quad \Rightarrow \quad \ln \frac{I_5(t)}{I_5(0)} = -\frac{2}{C} \frac{R + R_3}{R^2 + 3RR_3} t$$

$$\Rightarrow \quad I_5(t) = I_5(0) \exp\left(-\frac{2}{C} \frac{R + R_3}{R^2 + 3RR_3} t\right)$$

Den Anfangsstrom $I_5(0)$ bestimmen wir wie folgt: Zur Zeit $t = 0$ ist der Kondensator nach ungeladen und hat daher auch noch keine Spannung: $U_{\text{Konden.}} = Q/C = 0$. Mit $Q = 0$ gibt Gl. (4)

$$I_5(0) = \frac{R_3 - R}{R^2 + 3RR_3} U_0$$

$$\Rightarrow \quad I_5(t) = \frac{R_3 - R}{R^2 + 3RR_3} U_0 \exp\left(-\frac{2}{C} \frac{R + R_3}{R^2 + 3RR_3} t\right)$$

Kontrolle und Veranschaulichung:

- Die Einheiten sind richtig.
- Das Vorzeichen von I_5 ist richtig. Für $R_3 = R$ verschwindet I_5 .
- Der exponentielle Abfall des Stromes $I_5(t)$ dauert um so länger, je größer die Kapazität C ist.
- Nach unendlich langer Zeit hat der Kondensator die Spannung

$$U_{\text{Konden.}(\infty)} = \frac{Q(\infty)}{C} = \frac{1}{C} \int_0^\infty I_5(t) dt = \frac{R_3 - R}{R_3 + R} \frac{U_0}{2}$$

Dann fließt kein Strom mehr, so dass man den Kondensator aus der Schaltung herausnehmen kann (siehe Abb. 2). Wenn wir den Punkten 1 und 4 in Abb. 2 die Potentiale $\varphi_1 = U_0$ und $\varphi_4 = 0$ zuordnen, so haben die Punkte 2 und 3 in Abb. 1 die Potentiale

$$\varphi_2 = \frac{R}{R_3 + R} U_0 \quad \varphi_3 = \frac{U_0}{2} \quad \Rightarrow \quad \varphi_3 - \varphi_2 = \frac{R_3 - R}{R_3 + R} \frac{U_0}{2}$$

(Siehe auch Aufgabe „20–4 Wheatstonesche Brücke“.) Diese Potentialdifferenz ist genauso groß, wie die zuvor berechnete Spannung $U_{\text{Konden.}(\infty)}$.

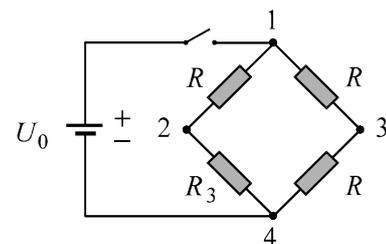


Abb. 2 Nach unendlich langer Zeit kann der Kondensator aus der Schaltung herausgenommen werden.

20–10 Gebogener Leiter

Gl. (20.2–5) $R = \rho l/A$ kann nicht direkt angewendet werden, weil die innen fließenden Ströme einen kürzeren Weg l zurücklegen als die außen fließenden Ströme. Daher müssen wir den gebogenen Stab in sehr dünnwandige, kreisförmig gebogene Stäbchen zerlegen, deren Leitwerte sich wegen ihrer Parallelschaltung addieren.

In dem dünnwandigen, gebogenen Stäbchen, das die Dicke dr hat und in Abb. 1 dunkel dargestellt wird, muss der

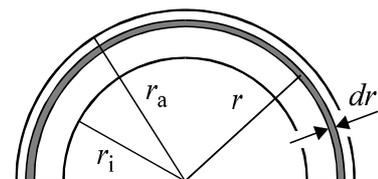


Abb. 1 Die infinitesimalen elektrischen Leitwerte dünnwandiger, gebogener Stäbe werden addiert.

Strom die Strecke $l = \pi r$ zurücklegen. Die Querschnittsfläche $dA = b dr$ des Stäbchens ragt die Höhe b aus der Papierebene heraus und wird senkrecht vom Strom durchflossen. Der elektrische Leitwert des dünnwandigen Stäbchens in Abb. 1 beträgt

$$dG = \frac{b dr}{\rho \pi r}$$

Durch Integration ergibt sich der gesamte elektrische Leitwert:

$$G = \frac{b}{\rho \pi} \int_{r_i}^{r_a} \frac{dr}{r} = \frac{b}{\rho \pi} \ln \frac{r_a}{r_i} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{1}{G} = \frac{\rho \pi}{b \ln \frac{r_a}{r_i}}$$

Kontrolle und Veranschaulichung:

- Die Einheiten sind richtig.
- Für einen dünnen gebogenen Leiter mit $d := r_a - r_i \ll r_i$ folgt die Gl. (20.2–5):

$$R = \frac{\rho \pi}{b \ln \frac{r_i + d}{r_i}} = \frac{\rho \pi}{b \ln \left(1 + \frac{d}{r_i} \right)} \stackrel{\substack{\approx \\ \text{für } \varepsilon \ll 1}}{\ln(1+\varepsilon) \approx \varepsilon}}{\approx} \rho \frac{\pi r_i}{b d} \hat{=} \rho \frac{\text{Weg}}{A}$$

20–12 Auf- und Entladungen

a) Lange Zeit nach dem Schließen des Schalters fließt kein Strom mehr, so dass der Kondensator Nr. 1 keine Ladung mehr trägt (sie würde über den ohmschen Widerstand abfließen).

