

Auf einen Blick

Einleitung	19
Teil I: Einmal ganz von vorne	25
Kapitel 1: Sich zum Rechnen rüsten	27
Kapitel 2: Vorzeichen erkennen: Positive und negative Zahlen	39
Kapitel 3: Brüche begreifen und mit Dezimalzahlen klarkommen	53
Kapitel 4: Exponenten entdecken und Wurzeln würdigen	69
Kapitel 5: In richtiger Reihenfolge rechnen und Lösungen überprüfen	83
Kapitel 6: Sich zum Rechnen rüsten	93
Teil II: Faktorisieren verstehen	105
Kapitel 7: Produktive Primzahlen	107
Kapitel 8: Geteilte Freude: Das Distributivgesetz	115
Kapitel 9: Faktorisieren im ersten Grad	135
Kapitel 10: Faktorisieren im zweiten Grad	145
Kapitel 11: Besonderes Faktorisieren	161
Teil III: Mit Gleichungen arbeiten	171
Kapitel 12: Mit linearen Gleichungen Bekanntschaft schließen	173
Kapitel 13: Lineare Gleichungen lösen	183
Kapitel 14: Mit quadratischen Gleichungen glänzen	203
Kapitel 15: Mit höhergradigen Gleichungen rechnen	223
Kapitel 16: Ungleichungen zum Ausgleich	243
Teil IV: Algebra anwenden	261
Kapitel 17: Folgenreiche Formeln	263
Kapitel 18: Textaufgaben für den Alltag	289
Kapitel 19: Visualisieren: Graphen	311
Teil V: Der Top-Ten-Teil	337
Kapitel 20: Zehn weitverbreitete Anfängerfehler	339
Kapitel 21: Zehn Möglichkeiten des Faktorisierens	343
Kapitel 22: Zehn Teilbarkeitsregeln	347
Kapitel 23: Zehn Schritte beim Lösen von Textaufgaben	351
Glossar	355
Stichwortverzeichnis	361



Inhaltsverzeichnis

Einleitung	19
Über dieses Buch	19
Konventionen in diesem Buch	20
Was Sie nicht lesen müssen	20
Törichte Annahme über den Leser	21
Wie dieses Buch aufgebaut ist	21
Teil I: Einmal ganz von vorne	21
Teil II: Faktorisieren verstehen	22
Teil III: Mit Gleichungen arbeiten	22
Teil IV: Algebra anwenden	22
Teil V: Der Top-Ten-Teil	22
Symbole, die in diesem Buch verwendet werden	23
Wie es weitergeht	23
TEIL I	
EINMAL GANZ VON VORNE	25
Kapitel 1	
Sich zum Rechnen rüsten	27
Mit den Grundlagen anfangen: Zahlen	28
Ganz reelle Zahlen	29
Auf natürliche Zahlen zählen	29
Volle und ganze Zahlen	29
Gerade und ungerade Zahlen	30
Vernünftig sein: Rationale Zahlen	30
Irrationale Zahlen zähmen	30
Variablen variieren	31
Algebra sprechen	31
Rechenarten unter der Lupe	32
Rechenzeichen entschlüsseln	33
Klammern	34
Beziehungen definieren	34
Mit Gegenteilen arbeiten	35
Nach den Regeln spielen	36
Kapitel 2	
Vorzeichen erkennen: Positive und negative Zahlen	39
(Vor-)Zeichen setzen	39
Positive Zahlen positionieren	40
Das Beste aus negativen Zahlen machen	40
Positives und Negatives vergleichen	41

