

Aufgaben

Übungsaufgabe Kapitel 1

Was ist damit gemeint, wenn im Wetterbericht eine Regenwahrscheinlichkeit (oder ein Regenrisiko) von 70 Prozent für einen bestimmten Ort an einem bestimmten Tag angekündigt wird?

Wahrscheinlichkeitsrechnung für Dummies

Übungsaufgabe Kapitel 2

Aus der Buchstabenmenge {e, r, s, t, i} werden auf gut Glück zwei Buchstaben nacheinander ohne Zurücklegen gezogen und zu einem »Wort« zusammengesetzt.

1. Welche möglichen Ergebnisse könnten Sie erhalten, beziehungsweise wie lautet der Ergebnisraum?
2. Ein Ereignis ist definiert als eine Teilmenge des Ergebnisraums. Geben Sie für den obigen Ergebnisraum drei Beispiele für Ereignisse an.
3. Angenommen, Sie definieren zwei Ereignisse A und B folgendermaßen:

A : »Alle Wörter, die einen Vokal enthalten«

B : »Alle Wörter, die mit »r« beginnen«

- a) Notieren Sie für A und B jeweils die Menge der enthaltenen Ergebnisse

$A = \{ \quad \quad \quad \}$

$B = \{ \quad \quad \quad \}$

- b) Wie lauten die jeweiligen Gegenereignisse?
- c) Wie lauten die Schnittmenge und die Vereinigungsmenge von A und B ?
- d) Wie groß ist bei einmaligem Ziehen von zwei Buchstaben die Wahrscheinlichkeit für
 - ✓ Ereignis A und für dessen Gegenereignis,
 - ✓ Ereignis B und für dessen Gegenereignis,
 - ✓ das Ziehen eines Elements der Schnittmenge von A und B ,
 - ✓ das Ziehen eines Elements der Vereinigungsmenge von A und B ,
 - ✓ das Ziehen eines Wortes mit der Struktur Konsonant-Vokal?

Aufgaben

Übungsaufgabe Kapitel 3

Stellen Sie sich vor, ein Verein will einen Ausflug organisieren. Damit die Arbeit nicht immer an denselben Leuten hängen bleibt, hat man sich entschieden, per Losverfahren ein 3-köpfiges Organisationskomitee zu bestimmen, das die Aufgaben unter sich aufteilt. Der Verein besteht aus 15 Mitgliedern (ja, so kleine Vereine gibt es wirklich!), darunter sind 6 Männer und 9 Frauen.

1. Bestimmen Sie mithilfe eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit dafür, dass
 - a) die Männer im Komitee in der Mehrzahl sind
 - b) die Frauen im Komitee in der Mehrzahl sind
2. Es sei nun A die Menge der Komiteemitglieder und B die Menge der Frauen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein beliebiges Vereinsmitglied der Menge angehört, die durch folgende Formel dargestellt wird: $(A \cap B^c)^c \cup (A^c \cap B)^c$?
3. Angenommen, die dritte ins Komitee geloste Person ist eine Frau. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass die erste ins Komitee geloste Person ein Mann war? (Hinweis: Hier können Sie die Multiplikationsregel verwenden.)

Wahrscheinlichkeitsrechnung für Dummies

Übungsaufgaben Kapitel 4

Ein Autohaus verkauft ausschließlich Fahrzeuge des Herstellers *X* und möchte feststellen, inwieweit Führerscheinneulinge bei der Entscheidung zum Kauf eines Fahrzeugs unter dem Einfluss ihrer Eltern stehen. Das Autohaus hätte natürlich gerne, dass die Kinder ihrer Kunden dem Fabrikat ihrer Eltern treu bleiben und die Kinder von Kunden anderer Hersteller sich von der Qualität der Marke *X* überzeugen lassen. Daher interessiert sich das Management für die Frage, wie stark der Einfluss der Eltern auf die Kaufentscheidung der Kinder ist. Eine zu diesem Zweck in Auftrag gegebene Untersuchung hat Folgendes ergeben:

Insgesamt wurden 180 Kunden – das heißt Kinder – und deren Familien befragt. In 120 Fällen besaßen die Eltern einen Wagen der Marke *X*, 60 vertrauten auf einen anderen Hersteller. 95 der Kinder aus »*X*-Familien« kauften sich das gleiche Fabrikat wie die Eltern, die übrigen entschieden sich für ein anderes. Bei den 60 »Nicht-*X*-Familien« entschieden sich 15 Kinder für die Marke *X*.

