Lösung Kapitel 2

$$
\begin{aligned}
&(-13+14)\cdot(-37-(45-36))\\
&=1\cdot(-37-45+36)\\
&=-37+36-45\\
&=-1-45\\
&=-46
\end{aligned}
$$

Lösung Kapitel 3

$$
\begin{aligned}
&\left(\frac{4}{7}+\frac{5}{3}-\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{7}\right):\frac{5}{9}\\
&=\left(\frac{4}{7}+\frac{5}{3}-\frac{8}{21}\right)\cdot\frac{9}{5}\\
&=\frac{36}{35}+3-\frac{24}{35}\\
&=3+\frac{36}{35}-\frac{24}{35}\\
&=3+\frac{12}{35}\\
&=3\frac{12}{35}
\end{aligned}
$$

Von Zeile 2 zu Zeile 3 können Sie vor dem Ausmultiplizieren zuerst kürzen. Dann erhalten Sie kleinere Zahlen.

Lösung Kapitel 4

$$\frac{\sqrt[3]{x^9y^7}\cdot\sqrt[4]{x^3y^5}}{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{2}{3}}\cdot x^4y^2}$$
$$=\frac{x^3y^{\frac{7}{3}}\cdot x^{\frac{3}{4}}y^{\frac{5}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}x^4y^{\frac{2}{3}}y^2}$$
$$=\frac{x^3x^{\frac{3}{4}}y^{\frac{7}{3}}y^{\frac{5}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}x^4y^{\frac{2}{3}}y^2}$$
$$=\frac{x^{\frac{15}{4}}y^{\frac{43}{12}}}{x^{\frac{9}{2}}y^{\frac{8}{3}}}$$
$$=x^{\frac{15}{4}-\frac{9}{2}}y^{\frac{43}{12}-\frac{8}{3}}$$
$$=x^{-\frac{3}{4}}y^{\frac{11}{12}}$$
$$=\frac{\sqrt[12]{y^{11}}}{\sqrt[4]{x^3}}$$

Lösung Kapitel 5

$$[(23+53)\cdot 7+3^3\cdot 4]:16$$
$$=[76\cdot 7+27\cdot 4]:16$$
$$=[532+108]:16$$
$$=640:16$$
$$=40$$

Lösung Kapitel 6

$$3a^2bc^4 \cdot 4ab^2c^3 + 2a^3bc^{\frac{3}{2}} : a^{-1}b^3c^{\frac{1}{2}} - \frac{3a^4b^2c}{4ab^2c^{-6}} - 11a^{-2}b^3c \cdot 2a^5c^6$$

$$= 12a^3b^3c^7 + 2a^3bc^{\frac{3}{2}} \cdot a^1b^{-3}c^{-\frac{1}{2}} - \frac{3}{4}a^4b^2c \cdot a^{-1}b^{-2}c^6 - 22a^3b^3c^7$$

$$= 12a^3b^3c^7 - 22a^3b^3c^7 + 2a^4b^{-2}c - \frac{3}{4}a^3c^7$$

$$= -10a^3b^3c^7 + 2a^4b^{-2}c - \frac{3}{4}a^3c^7$$

Lösung Kapitel 7

$$\frac{1260}{495}$$

$$= \frac{5 \cdot 252}{5 \cdot 99}$$

$$= \frac{5 \cdot 2 \cdot 126}{5 \cdot 3 \cdot 33}$$

$$= \frac{5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 63}{5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11}$$

$$= \frac{5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 21}{5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11}$$

$$= \frac{5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7}{5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11}$$

$$= \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7}{3^2 \cdot 5 \cdot 11}$$

$$= \frac{2^2 \cdot 7}{11}$$

$$= \frac{28}{11}$$

$$= 2\frac{6}{11}$$

Lösung Kapitel 8

$$\left(\sqrt{x^3y^2}+\sqrt{xy^3}\right)\cdot\left(\sqrt{xy^3}-\sqrt{x^2y^3}\right)$$
$$=\left(x^{\frac{3}{2}}y+x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}}\right)\cdot\left(x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}}-xy^{\frac{3}{2}}\right)$$
$$=x^{\frac{3}{2}}y\cdot x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}}-x^{\frac{3}{2}}y\cdot xy^{\frac{3}{2}}+x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}}\cdot x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}}-x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}}\cdot xy^{\frac{3}{2}}$$
$$=x^{\frac{3}{2}}\cdot x^{\frac{1}{2}}\cdot y\cdot y^{\frac{3}{2}}-x^{\frac{3}{2}}\cdot x\cdot y\cdot y^{\frac{3}{2}}+x^{\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{1}{2}}\cdot y^{\frac{3}{2}}\cdot y^{\frac{3}{2}}-x^{\frac{1}{2}}\cdot x\cdot y^{\frac{3}{2}}\cdot y^{\frac{3}{2}}$$
$$=x^2y^{\frac{5}{2}}-x^{\frac{5}{2}}y^{\frac{5}{2}}+xy^3-x^{\frac{3}{2}}y^3$$