12 Inhaltsverzeichnis

Die Null entdecken	42
Mit dem Rechnen loslegen	42
Binomisches Rechnen verstehen	42
Nicht-binomische Rechnungen kennenlernen	43
Mit Vorzeichen rechnen	44
Zahlen mit gleichen Vorzeichen verbinden	44
Unterschiedliche Vorzeichen addieren	45
Zahlen mit Vorzeichen subtrahieren	46
Zahlen mit Vorzeichen multiplizieren und dividieren	47
Rechnen mit nichts: Null und Vorzeichen	48
Assoziativ- und Kommutativgesetz	49
Rechnungen neu ordnen: Das Kommutativgesetz	49
Verbindungen: Das Assoziativgesetz	50
Kapitel 3	
Brüche begreifen und mit Dezimalzahlen klarkommen	53
Zahlen zerlegen und wieder zusammensetzen	53
Echte Brüche entdecken	54
Unechte Brüche kennenlernen	55
Es mit gemischten Zahlen aufnehmen	56
Kürzungen, wohin man blickt	56
Rechnen mit gleichwertigen Brüchen	56
Warum kleiner besser ist	57
Wenn sich nicht kürzen lässt	58
Gleichnamige Brüche	59
Gleiche Nenner finden	59
Mit unechten Brüchen arbeiten	61
Was Brüche alles können	61
Brüche addieren und subtrahieren	61
Brüche multiplizieren	63
Brüche dividieren	65
Mit Dezimalzahlen klarkommen	65
Brüche in Dezimalzahlen verwandeln	66
Dezimalzahlen in Brüche verwandeln	67
Kapitel 4	
Exponenten entdecken und Wurzeln würdigen	69
Gleiche Zahlen mit sich selbst multiplizieren	69
Potenzen schreiben	70
Exponenten vergleichen	71
Abstecher zur Exponentialschreibweise	72
Exponentielle Ausdrücke erforschen	73
Multiplizierte Exponenten	76
Geteilte Exponenten	77
Die Null als Exponent	77
Mit negativen Exponenten arbeiten	78
Potenzen potenzieren	79
Wurzeln verwurzeln	80

Kapitel 5
In richtiger Reihenfolge rechnen und Lösungen überprüfen. 83
 Rechnungen ordnen 83
 Mit Proben prüfen 88
 Sinnvolle erste Schritte 89
 Schritt zwei einsetzen 89
 Ergebnisse verständlich formulieren 90

Kapitel 6
Sich zum Rechnen rüsten 93
 Ein paar Einschränkungen einhalten 93
 Zahlen mit Buchstaben darstellen 94
 Faktoren und Koeffizienten anfügen 94
 Mathematisch werden 96
 Variablen addieren und subtrahieren 97
 Potenzen addieren und subtrahieren 98
 Variablen multiplizieren und dividieren 99
 Multiplizierte Variablen 99
 Geteilte Variablen 99
 Alles anwenden 101

TEIL II
FAKTORISIEREN VERSTEHEN 105

Kapitel 7
Produktive Primzahlen 107
 Das Wesentliche zu Anfang 107
 Sich mit zusammengesetzten Zahlen auseinandersetzen 109
 Primfaktorzerlegung ausschreiben 110
 Primfaktorzerlegung ergründen 111
 Primfaktoren bei der Arbeit 111
 Teiler finden 112

Kapitel 8
Geteilte Freude: Das Distributivgesetz 115
 Gerech verteilt 115
 Vorzeichen verteilen 117
 Positive Verteilung 118
 Negative Verteilung 118
 Verteilung mit Rollentausch 119
 Variablen ins Spiel bringen 120
 Negative Vorzeichen verteilen 122
 Negative Exponenten ergeben gebrochene Lösungen 123
 Arbeiten mit gebrochenen Exponenten 123
 Mehr als einen Term ausmultiplizieren 125
 Binome ausmultiplizieren 125
 Trinome ausmultiplizieren 127
 Polynom mal Polynom 127