Folglich müssen die Kondensatoren Nr. 2 und 3 nach unendlich langer Zeit jeweils die Spannung $U_0/2$ und die Ladung $Q_\infty = C U_0/2$ haben. D. h.: Nach dem Schließen des Schalters entleert sich der Kondensator Nr. 1 und die Kondensatoren Nr. 2 und 3 laden sich weiter auf.

b) Knotenl. : $I = I_1 + I_2$ (1)

Die zwei Maschengln. lauten:

$$\frac{Q_1}{C} + \frac{Q_2}{C} + \frac{Q_3}{C} - U_0 \stackrel{\substack{= \\ Q_2=Q_3}}{\approx} \frac{Q_1}{C} + \frac{2Q_2}{C} - U_0 = 0 \quad (2a)$$

$$R I - \frac{Q_1}{C} = 0 \quad (2b)$$

Mit $\dot{Q}_1 \stackrel{=}{\approx} -I_1$ Kondensatorentleerg. $\dot{Q}_2 \stackrel{=}{\approx} I_2$ Kondensatoraufladg.

führen Zeitableitungen der Gln. (2a) und (2b) auf

$$-\frac{I_1}{C} + \frac{2I_2}{C} = 0 \quad \Rightarrow \quad I_1 = 2I_2 \stackrel{\substack{= \\ \text{Gl. (1)}}{\approx}}{\approx} \frac{2}{3} I \quad (3)$$

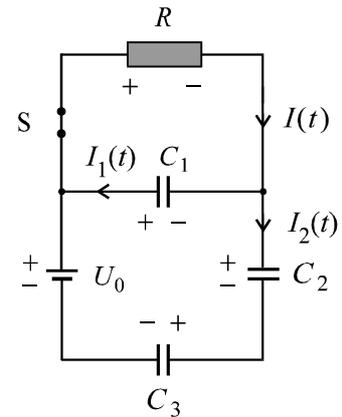


Abb. 1 Technische Ströme nach dem Schließen des Schalters S.

und $R \dot{I} + \frac{I_1}{C} \stackrel{\text{Gl. (3)}}{=} R \dot{I} + \frac{2I}{3C} = 0$

Trennung der Variablen ergibt

$$\frac{dI}{I} = -\frac{2}{3RC} dt \quad \Rightarrow \quad \int_{I(0)}^{I(t)} \frac{dI'}{I'} = -\frac{2}{3RC} \int_0^t dt'$$

$$\Rightarrow I(t) = I(0) \exp\left(-\frac{2t}{3RC}\right)$$

Zur Zeit $t=0$ liegt am ohmschen Widerstand die Spannung $U_0/3$ an, so dass $I(0) = U_0/(3R)$.

$$\Rightarrow I(t) = \frac{U_0}{3R} \exp\left(-\frac{2t}{3RC}\right) = \frac{3}{2} I_1(t) = 3 I_2(t)$$

Kontrolle und Veranschaulichung:

- Die Einheiten sind richtig.
- Der Kondensator Nr. 1 entlädt sich vollständig, weil

$$\int_0^\infty I_1(t) dt = \frac{2U_0}{9R} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{2t}{3RC}\right) dt = C \frac{U_0}{3}$$

- Die Kondensatoren Nr. 2 und 3 laden sich von $U_0/3$ auf $U_0/2$ auf, weil

$$\int_0^\infty I_2(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^\infty I_1(t) dt = C \frac{U_0}{6}$$

c) Vor und sehr lange Zeit nach dem Schließen des Schalters sind folgende Energien in den drei Kondensatoren gespeichert:

$$E_{\text{vorher}} = 3 \frac{C}{2} \left(\frac{U_0}{3}\right)^2 = \frac{C}{6} U_0^2 \quad E_\infty = 2 \frac{C}{2} \left(\frac{U_0}{2}\right)^2 = \frac{C}{4} U_0^2$$

Im Widerstand wird die elektrische Energie

$$E_{\text{ohm}} = R \int_0^\infty I^2(t) dt = \frac{C}{12} U_0^2$$

verbraucht und die Spannungsquelle liefert die Energie

$$E_{\text{Quelle}} = U_0 \int_0^\infty I_2(t) dt = \frac{C}{6} U_0^2$$

$$\Rightarrow E_{\text{vorher}} + E_{\text{Quelle}} = E_\infty + E_{\text{ohm}} = \frac{C}{3} U_0^2$$