Lösung Kapitel 9

$$35a^2b^3+20a^2bd^2+21b^2c^2d+12c^2d^3$$
$$=5a^2b\cdot(7b^2+4d^2)+3c^2d\cdot(7b^2+4d^2)$$
$$=(5a^2b+3c^2d)\cdot(7b^2+4d^2)$$

Lösung Kapitel 10

$20x^2-23x-21$

Bestimmen Sie alle Zahlenpaare, die miteinander multipliziert 20 ergeben:

$1\cdot 20 \quad 2\cdot 10 \quad 4\cdot 5$

Bestimmen Sie alle Zahlenpaare, die miteinander multipliziert 21 ergeben:

$1\cdot 21 \quad 3\cdot 7$

Sehen Sie sich das Vorzeichen von *c* und die Zahlenpaare der beiden vorangegangenen Schritte an:

–21 ist negativ. Die Differenz der Produkte von 5 und 7 und von 4 und 3 ergibt 23:

$5\cdot 7-4\cdot 3=35-12=23$

Ordnen Sie diese Werte als Binome an:

$(5x\,\square\,3)(4x\,\square\,7)$

Wählen Sie die richtigen Vorzeichen. Der dritte Term ist negativ (–21), also muss es ein + und ein – geben. Da der zweite Term ebenfalls negativ ist ($-23x$), muss das – dort stehen, wo der größere Term entsteht, also vor der 7.

$(5x + 3)(4x - 7)$

Lösung Kapitel 11

$216x^3y^6 + 27a^9b^3$

Das Ergebnis des Faktorisierens der Summe zweier Kubikzahlen besteht aus einem Binom und einem Trinom. Das Vorzeichen zwischen den beiden Kubikwurzeln ist das gleiche wie in dem zu faktorisierenden Term, also $(6xy^2 + 3a^3b)$. Die Quadrate in dem Trinom sind positiv, während das Vorzeichen des mittleren Terms negativ wird, also $(36x^2y^4 - 18a^3bxy^2 + 9a^6b^2)$. Zusammengesetzt ergibt dies:

$= (6xy^2 + 3a^3b)(36x^2y^4 - 18a^3bxy^2 + 9a^6b^2)$

Lösung Kapitel 12

$x = 956{,}25 : 765$

$x = 1{,}25$

Ein Los kostete 1,25 €.

Lösung Kapitel 13

$$\left[5\cdot(x-3)+7\cdot\left(\frac{x^2}{x}+2\right)\right]\cdot 3=\left[3x+4\cdot(2x+1)\right]\cdot 2$$

Kümmern Sie sich zuerst um die inneren Klammern:

$$[5x-15+7\cdot(x+2)]\cdot 3=[3x+8x+4]\cdot 2$$
$$[5x-15+7x+14]\cdot 3=[3x+8x+4]\cdot 2$$
$$[12x-1]\cdot 3=[11x+4]\cdot 2$$

Kümmern Sie sich nun um die äußeren Klammern:

$$36x-3=22x+8$$

Addieren Sie zu jeder Seite 3 und –22x:

$$14x = 11$$

Dividieren Sie beide Seiten durch 14:

$$x = \frac{11}{14}$$

Lösung Kapitel 14

$$12x^2 + 49x - 13 = 0$$

$$x_1 = \frac{-49 + \sqrt{49^2 - 4 \cdot 12 \cdot (-13)}}{2 \cdot 12}$$

$$x_1 = \frac{-49 + \sqrt{2401 + 624}}{24}$$

$$x_1 = \frac{-49 + \sqrt{3025}}{24}$$

$$x_1 = \frac{-49 + 55}{24}$$

$$x_1 = \frac{6}{24}$$

$$x_1 = \frac{1}{4}$$

und

$$x_2 = \frac{-49 - \sqrt{49^2 - 4 \cdot 12 \cdot (-13)}}{2 \cdot 12}$$

$$x_2 = \frac{-49 - \sqrt{2401 + 624}}{24}$$

$$x_2 = \frac{-49 - \sqrt{3025}}{24}$$

$$x_2 = \frac{-49 - 55}{24}$$

$$x_2 = \frac{-104}{24}$$

$$x_2 = \frac{-13}{3}$$

$$x_2 = -4\frac{1}{3}$$

Lösung Kapitel 15

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

Schreiben Sie die Gleichung in der Form einer quadratischen Gleichung, indem Sie die Exponenten durch 2 und 1 ersetzen:

$$z^2 - 13z + 36 = 0$$

Lösen Sie die quadratische Gleichung mithilfe der abc-Formel:

$$z_1 = \frac{13 + \sqrt{13^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2 \cdot 1}$$