14 Inhaltsverzeichnis

Besonders verteilt: Binomische Formeln	129
Binomische Formeln erkennen	129
Gleiche Terme – andere Vorzeichen	130
Die Differenz zwischen zwei Kubikzahlen finden	131
Die Summe von zwei Kubikzahlen finden	132
Kapitel 9	
Faktorisieren im ersten Grad	135
Faktorisieren	135
Mit Zahlen faktorisieren	135
Mit Variablen faktorisieren	138
Mit Zahlen und Variablen faktorisieren	139
Zusammenfassen	140
Kapitel 10	
Faktorisieren im zweiten Grad	145
Quadratische Terme kennenlernen	145
Große Zahlen zähmen	147
Jeder Term mit jedem Term	148
Auflösen leicht gemacht	148
Faktorisieren für Fortgeschrittene	153
Funktionen verschiedentlich faktorisieren	158
Kapitel 11	
Besonderes Faktorisieren	161
Brave Binome	161
Die Differenz zweier Quadrate faktorisieren	162
Die Differenz von Kubikzahlen faktorisieren	163
Die Summe von Kubikzahlen faktorisieren	165
An Trinomen und Größerem tüfteln	166
Terme zusammenfassen	167
Wissen, wann es genug ist	169
TEIL III	
MIT GLEICHUNGEN ARBEITEN	171
Kapitel 12	
Mit linearen Gleichungen Bekanntschaft schließen	173
Lösen mit der Division	173
Lösen mit der Multiplikation	175
Lösen mit dem Kehrwert	177
Gleichungen aufstellen	179
Einen Zweck finden	179
Lösungen auf ihren Sinn prüfen	180
Kapitel 13	
Lineare Gleichungen lösen	183
Ausgeglichene Gleichungen	183
Den Regeln folgen	184

Es sich einfach machen mit Vereinfachen	185
Verschachtelte Verhältnisse	186
Ausgleichende Addition	188
Addieren bevorzugt	189
Ausmultiplizieren bevorzugt	189
Verhältnismgleichungen	192
Über Kreuz multiplizieren	192
Aus Brüchen werden Verhältnismgleichungen	194
Brüche beibehalten	195
Variable Lösungen	198
Unmögliche Lösungen	200

**Kapitel 14
Mit quadratischen Gleichungen glänzen 203**

Sich für quadratische Gleichungen qualifizieren	204
Verwurzelte Lösungen quadratischer Gleichungen	206
Lösen durch Faktorisieren	208
Wunderbare Null	209
Größter gemeinsamer Teiler und Multiplikation mit null	210
Quadratische Gleichungen mit drei Termen	211
Quadratische Gleichungen anwenden	216
abc-Formel	218

**Kapitel 15
Mit höhergradigen Gleichungen rechnen 223**

Kubische Gleichungen kennenlernen	223
Gleichungen mit Kubikzahlen lösen	224
Lösen mit dem größten gemeinsamen Teiler	225
Kubische Ausdrücke zusammenfassen	227
Kubische Gleichungen mit ganzen Lösungen	228
Mit quadratischen Gleichungen zu höheren Potenzen	230
Entwurzelte Wurzeln	234
Beide Seiten quadrieren	234
Beide Seiten zweimal quadrieren	237
Das Horner-Schema	238
Ganzzahlige Lösungen	239
Gebrochene Lösungen	241

**Kapitel 16
Ungleichungen zum Ausgleich 243**

Rechnen mit Ungleichungen	244
Ungleichungen addieren und subtrahieren	244
Ungleichungen multiplizieren und dividieren	245
Lineare Ungleichungen lösen	246
Mit mehr als zwei Termen arbeiten	248
Quadratische Ungleichungen lösen	250
Ohne null weiterkommen	253
Mit mehr als zwei Faktoren arbeiten	253
Gebrochene Ungleichungen kennenlernen	255

16 Inhaltsverzeichnis

Beträge bewältigen	257
Betragsgleichungen lösen	257
Betragungleichungen lösen	259

TEIL IV ALGEBRA ANWENDEN 261

Kapitel 17 Folgenreiche Formeln 263

Gut bemessen	264
Wie lang etwas ist: Längeneinheiten	264
Der Satz des Pythagoras	264
Den Umfang ermitteln	266
Flächen finden: Inhalt	270
Rechtecke und Quadrate	270
Dreiecke	271
Kreise	273
Voll gefüllte Volumen	274
Prismen unter der Lupe	274
Zylinder zeichnen	275
Pyramiden bauen	276
Kegel kennenlernen	277
Perfekte Kugel	278
Entfernung, Geschwindigkeit, Zeit	278
Wie weit, wie schnell, wie lang	278
Auf Wasser anders messen	279
Zinsen und Prozent berechnen	280
Zinsen verzeichnen und verzinsen	281
Steuern und Rabatte beurteilen	283
Permutation und Kombination kennenlernen	284
Auf die Fakultät zählen	284
Kombination nutzen	285
Mit Permutation Ordnung schaffen	287
Eigene Formeln (er)finden	288