Lösungen: 22 Induktion

22–6 Rollender Holzzylinder

Auf die Leiterstücke, die auf den beiden Stirnflächen des Zylinders liegen und die Länge $2r$ haben, wirken Lorentzkräfte in Richtung der Zylinderachse. Diese Kräfte beeinflussen die Bewegung nicht. Auf die Leiterstücke, die parallel zur Zylinderachse liegen und die Länge l haben, wirken zwei entgegengesetzt gleich große, horizontale Lorentzkräfte mit dem jeweiligen Betrag

$$F_L = N I_{\text{ind}} l B$$

(Siehe Abb. 1) Sie erzeugen das Drehmoment

$$M_L = F_L 2r \sin \varphi = 2 N I_{\text{ind}} l B r \sin \varphi$$

Laut Induktionsgesetz ist der Strom gleich

$$\begin{aligned} I_{\text{ind}} &= \frac{U_{\text{ind}}}{R} = -\frac{N B}{R} \frac{d}{dt} \underbrace{(l 2r \cos \varphi)}_{=A(t)} = \\ &= \frac{N B}{R} 2l r \dot{\varphi} \sin \varphi \end{aligned}$$

$$\Rightarrow M_L = -\frac{(2 N B l r \sin \varphi)^2}{R} \dot{\varphi} \quad (1)$$

Die Drehimpulsgl. für Drehungen um den Schwerpunkt S des Zylinders lautet nach Gl. (6.4–1):

$$I_S \ddot{\varphi} = M_L + F_H r \quad (2)$$

mit dem Trägheitsmoment $I_S = \frac{1}{2} m r^2$.

Die Schwerpunktgl. für die x-Koordinate lautet:

$$m \ddot{x}_S = m g \sin \alpha - F_H \quad (3)$$

Eine dritte Gl. folgt aus der Rollbedingung:

$$x_S = r \varphi \quad \Rightarrow \quad \ddot{x}_S = r \ddot{\varphi} \quad (4)$$

Die drei Gln. (2) bis (4) enthalten die drei Unbekannten F_H , \ddot{x}_S , $\ddot{\varphi}$. Auflösung nach $\ddot{\varphi}$ führt auf

$$(I_S + m r^2) \ddot{\varphi} = M_L + m g r \sin \alpha$$

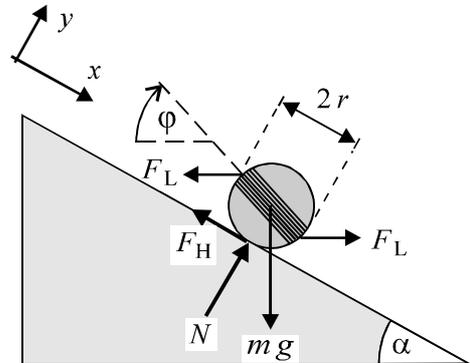


Abb. 1 Auf den Zylinder wirken zwei Lorentzkräfte, die Gewichtskraft, die Normalkraft N und die Haftreibungskraft F_H .

Mit Gl. (1) finden wir die nichtlineare Dgl.

$$\left(I_S + m r^2\right) \ddot{\varphi} + \frac{(2 N B l r)^2}{R} \sin^2 \varphi \dot{\varphi} = m g r \sin \alpha \quad (5)$$

Diese nichtlineare Dgl. zweiter Ordnung für den Rollwinkel $\varphi(t)$ kann nur numerisch gelöst werden.

Kontrolle und Veranschaulichung:

- Für $B = 0$ folgt die Dgl. $\ddot{x}_S = r \ddot{\varphi} = \frac{g \sin \alpha}{1 + I_S / (m r^2)}$, die bereits in Beispiel (6.4–2) aufgestellt wurde.
- Der zweite Term in der Dgl. (5) beschreibt die Reibungsverluste, die durch den ‘Wirbelstrom’ in der Spule entstehen. Die Reibungsverluste wachsen wie erwartet mit der Windungszahl N und mit dem Magnetfeld B .

22–7 Gleitender Draht

a) Wegen der Flussänderung durch die Leiterschleife wird ein Strom induziert. Nach der Lenzschen Regel hat er eine solche Richtung, dass die Lorentzkraft die Entstehung des Stromes hemmen will. Daher zeigt die Lorentzkraft in Abb. 1 nach links; folglich zeigt die technische Stromrichtung aus der Papierebene hinaus auf den Leser zu.

Auf den Stab wirken Gewichtskraft, Lorentzkraft und die (hier bedeutungslose) Normalkraft der Unterlage. Gewichtskraft $m \mathbf{g}$ und Lorentzkraft \mathbf{F}_L werden jeweils in eine Komponente parallel zum Hang und senkrecht zum Hang zerlegt. Diese Zerlegung ist die einzig sinnvolle, weil die Komponenten senkrecht zum Hang die Bewegung nicht beeinflussen und weil die Komponenten parallel zum Hang nur die Bewegung beeinflussen und keine Kraft auf den Hang ausüben.

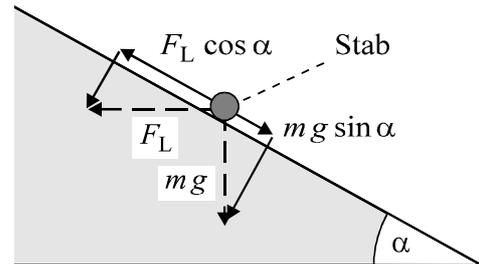


Abb. 1 Die gestrichelten Kräfte $m \mathbf{g}$ und \mathbf{F}_L werden zerlegt in Komponenten parallel und senkrecht zum Hang.