Erstellen Sie eine Kontingenztafel, um herauszufinden, wie stark der Einfluss der Eltern bei der Kaufentscheidung für die Marke *X* und wie groß der Einfluss der Marke selbst ist.

Aufgaben

Übungsaufgabe Kapitel 5

Der Kader der Fußballmannschaft von Borussia Dortmund in der Saison 2010/11 bestand aus 28 Spielern, darunter 3 Torhüter, 9 Verteidiger, 10 Mittelfeldspieler und 6 Stürmer.

1. Wie viele Mannschaftsaufstellungen (zur Erinnerung: pro Mannschaft 11 Spieler) wären möglich, wenn jeder Spieler auf jeder Position eingesetzt werden könnte?
2. Die Zahl der halbwegs vernünftigen Aufstellungen ist natürlich viel geringer. Angenommen, der Trainer entscheidet sich für eine 4-5-1-Formation, das heißt 4 defensive Spieler, 5 Mittelfeldspieler und 1 Stürmer. Aus wie vielen möglichen Mannschaftsaufstellungen kann der Trainer jetzt wählen (vernachlässigen Sie die Frage, ob der Spieler rechts, links oder in der Mitte steht)?
3. Beim Spiel von Borussia Dortmund gegen Bayer 04 Leverkusen am 14.01.2011 trat Dortmund mit einer 4-5-1 Aufstellung an, während Leverkusen eine 4-4-2-Aufstellung wählte. Im Kader von Leverkusen befanden sich 4 Torhüter, 8 Verteidiger, 9 Mittelfeldspieler und 3 Stürmer.

Wenn also gesagt wird, Dortmund spiele gegen Leverkusen, dann handelt es sich tatsächlich um eine sehr ungenaue Sammelbezeichnung. Wie viele Begegnungen von Mannschaftsaufstellungen wären denn maximal möglich? Schätzen Sie, bevor Sie rechnen.

Wahrscheinlichkeitsrechnung für Dummies

Übungsaufgabe Kapitel 6

Um im deutschen Lotto den Jackpot zu knacken, müssen Sie nicht nur die richtigen 6 aus 49 Zahlen tippen, sondern auch noch die korrekte Superzahl auf dem Los stehen haben. Bei der Superzahl handelt es sich um eine Ziffer von 0 bis 9, die nur dann zum Tragen kommt, wenn Sie ohnehin schon 6 Richtige haben.

1. Wie groß ist (statistisch gesehen) die Chance, an den Jackpot zu kommen?
2. Realistischer als das Knacken des Jackpots ist das Hoffen auf 3 Richtige. Wie stehen denn hier die Chancen, das heißt, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter 6 gezogenen Zahlen genau 3 befinden, die Sie angekreuzt haben?



Falls Sie bei Aufgabe 2 nicht sofort die zündende Idee haben, überlegen Sie sich zuerst einmal, wie Sie die Möglichkeiten für 5 Richtige berechnen würden, und tasten sich dann in Richtung 3 Richtige vor.

Übungsaufgabe Kapitel 7

Stellen Sie sich vor, Sie seien mit einem Freund zusammen zu einer Party gefahren. Es ist 22:00 Uhr, Sie langweilen sich und würden lieber an einem ungestörten Ort etwas Mathematik betreiben, doch Ihr Freund ist einem skrupellosen Glücksspieler in die Hände gefallen und amüsiert sich köstlich. Da Sie beide gemeinsam mit dem Auto gekommen sind, zögern Sie, die Party alleine zu verlassen. Da macht Ihnen Ihr Freund einen Vorschlag: »Ich gehe erst, wenn ich meine letzten 10 € entweder verdoppelt oder verloren habe, du kannst schon gehen und mich ja dann abholen ...« Und widmet sich wieder dem Spiel.