$$z_1 = \frac{13 + \sqrt{169 - 144}}{2}$$

$$z_1 = \frac{13 + \sqrt{25}}{2}$$

$$z_1 = \frac{13 + 5}{2}$$

$$z_1 = 9$$

und

$$z_2 = \frac{13 - \sqrt{13^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2 \cdot 1}$$

$$z_2 = \frac{13 - \sqrt{169 - 144}}{2}$$

$$z_2 = \frac{13 - \sqrt{25}}{2}$$

$$z_2 = \frac{13 - 5}{2}$$

$$z_2 = 4$$

Das ergibt folgende Gleichung:

$$(z - 9)(z - 4) = 0$$

Ersetzen Sie nun wieder die Variable z durch x^2:

$$(x^2 - 9)(x^2 - 4) = 0$$

Entweder gilt $(x^2 - 9) = 0$ oder $(x^2 - 4) = 0$.

Wenn $(x^2 - 9) = 0$ ist, dann ist $x^2 = 9$ und $x = \pm 3$.

Wenn $(x^2 - 4) = 0$ ist, dann ist $x^2 = 4$ und $x = \pm 2$.

Lösung Kapitel 16

Bestimmen Sie die Zahlen, die den Ausdruck gleich 0 setzen:

$x = -2, x = 2, x = 13$

Sortieren Sie die Zahlen aufsteigend und lassen Sie Platz für die Vorzeichen:

______________ –2 ______________ 2 ______________ 13 ______________

Suchen Sie sich nun beliebige Zahlen aus, die kleiner beziehungsweise größer als die Zahlen sind, die den Ausdruck gleich 0 setzen, und bestimmen Sie das Vorzeichen, wenn Sie diese Zahlen einsetzen.

Wenn $x = -3$, dann $(-3 + 2)(-3 - 2)(-3 - 13) = -1 \cdot (-5) \cdot (-16)$: negativ.

Wenn $x = 0$, dann $2 \cdot (-2) \cdot (-13)$: positiv.

Wenn $x = 3$, dann $(3 + 2)(3 - 2)(3 - 13) = 5 \cdot 1 \cdot (-10)$: negativ.

Wenn $x = 14$, dann $(14 + 2)(14 - 2)(14 - 13) = 16 \cdot 12 \cdot 1$: positiv.

Füllen Sie die Liste auf:

<u>negativ</u> –2 <u>positiv</u> 2 <u>negativ</u> 13 <u>positiv</u>

In der Lösungsmenge sind also alle Werte zwischen –2 und 2 und alle Werte größer als 13:

$-2 < x < 2$ oder $x > 13$

Lösung Kapitel 17

Anzahl Stäbchen Orchideendünger: $15 \cdot o$

Anzahl Stäbchen Nutzpflanzendünger: $(4 + 3) \cdot n = 7 \cdot n$

Anzahl Wochen: W

Anzahl Päckchen Dünger für eine bestimmte Anzahl von Wochen: $P = (15 \cdot o + 7 \cdot n) \cdot \frac{W}{12}$

Kosten für diese Anzahl an Päckchen: $K = P \cdot 3{,}20$

Für 12 Wochen brauchen Sie beispielsweise 15 Päckchen Orchideendünger und 7 Päckchen Nutzpflanzendünger, insgesamt also 22 Päckchen. Diese kosten insgesamt 70,40 €.

Lösung Kapitel 19

An den Schnittpunkten müssen sowohl die x-Werte als auch die y-Werte gleich sein. Deshalb können Sie den y-Wert der Parabel in die Geradengleichung einsetzen:

$$4x + 2(x^2 - 4) = 8$$

Lösen Sie die Klammer auf:

$$4x + 2x^2 - 8 = 8$$

Formen Sie die quadratische Gleichung um, sodass Sie die abc-Formel benutzen können:

$$2x^2 + 4x - 16 = 0$$

Benutzen Sie die abc-Formel, um die beiden x-Werte herauszufinden:

$$x_1 = \frac{-4 + \sqrt{4^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-16)}}{2 \cdot 2}$$

$$x_1 = \frac{-4 + \sqrt{16 + 128}}{4}$$

$$x_1 = \frac{-4 + \sqrt{144}}{4}$$

$$x_1 = \frac{-4 + 12}{4}$$

$$x_1 = 2$$

und

$$x_2 = \frac{-4 - \sqrt{4^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-16)}}{2 \cdot 2}$$

$$x_2 = \frac{-4 - \sqrt{16 + 128}}{4}$$

$$x_2 = \frac{-4 - \sqrt{144}}{4}$$

$$x_2 = \frac{-4 - 12}{4}$$

$$x_2 = -4$$

Setzen Sie die beiden x-Werte in eine der beiden Gleichungen ein, um die zugehörigen y-Werte zu berechnen:

$y_1 = 2^2 - 4 = 0$

und

$y_2 = (-4)^2 - 4 = 12$

Die beiden Schnittpunkte liegen also bei $(2|0)$ und $(-4|12)$.