Ein Kräftegleichgewicht besteht für

$$m g \sin \alpha = F_L \cos \alpha$$

Mit Gl. (22.1–6) ergibt sich die Lorentzkraft zu

$$F_L = I l B = \frac{U_{\text{ind}}}{R} l B \quad \underset{\substack{\uparrow \\ v \cos \alpha = \text{horizontale} \\ \text{Komponente von } v}}{=} \quad \frac{B l v \cos \alpha}{R} l B$$

$$\Rightarrow m g \sin \alpha = \frac{(B l)^2}{R} v \cos^2 \alpha \quad \Rightarrow v = \frac{m g R}{(B l)^2} \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha} \quad (1)$$

b) Bei konstanter Geschwindigkeit sind die induzierte Spannung und die elektrische Leistung P , die im Widerstand verbraucht wird, konstant. Die Summe aus der Wärme Q , die im ohmschen Widerstand freigesetzt wird, und der potentiellen Energie $E_{\text{pot}} = V = m g h$ des Stabes beträgt

$$Q + E_{\text{pot}} = P t + m g h = \frac{U_{\text{ind}}^2}{R} t + m g (h_0 - v t \sin \alpha) =$$

$$= m g h_0 + v t \left(\frac{(B l \cos \alpha)^2}{R} v - m g \sin \alpha \right) \stackrel{\substack{\uparrow \\ \text{Gl. (1)}}}{=} m g h_0$$

c) Nur die Richtung des induzierten Stromes ändert sich.

22–9 Beschleunigung durch Lorentzkraft

a) Die Lorentzkraft beschleunigt den Stab und ist proportional zum Strom durch den Stab. Der Strom wird durch angelegte Batteriespannung U_0 und die induzierte Spannung hervorgerufen.

Wir berechnen zuerst die induzierte Spannung, dann den Strom und die Lorentzkraft. Abschließend wird die Bewegungsgl. aufgestellt und integriert.

Wegen der im Stab induzierten Spannung

$$U_{\text{ind}} = - \frac{d}{dt} \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = - B \frac{d}{dt} [l x(t)] = - B l v(t)$$

fließt in der Schleife der Strom

$$I(t) = \frac{U_0 + U_{\text{ind}}}{R} = \frac{U_0 - B l v(t)}{R} \tag{1}$$

$$\Rightarrow F_L(t) = B l I(t) = \frac{B l}{R} (U_0 - B l v(t))$$

Das zweite Newtonsche Axiom besagt

$$m a = m \frac{dv}{dt} = \frac{B l}{R} (U_0 - B l v)$$

Trennung der Variablen führt auf

$$\frac{dv}{U_0 - B l v} = \frac{B l}{m R} dt$$

$$\Rightarrow \int_0^{v(t)} \frac{dv'}{U_0 - B l v'} = \frac{B l}{m R} \int_0^t dt'$$

$$\Rightarrow - \frac{1}{B l} \ln \frac{U_0 - B l v(t)}{U_0} = \frac{B l}{m R} t \quad \Rightarrow \quad v(t) = \frac{U_0}{B l} \left[1 - \exp \left(- \frac{(B l)^2}{m R} t \right) \right] \tag{2}$$

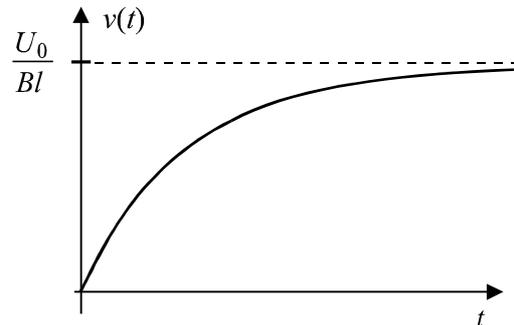


Abb. 1 Geschwindigkeit $v(t)$ nach Gl. (2).

Nach sehr langer Zeit erreicht die Geschwindigkeit den konstanten Wert $U_0 / (B l)$. Der Strom $I(t)$ und damit auch die Lorentzkraft sind dann null, weil $U_{\text{ind}}(\infty) = -U_0$.

b) Nach den Gln. (1) und (2) lautet der Strom

$$I(t) = \frac{U_0}{R} \exp \left[- \frac{(B l)^2}{m R} t \right] \tag{3}$$

Folglich liefert die Spannungsquelle im Zeitintervall $[0, \infty]$ die Energie

$$E_{\text{Quelle}} = \int_0^{\infty} P(t) dt = U_0 \int_0^{\infty} I(t) dt = m \left(\frac{U_0}{Bl} \right)^2 \quad (4a)$$

Diese Energie wird in kinetische Energie E_{kin} und in Wärme Q umgesetzt. Nach Gl. (2) gilt

$$v(\infty) = \frac{U_0}{Bl} \quad \Rightarrow \quad I(\infty) \stackrel{\uparrow}{=} 0 \quad \text{Gl. (1)}$$