Die Spielregeln sind folgende: Es wird mit drei Würfeln gewürfelt. Erscheinen zwei gleiche Zahlen, gewinnt man einen Euro, erscheinen drei verschiedene Zahlen, verliert man einen Euro, erscheinen drei gleiche Zahlen gewinnt man vier Euro.

1. Sie verlassen die Party und überlegen sich, gegen wie viel Uhr Sie wohl realistischerweise wieder zurückkommen sollten, wenn Sie davon ausgehen, dass ein Spiel etwa 15 Sekunden dauert. Dazu gehen Sie folgendermaßen vor:
 - a) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Zufallsvariable, die den Gewinn, beziehungsweise Verlust für ein einzelnes Spiel angibt.
 - b) Bestimmen Sie den Erwartungswert.
 - c) Schließen Sie aus dem Erwartungswert auf die gesamte Spieldauer.
2. Weil das Ganze offensichtlich etwas dauert, haben Sie noch Zeit, sich zu überlegen, wie groß unter diesen Regeln wohl die Wahrscheinlichkeit ist, bei einem einzelnen Spiel auf der Gewinnerseite zu stehen, und wie groß Varianz und Standardabweichung wohl sein mögen.

Wahrscheinlichkeitsrechnung für Dummies

Übungsaufgabe Kapitel 8

Angenommen, Sie sind Türsteher in einem Lokal und es soll ein Konzert stattfinden. Es ist zu erwarten, dass der Laden brummt, und deswegen schärft Ihnen der Inhaber ein, besonders auf der Hut vor Leuten zu sein, die sich kostenlosen Eintritt verschaffen wollen. So behaupten sie gerne am Ende der Pause, sie hätten ihr Ticket im Lokal liegen lassen, als sie für eine Zigarettenpause nach draußen gingen, während sie tatsächlich überhaupt kein Ticket besitzen und sich lediglich kostenlosen Einlass erswindeln wollen. Durch eine interne Untersuchung hat der Inhaber festgestellt, dass 25 Prozent der Leute, die in der Pause vor die Tür gehen, ihr Ticket im Lokal liegen lassen.

1. An diese Worte müssen Sie denken, als Sie während der Konzertpause an der Eingangstür mit sieben Leuten diskutieren, von denen vier behaupten, sie hätten ihre Karten im Lokal liegen lassen. Sie müssen nun entscheiden, was Sie mit den schwarzen Schafen anstellen.
2. Das Ergebnis Ihrer Berechnungen hat Ihnen die Gruppe suspekt gemacht und Sie verweigern den vier schwarzen Schafen den Zutritt mit Verweis auf die Binomialverteilung. Interessanterweise macht Ihre Argumentation jedoch keinen Eindruck auf die Musikliebhaber, die Sie weiter bedrängen, ihnen doch Eintritt zu gewähren. Darum müssen Sie zu härteren Argumenten greifen: Sie berechnen

- ✓ den Erwartungswert, sowie
- ✓ die Varianz und
- ✓ die Standardabweichung

... und hoffen auf die Magie der Zahlen.

Aufgaben

Übungsaufgabe Kapitel 9

Eines der Anwendungsfelder, in denen die Normalverteilung recht genaue Modelle liefert, liegt in der statistischen Erfassung großer Bevölkerungsgruppen im Hinblick auf stetige oder fast stetige Variablen. So folgt die Verteilung des Größenwachstums einer Population ziemlich genau der Normalverteilung. Machen Sie sich das an folgendem Beispiel klar:

1. Von Napoleon Bonaparte wird gerne als dem »kleinen Korsen« gesprochen. Dass er Korse war, bezweifelt wohl kaum jemand, aber über seine Körpergröße sind recht unterschiedliche Angaben im Umlauf, die wahrscheinlich in Umrechnungsfehlern begründet liegen. Nach Angabe seines Kammerdieners und einer Vermessung durch General Gourgaud soll seine Körpergröße bei knapp 1,69 m gelegen haben. Einer statistischen Untersuchung zufolge betrug im Jahre 1835 die Durchschnittsgröße französischer Rekruten 1,62 m. Mit welcher Wahrscheinlichkeit traf Napoleon also auf einen Soldaten, der größer war als er selbst, wenn man von einer Standardabweichung von 7,1 cm ausgeht?
2. Laut Mikrozensus beträgt die durchschnittliche Körpergröße von Männern in Deutschland 1,78 m bei einer Standardabweichung von 7,4 cm, die von Frauen 1,65 m bei einer Standardabweichung von 6,5 cm. Wie groß muss man jeweils sein, um zu den größten 25 Prozent zu gehören?

Wahrscheinlichkeitsrechnung für Dummies

Übungsaufgabe Kapitel 10

Stellen Sie sich vor, Sie müssten für einen Tag in einer Imbissbude aushelfen. Gegen Ende Ihrer Schicht stellen Sie fest, dass noch 60 Bratwürste übrig sind, die Sie noch unbedingt verkaufen wollen. Allerdings haben Sie nur noch Senf für zehn Portionen. Aus Ihren Beobachtungen wissen Sie, dass die Kunden heutzutage sowieso lieber Ketchup möchten und nur eine Minderheit von 20 Prozent der Kunden nach Senf verlangt.

1. Können Sie in diesem Fall die Normalverteilung anwenden? Weshalb?
2. Lohnt es sich, noch Senf nachzukaufen?

Aufgaben

Übungsaufgabe Kapitel 11

Ein Filmteam sucht 20 männliche Komparsen unter den 120 Abiturienten eines Gymnasiums. Einzige Voraussetzung: Die Bewerber müssen mindestens 1,85 m groß sein. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man alle 20 Plätze besetzen kann, wenn die durchschnittliche Körpergröße von 18–20-Jährigen 1,81 m beträgt bei einer Standardabweichung von 7,4 cm (laut Mikrozensus 2009)? (Hinweis: p , den Anteil junger Männer größer oder gleich 1,85 m unter den Abiturienten, müssen Sie mithilfe der Z -Tabelle selbst schätzen.)

Wahrscheinlichkeitsrechnung für Dummies

Übungsaufgabe Kapitel 12

Eine Firma stellt Schokoladentafeln à 100 Gramm her und möchte sicherstellen, dass die Schokoladenmenge pro Tafel nicht zu stark variiert. Deswegen hat man eine Toleranzgrenze von ± 1 Gramm pro Tafel festgelegt, die aufgrund der Produktionsweise unter 200 Tafeln nur einmal überschritten werden dürfte. Doch irgendetwas lief schief mit der Qualitätskontrolle, deswegen hat man Sie engagiert, um das Problem ausfindig zu machen. Um sicherzustellen, dass die Maschinen korrekt arbeiten, entnahm man nämlich bislang von Zeit zu Zeit Stichproben von 100 Tafeln zur Wiegung. Man wollte gerne zu 95 Prozent sicher sein, dass die Schokoladentafeln den Standards genügen.

1. Ist das realistisch? Welches Konfidenzintervall müssten Sie dafür zugrunde legen? Was könnte man tun, um die Fehlergrenze auf 0,1 Prozent zu senken?
2. In der letzten Stichprobe (die auf Ihren Vorschlag hin vergrößert wurde: $n = 20.000$) fanden sich 130 Tafeln, die außerhalb des Toleranzbereichs lagen. Sollte man jetzt die Maschinen abschalten und überprüfen lassen, wenn man eine Signifikanzstufe von zwei Prozent zugrunde legt?

Aufgaben

Übungsaufgabe Kapitel 13

Pro Jahr stürzen schätzungsweise 21.000 Meteoriten mit einem Gewicht größer als 100 Gramm irgendwo auf die 510 Millionen km^2 große Erdoberfläche.

1. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass in diesem Jahr acht solcher Meteoriten auf Deutschland (Fläche etwa 360.000 km^2) fallen?
2. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass pro Jahr mehr als 25 derartige Meteoriten auf Deutschland fallen?
3. Alle 30 Sekunden treten sogenannte Mikrometeoriten in der Größe weniger Millimeter in die Atmosphäre ein, wo sie schmelzen oder verglühen und als Sternschnuppen sichtbar sind. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie in einer sternklaren Nacht zwischen 22:00 und 22:30 Uhr weniger als 20 Sternschnuppen sehen könnten (wenn Sie die Augen wirklich offenhielten)? (Hinweis: Gehen Sie davon aus, dass Sie die Hälfte des Himmels im Auge haben und dass das Auftreten von Sternschnuppen zufällig geschieht.)

Wahrscheinlichkeitsrechnung für Dummies

Übungsaufgabe Kapitel 14

In Deutschland beträgt das Verhältnis von Jungen- zu Mädchengeburten 105,76 zu 100. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für ein Paar, nach vier Jungen das erste Mädchen auf die Welt zu bringen? Berechnen Sie auch die Varianz und die Standardabweichung.

Aufgaben

Übungsaufgabe Kapitel 15

Laut einer Studie haben selbst erfahrene Personalchefs nur eine Trefferquote von 45 Prozent, wenn es darum geht, das zukünftige Verhalten von Stellenbewerbern einzuschätzen. Das heißt, weniger als die Hälfte der Neueinstellungen erweisen sich als ausreichend für die Stelle geeignet.

1. Wie groß ist in einem solchen Falle die Wahrscheinlichkeit, dass man fünf Neueinstellungen vornehmen muss, bis man genau drei geeignete Bewerber ausgewählt hat?
2. Wie viele Personen muss man unter den oben genannten Voraussetzungen durchschnittlich einstellen, um zehn geeignete Mitarbeiter zu finden?

Wahrscheinlichkeitsrechnung für Dummies

Übungsaufgabe Kapitel 16

Angenommen, Sie arbeiten in einem Obstgeschäft und Ihr Chef hat für die Qualitätskontrolle von Wassermelonen folgende Vorgehensweise ausgeknobelt:

Bei einer Lieferung von 100 Melonen wählt man zehn Stück aus, die man probeweise anschneidet. Befindet sich in der Stichprobe keine oder nur eine ungenießbare Melone, so nimmt man die Lieferung an. Befinden sich unter den zehn angeschnittenen Melonen mehr als zwei ungenießbare, dann schickt man die Ladung zurück. Befinden sich genau zwei ungenießbare darunter, entnimmt man noch eine weitere Probe von zehn Stück. Sollte unter diesen zehn Stück keine ungenießbaren sein, so wird die Ladung angenommen, sonst abgelehnt. Sie wissen aus Erfahrung, dass jahreszeitlich und transportbedingt etwa fünf Prozent der Melonen entsprechende Mängel aufweisen.

Wie antworten Sie, wenn Ihr Chef Sie nach Ihrer Meinung zu seinem Plan befragt? (Hinweis: Hier kommt die Multiplikationsregel aus Kapitel 2 wieder zum Einsatz.)

Aufgaben

Übungsaufgabe Kapitel 17

Angenommen, Sie haben den Verdacht, dass die Abfüllmenge Ihres Lieblingsmineralwassers pro Flasche geringen Schwankungen unterliegt. Eine Nachfrage beim Abfüller bestätigt Ihre Vermutung: Die Abfüllmenge schwankt zwischen 0,692 und 0,711 Liter pro Flasche, wobei die Wahrscheinlichkeiten gleichverteilt sind.

1. Wie groß sind Ihre Chancen, mehr als die auf dem Etikett angegebenen 0,7 Liter oder 700 Milliliter für Ihr Geld zu bekommen?
2. Berechnen Sie auch Erwartungswert und Standardabweichung.

Wahrscheinlichkeitsrechnung für Dummies

Übungsaufgabe Kapitel 18

Man schätzt, dass ein Handy in Deutschland eine Lebensdauer von etwa zwei Jahren hat.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie mit Ihrem Handy länger als drei Jahre glücklich sind?
2. Wie groß sind in diesem Falle Varianz und Standardabweichung?