Kapitel 18 Textaufgaben für den Alltag 289

Textaufgaben lösen lernen	289
Mit Umfang, Fläche und Volumen loslegen	290
Umfassender Umfang	291
Faszinierende Flächeninhalte	292
Volle Volumen	294
Mischungsrechnungen aufmischen	298
Flüssigkeiten prozentual mischen	299
Feste Anteile vermengen	300
Zinsen zuordnen	300
Rechnen zahlt sich aus: Geld	302
Amerikanisches Geld in den Griff bekommen	302
Wer wie viel zahlt	302

Entfernungen ermitteln	304
Entfernung plus Entfernung	304
Gleiche Entfernungen	305
Rechtwinklige Dreiecke zurechtrücken	306
Die Höhe herausfinden	306
Die Entfernung erforschen	307
Kreise umrunden	308

Kapitel 19
Visualisieren: Graphen 311

Grafisch darstellen und verstehen	312
Graphen begreifen	313
Einen Punkt machen	314
Koordinaten koordinieren	314
Punkte richtig setzen	315
Geraden eintragen	316
Geradengleichungen grafisch darstellen	318
Schnittige Schnittpunkte	321
Stetige Steigungen	321
Steigungen bestimmen	323
Steigung und Schnittpunkt kombinieren	324
Die Punktsteigungsform grafisch umsetzen	326
Parallele und rechtwinklige Geraden konstruieren	327
Schnittpunkte zweier Geraden	328
Schnittpunkte grafisch finden	329
Schnittpunkte durch Substitution finden	330
Packende Parabeln	330
Normalparabeln kennenlernen	331
Den Scheitelpunkt auf eine Achse setzen	332
Verschieben und multiplizieren	333
Die allgemeingültige Form einer Parabel	334

TEIL V
DER TOP-TEN-TEIL 337

Kapitel 20
Zehn weitverbreitete Anfängerfehler 339

Binome quadrieren	339
Ausmultiplizieren	340
Brüche aufteilen	340
Wurzeln aufteilen	340
Reihenfolge von Rechnungen	340
Gebrochene Exponenten	341
Grundzahlen multiplizieren	341
Potenzen potenzieren	341
Brüche kürzen	342
Negative Exponenten	342

Kapitel 21	
Zehn Möglichkeiten des Faktorisierens	343
Zwei Terme mit einem ggT	343
Die Differenz zweier Quadrate	343
Die Differenz zweier Kubikzahlen	344
Die Summe zweier Kubikzahlen	344
Drei Terme mit einem ggT	344
Ein Trinom in zwei Binome faktorisieren	344
Am quadratischen Lösungsweg orientieren	344
Vier oder mehr Terme mit einem ggT	345
Vier oder mehr Terme zusammenfassen	345
Vier oder mehr Terme ungleich zusammenfassen	345
Kapitel 22	
Zehn Teilbarkeitsregeln	347
Teilbarkeit durch 2	347
Teilbarkeit durch 3	347
Teilbarkeit durch 4	348
Teilbarkeit durch 5	348
Teilbarkeit durch 6	348
Teilbarkeit durch 8	348
Teilbarkeit durch 9	349
Teilbarkeit durch 10	349
Teilbarkeit durch 11	349
Teilbarkeit durch 12	350
Kapitel 23	
Zehn Schritte beim Lösen von Textaufgaben	351
Eine Skizze zeichnen	351
Eine Liste erstellen	351
Variablen für Zahlen wählen	352
Wörter in Zeichen übersetzen	352
Den letzten Satz beachten	352
Eine Formel finden	353
Mit Ersetzungen vereinfachen	353
Eine Gleichung lösen	353
Den Sinn prüfen	353
Die Genauigkeit kontrollieren	353
Glossar	355
Stichwortverzeichnis	361