Nach unendlich langer Zeit verschwinden Strom und Lorentzkraft und der Stab gleitet mit konstanter Geschwindigkeit und mit der kinetischen Energie

$$E_{\text{kin}} = \frac{m}{2} v^2(\infty) = \frac{m}{2} \left(\frac{U_0}{Bl} \right)^2 \quad (4b)$$

Der ohmsche Widerstand R nimmt in der ganzen Zeit folgende elektrische Energie auf und setzt sie als Wärme frei:

$$Q = \int_0^{\infty} P_{\text{Widerstd.}}(t) dt \stackrel{\uparrow}{=} R \int_0^{\infty} I^2(t) dt \stackrel{\uparrow}{=} \frac{m}{2} \left(\frac{U_0}{Bl} \right)^2 \quad (4c)$$

$$\Rightarrow E_{\text{Quelle}} = E_{\text{kin}} + Q$$

22–15 Induktion in Kreisleiter

Nach dem Induktionsgesetz gilt:

$$|U_{\text{ind}}| = B \frac{dA_{\text{Segm.}}}{dt}$$

Dabei ist $A_{\text{Segm.}}$ die Fläche des Kreissegments, das im Magnetfeld eingetaucht ist (siehe die dunkel graue Fläche in Abb. 1). Der zugehörige Kreissektor mit dem Öffnungswinkel 2α hat die Fläche

$$A_{\text{Sektor}} = \alpha r^2$$

Das Dreieck ACD in Abb. 1 hat die Fläche

$$A_{\text{Dreieck}} = r^2 \cos \alpha \sin \alpha$$

Das dunkel graue Kreissegment ist die Differenz dieser beiden Flächen:

$$A_{\text{Segm.}} = A_{\text{Sektor}} - A_{\text{Dreieck}} = r^2 (\alpha - \cos \alpha \sin \alpha) =$$

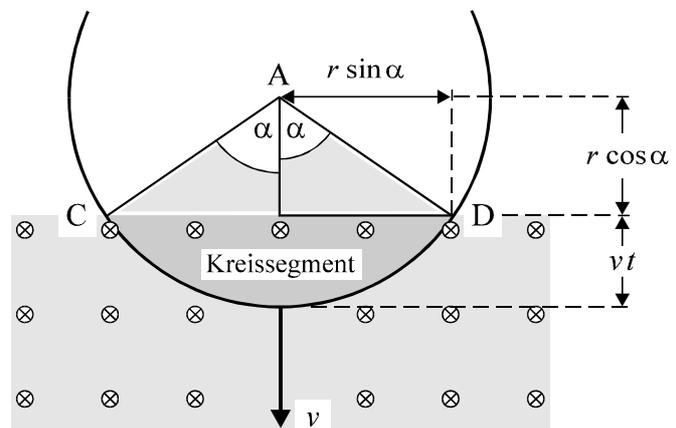


Abb. 1 Die dunkel graue Fläche $A_{\text{Segm.}}$ des Kreissegmentes, das im Magnetfeld eingetaucht ist, wird mit dem Winkel α berechnet.

$$= r^2 \left(\alpha - \cos \alpha \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \right) \quad (1)$$

Für die Berechnung der Zeitableitung $\dot{A}_{\text{Segm.}}$ benötigen wir Zeitabhängigkeit des Winkels $\alpha(t)$.
Nach Abb. 1 gilt:

$$r = vt + r \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = 1 - \frac{vt}{r} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \arccos \left(1 - \frac{vt}{r} \right)$$

Einsetzen des Winkels α in Gl. (1) führt auf

$$A_{\text{Segm.}}(t) = r^2 \left[\arccos \left(1 - \frac{vt}{r} \right) - \left(1 - \frac{vt}{r} \right) \sqrt{1 - \left(1 - \frac{vt}{r} \right)^2} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{dA_{\text{Segm.}}}{dt} = 2rv \sqrt{1 - \left(1 - \frac{vt}{r} \right)^2}$$

$$\Rightarrow |U_{\text{ind}}| = 2rvB \sqrt{1 - \left(1 - \frac{vt}{r} \right)^2} \quad \text{für } 0 \leq t < \frac{2r}{v} \quad (1)$$

Kontrolle und Veranschaulichung:

- Die Einheiten sind richtig.
- Die induzierte Spannung ist proportional zur rB .
- Die induzierte Spannung geht am Anfang und am Ende der Überdeckung gegen Null, weil sich die überdeckte Fläche dann nur sehr langsam ändert.
- Bei halber Überdeckung (dann ist $t = r/v$) ist die induzierte Spannung gleich $2rvB$.

