Stabpendel

Ein massiver Stab hängt an einer **sehr dünnen**, (nahezu) masselosen Stange und schwingt in der vertikalen x,y-Ebene **reibungsfrei** hin und her. Masse und Trägheitsmoment der Stange werden vernachlässigt.

Der Koordinatenursprung liegt im festen Drehpunkt der masselosen Stange.

Das Trägheitsmoment des massiven, aber relativ *dünnen* Stabes beträgt für Drehungen um den Schwerpunkt

$$I_S = \frac{m_{Stab}}{12} l_{Stab}^2$$

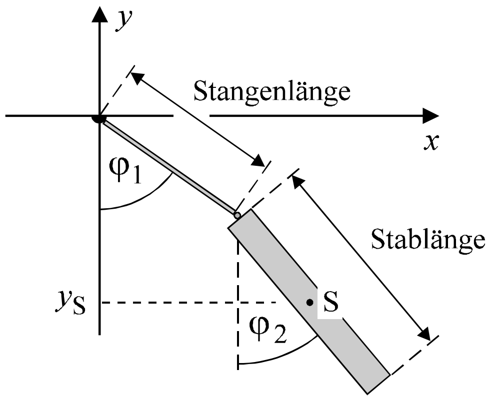

Abb. 1 Der massive Stab schwingt reibungsfrei und chaotisch in der x-y-Ebene.

Differentialgln. (abgekürzt Dgln.)

Die Lagrangefunktion lautet

$$L = \frac{m}{2}\left[l_1^2 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{I_A}{m} \dot{\varphi}_2^2 + l_{Stange}\, l_{Stab}\, \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \right]$$

$$+ m\, g \left(l_{Stange} \cos\varphi_1 + \frac{l_{Stab}}{2} \cos\varphi_2 \right)$$

mit $\quad I_A = I_S + m \frac{l_{Stab}^2}{4}$ (Satz von Steiner)

Daraus folgen die Dgln.:

$$l_{Stange}\, \ddot{\varphi}_1 + \frac{l_{Stab}}{2}\left[\ddot{\varphi}_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \dot{\varphi}_2^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) \right] + g \sin\varphi_1 = 0$$

$$\frac{2}{3} l_{Stab}\, \ddot{\varphi}_2 + l_{Stange}\left[\ddot{\varphi}_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - \dot{\varphi}_1^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) \right] + g \sin\varphi_2 = 0$$

Das System ist **chaotisch**.

Literatur

Literatur ist mir nicht bekannt.