Lösungen: 24 Wechselstromkreise

24–8 Tiefpass, Hochpass und Bandpass

$$\text{a) } \underline{I} = \frac{\underline{U}_E}{R + \frac{1}{i\omega C}} \quad \text{mit} \quad \underline{U}_E = \hat{U}_E e^{i\omega t}$$

$$\Rightarrow \underline{U}_A = \underline{Z}_C \underline{I} = \frac{\underline{I}}{i\omega C} = \frac{\underline{U}_E}{1 + iR\omega C} = \frac{\underline{U}_E}{\sqrt{1 + (R\omega C)^2}} e^{-i\varphi} \quad \text{mit} \quad \tan\varphi = R\omega C$$

$$\Rightarrow \hat{U}_A(\omega) = \frac{\hat{U}_E}{\sqrt{1 + (R\omega C)^2}}$$

Der Scheitelwert $\hat{U}_A(\omega)$ der Ausgangsspannung geht mit zunehmender Frequenz gegen null, weil der Kondensator die Ausgangsspannung kurz schließt. Als „Grenzfrequenz“ ω_G wird die Frequenz bezeichnet, bei der $\hat{U}_A(\omega_G) = U_E/\sqrt{2}$:

$$\frac{1}{1 + (R\omega_G C)^2} = \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \omega_G = \frac{1}{RC}$$

$$\text{b) } \hat{U}_A(\omega) = \hat{U}_R(\omega) = R \hat{I} = \frac{\hat{U}_E}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{R\omega C}\right)^2}}$$

Der Scheitelwert $\hat{U}_A(\omega)$ der Ausgangsspannung geht mit zunehmender Frequenz gegen \hat{U}_E , weil der Blindwiderstand des Kondensators gegen null geht.

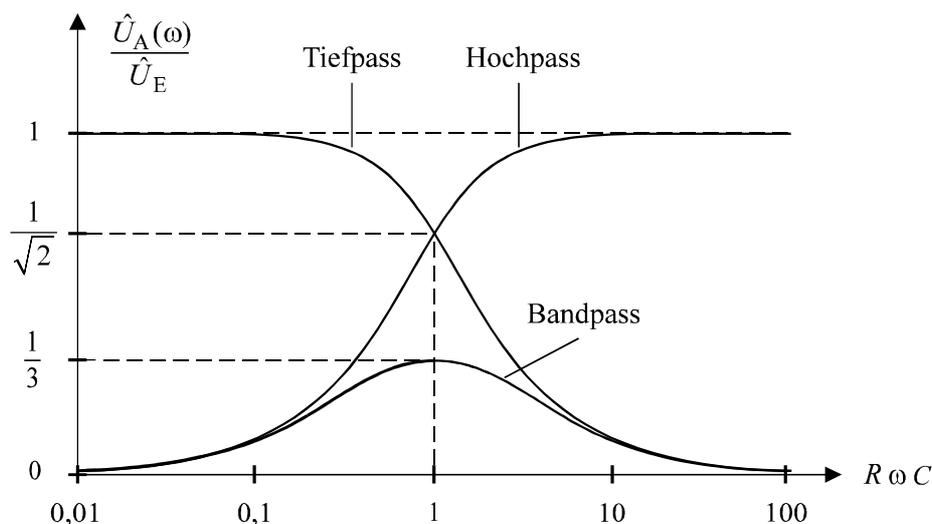


Abb. 1 Frequenzgang des Verhältnisses $\hat{U}_A(\omega)/\hat{U}_E$ von Ausgangs- zu Eingangsspannung für Tief-, Hoch- und Bandpass.

Auch hier wird die Grenzfrequenz ω_G durch die Beziehung $\hat{U}_A(\omega_G) = U_E / \sqrt{2}$ definiert:

$$\frac{1}{1 + \left(\frac{1}{R \omega_G C}\right)^2} = \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \omega_G = \frac{1}{R C}$$

c) Nach Gl. (24.6–24c) fließt durch den rechten Widerstand in Abb. 24.13–9c der Strom

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}_E \frac{1}{i \omega C}}{\left(R + \frac{1}{i \omega C}\right) \frac{1}{i \omega C} + \left(R + \frac{1}{i \omega C}\right) R + \frac{1}{i \omega C} R} = \frac{\underline{U}_E}{3 R + i \left(R^2 \omega C - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

$$\Rightarrow \quad \hat{U}_A(\omega) = R \hat{I}_R = \frac{\hat{U}_E}{\sqrt{9 + \left(R \omega C - \frac{1}{R \omega C}\right)^2}}$$

Für die Mittenfrequenz $\omega_M = 1/(R C)$ ist die Ausgangsspannung maximal mit

$$\hat{U}_A(\omega_M) = \frac{\hat{U}_E}{3}$$

24–9 Saugkreis und Sperrkreis

a) Nach Gl. (24.6–24c) ist der Strom durch den Widerstand R_3

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U} \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3} \quad (24.6–24c)$$

In dieser Aufgabe bedeutet das:

$$\begin{aligned} \underline{I}_3 &= \frac{\underline{U} \left(i \omega L + \frac{1}{i \omega C}\right)}{R_1 \left(i \omega L + \frac{1}{i \omega C}\right) + R_1 R_3 + \left(i \omega L + \frac{1}{i \omega C}\right) R_3} = \\ &= \frac{\underline{U}}{R_1 + R_3 - i \frac{R_1 R_3}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}} \end{aligned}$$

Daraus folgt

$$I_3(t) = \operatorname{Re}(\underline{I}_3(t)) = \frac{\hat{U} \cos(\omega t + \varphi)}{\sqrt{\left(R_1 + R_3\right)^2 + \left(\frac{R_1 R_3}{\omega L - 1/(\omega C)}\right)^2}} = \hat{I}_3(\omega) \cos(\omega t + \varphi)$$

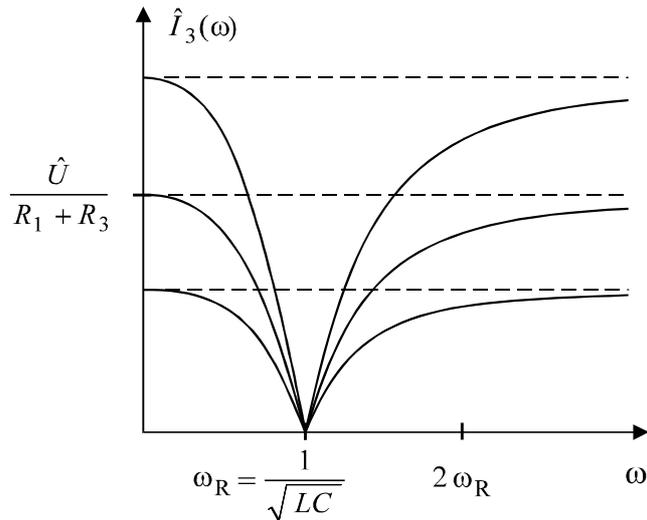


Abb. 1 $\hat{I}_3(\omega)$ für den Saugkreis. Bei der oberen Kurve ist R_3 am kleinsten, bei der unteren Kurve am größten.

mit
$$\tan \varphi = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} \frac{1}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}$$

Für die Resonanzfrequenz $\omega_R = 1/\sqrt{LC}$ ist $I_3(t) = 0$, weil die Spannungen an Spule und Kondensator entgegengesetzt gleich groß sind, so dass am Widerstand R_3 keine Spannung abfällt.

Kontrolle und Veranschaulichung:

- Die Einheiten sind richtig.
- Für $\omega \rightarrow 0$ und für $\omega \rightarrow \infty$ geht $\hat{I}_3(\omega) \rightarrow \hat{U}/(R_1 + R_3)$. Das ist verständlich, weil der Widerstand des Reihenschwingkreises in diesen Fällen gegen Unendlich geht.

b)
$$\underline{I}(t) = \frac{\underline{U}}{\frac{i\omega L \cdot \frac{1}{i\omega C}}{i\omega L + \frac{1}{i\omega C}} + R} = \frac{\underline{U}}{R + \frac{i}{\frac{1}{\omega L} - \omega C}}$$

$$\Rightarrow I(t) = \operatorname{Re}(\underline{I}(t)) = \frac{\hat{U}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}} \cos(\omega t - \varphi)$$

mit
$$\tan \varphi = \frac{1}{R} \frac{1}{\frac{1}{\omega L} - \omega C}$$

Für die Resonanzfrequenz $\omega_R = 1/\sqrt{LC}$ ist $I(t) = 0$, weil die Ströme durch Spule und Kondensator entgegengesetzt gleich groß sind, so dass kein Strom durch den Widerstand R fließt.

Kontrolle und Veranschaulichung:

- Die Einheiten sind richtig. Für $\omega \rightarrow 0$ und für $\omega \rightarrow \infty$ geht $\hat{I}(\omega) \rightarrow \hat{U}/R$.

30 Interferenz

30–10 Spektrales Auflösungsvermögen eines Gitters

a) Nach Gl. (30.2–2) und nach den Abbn. 30.2–2a/b liegen zwischen den Interferenz-Hauptmaxima $N-1$ Minima und $N-2$ Nebenmaxima. Wir definieren:

Für die Wellenlänge λ : $\alpha_m^{1.\text{Min}}$:= Winkel des ersten *Minimums* direkt oberhalb des Haupt-*Maximums* m -ter Ordnung

Für die Wellenlänge $\lambda + d\lambda$: α_m^{max} := Winkel des Hauptmaximums m -ter Ordnung

Laut Erfahrung sind die m -ten Hauptmaxima der beiden benachbarten Wellenlängen gerade noch getrennt wahrnehmbar, wenn gilt:

$$\sin \alpha_m^{1.\text{Min}} = \left(m + \frac{1}{N} \right) \frac{\lambda}{d} \stackrel{!}{=} \sin \alpha_m^{\text{max}} = m \frac{\lambda + d\lambda}{d}$$

In der runden Klammer wird $1/N$ zu m addiert, weil die Breite der $N-2$ Nebenmaxima und die halbe Breite der Hauptmaxima gleich groß sind (siehe hierzu auch unbedingt Gl. (1) in Aufgabe 30–2 und die Abb. 30.2–2a/b).

$$\Rightarrow A_{\text{Spekt}} = \frac{\lambda}{d\lambda} = mN \quad (1)$$

Das spektrale Auflösungsvermögen ist proportional zur Ordnung m und erwartungsgemäß proportional zur Zahl N der Spalte. Die erste Proportionalität wird durch Abb. 30.9–4 verdeutlicht: Danach wächst der Abstand der Interferenzmaxima linear mit der Ordnung m .

Natürlich gelten die Gl. (30.2–2) für das Interferenzmuster $I(\alpha)$ und die vorangehende Gl. (1) nur dann, wenn der auf das Gitter einfallende Strahl so breit ist, dass alle N Spalte *vollständig* kohärent ausgeleuchtet werden.

b) Für die Interferenzmaxima gilt:

$$\sin \alpha_m^{\text{max}} = m \frac{\lambda}{d} = m \frac{588,9936 \text{ nm}}{6,6 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \approx m \cdot 0,88 \quad (2)$$

Wegen $\sin \alpha \leq 1$ treten nur die Interferenzmaxima nullter und erster Ordnung auf. Da im Interferenzmaximum nullter Ordnung alle Farben zusammenfallen, müssen wir das Maximum erster Ordnung betrachten: $m = 1$. Aus Gl. (1) folgt für $m = 1$:

$$d\lambda = \frac{\lambda}{N} = \frac{588,9936 \text{ nm}}{1500 \cdot 80} \approx 0,0049 \text{ nm} < \lambda_2 - \lambda_1 = 0,5967 \text{ nm}$$

Die beiden Wellenlängen können mit dem Gitter aufgelöst werden.

Bemerkung: Das Auflösungsvermögen $A_{\text{Spekt}} = mN$ lässt sich steigern, indem man mit einer höheren Ordnung m arbeitet oder die Zahl N der Spalte vergrößert. Eine Erhöhung von m ist aber nur möglich, solange

$\sin \alpha_m^{\max}$ kleiner als Eins bleibt. Bei unserem Gitter ist $m = 2$ nicht möglich. Nur die Zunahme der Zahl N der beleuchteten Spalte führt zu einer Steigerung von A_{Spek} . Es gibt Gitter mit $N > 10^5$.

30–16 Interferenz bei schiefem Einfall auf ein Gitter

a) Die Bedingung für Interferenzmaxima lautet

$$d (\sin \alpha + \sin \beta) = m \lambda \quad \Leftrightarrow \quad \lambda = \frac{d}{m} (\sin \alpha + \sin \beta) \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1)$$

b) Die Fragestellung ist z. B. interessant fürs physikalische Praktikum: Das Spektrum einer Lichtquelle soll mit Interferenz am Gitter bestimmt werden. Wie groß ist der Fehler bei der Bestimmung der Wellenlänge, wenn das Gitter unbemerkt leicht verdreht wird?

Nach der unbemerkten Drehung des Gitters hat das waagrecht einfallende Licht den Winkel β gegenüber dem Gitter. Nach Abb. 1 lautet die Bedingung für Interferenzmaxima

$$d [\sin(\alpha - \beta) + \sin \beta] = m \lambda$$

Daraus folgt die Wellenlänge des Lichtes, das in der Richtung α das m -te Interferenzmaximum hat, zu

$$\lambda = \frac{d}{m} [\sin(\alpha - \beta) + \sin \beta]$$

Wenn der Praktikant nicht bemerkt hat, dass das Gitter um den Winkel β gedreht wurde, dann berechnet er die Wellenlänge mit der üblichen, hier aber falschen Gl.

$$\lambda_{\text{berechnet}} = \frac{d}{m} \sin \alpha \quad m = 0, \pm 1, \dots$$

Folglich tritt bei der Messung folgender Fehler auf:

$$\begin{aligned} \Delta \lambda &= \frac{d}{m} [\sin \alpha - \{ \sin(\alpha - \beta) + \sin \beta \}] = \\ &= \frac{d}{m} (\sin \alpha - \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta - \sin \beta) \stackrel{\beta \ll 1}{=} \\ &\approx \frac{d}{m} (\cos \alpha - 1) \beta = \frac{\lambda_{\text{berechnet}}}{\sin \alpha} (\cos \alpha - 1) \beta \end{aligned}$$

Der Winkel β muss im Bogenmaß – nicht im Winkelmaß – angegeben werden. Für $\alpha = 20^\circ$ und $\beta = 0,0175 \text{ rad} \hat{=} 1^\circ$ ist der relative Fehler $\Delta \lambda / \lambda_{\text{berechnet}} = -3,1 \cdot 10^{-3}$. Dieser Fehler ist relativ groß, da Wellenlängen am Gitter im Praktikum mit unter 1% Genauigkeit gemessen werden.

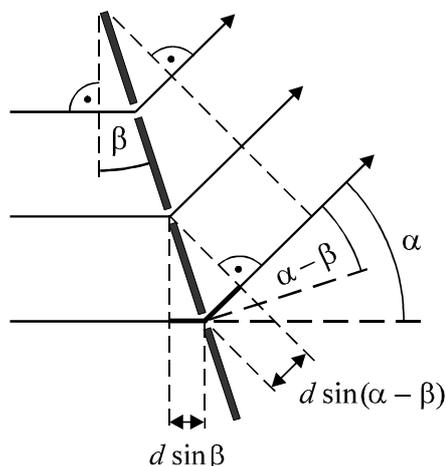


Abb. 1 Das Gitter wurde um den kleinen Winkel β gedreht. β wird hier übertrieben groß dargestellt.