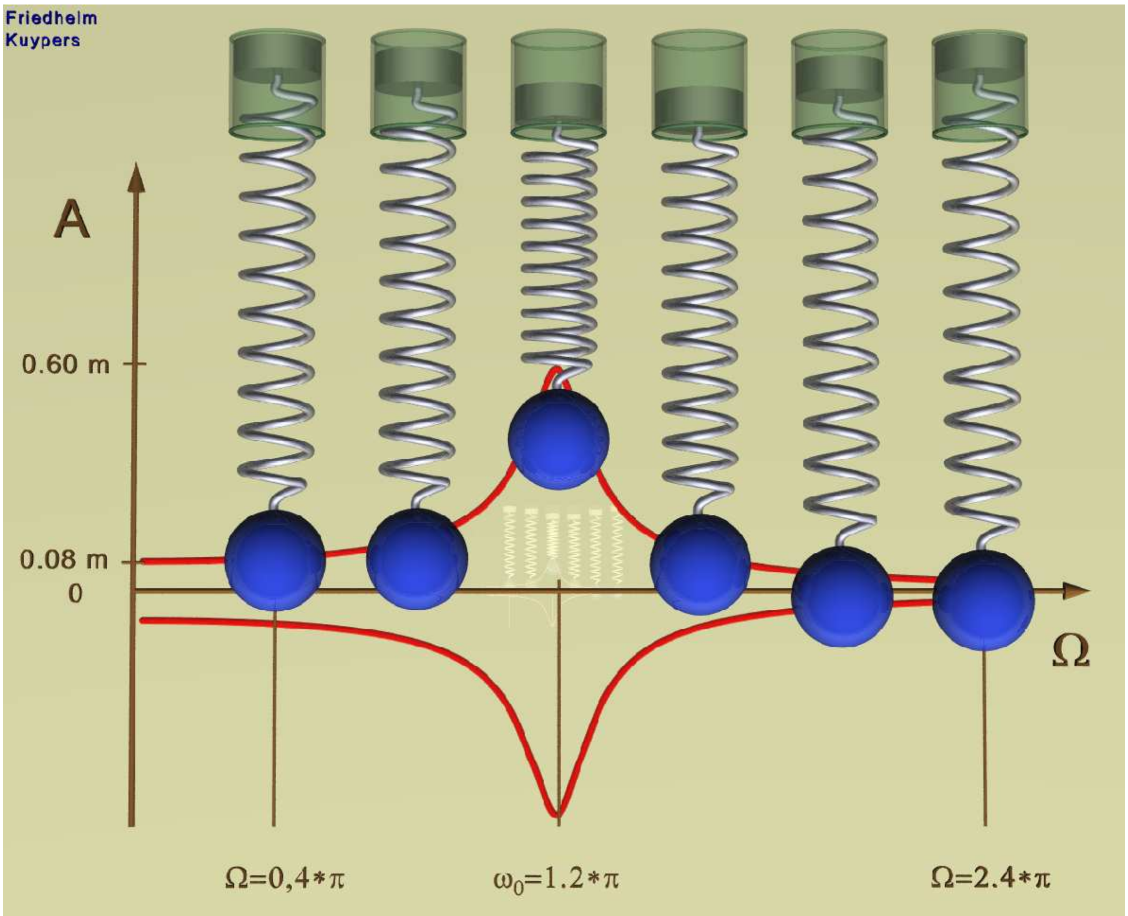

Abb. 1 Momentaufnahme einer POV-Ray-Animation. Hier werden die erzwungenen Schwingungen von sechs identischen, gedämpften harmonischen Oszillatoren animiert. (Die Dämpfer werden nicht dargestellt.) Anfangsbedingungen und Parameter (siehe Abb. 2) der 6 Oszillatoren lauten:

$$x_0 = 0 \qquad v_0 = 0 \qquad m = 100\,\mathrm{kg} \qquad D = 0 \qquad c = 50\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$$

$$D_{\mathrm{Anregg}} = 144 \cdot \pi^2\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \approx 1421{,}22\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \qquad u_0 = 0{,}08\,\mathrm{m} \qquad \alpha = 0$$

Die sechs antreibenden Kolben bewegen sich harmonisch auf und ab mit $x_K(t) = u_0 \sin(\Omega_n t)$. Die Erregerfrequenzen Ω_n lauten – in Übereinstimmung mit der Lage der Oszillatoren über der Ω-Achse:

$$\Omega_n = \frac{n}{3}\,\omega_0 \qquad \text{mit} \qquad \omega_0 = \sqrt{(D + D_{\mathrm{Anregg}})/m} = 1{,}2\,\pi\,\frac{1}{\mathrm{s}} \qquad (n = 1, 2, \ldots 6)$$

Der Film zeigt nach Abklingen der Einschwingung stationäre Schwingungen mit folgenden drei Eigenschaften:

- Die Amplituden $A(\Omega_n)$ der 6 Schwingungen sind zeitlich konstant.
- Jeder Oszillator schwingt mit der Frequenz Ω_n seiner Erregung.
- Jede Schwingung eilt der Schwingung $u_0 \sin(\Omega_n t)$ des oberen Fußpunktes der Feder um eine positive Phasenverschiebung $\varphi(\Omega_n)$ nach.

Aus diesen Beobachtungen folgt eindeutig der Ansatz für stationäre Schwingungen:

$$x_{\mathrm{stationär}}(t) = A(\Omega)\,\sin[\Omega\, t - \varphi(\Omega)]$$

Linearer Oszillator mit Federantrieb

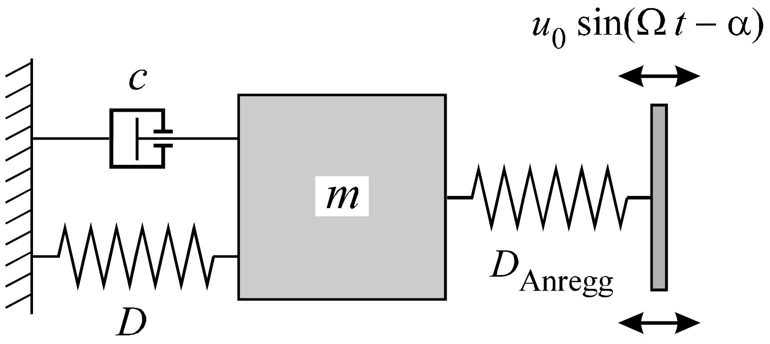

Abb. 2 Linearer Oszillator mit Fußpunktbewegung der rechten Feder.

Ein Körper mit Masse *m* ist auf der linken Seite mit einer Feder und einem Stoßdämpfer verbunden. Auf der rechten Seite ist der Körper an einer zweiten Feder befestigt, deren äußerer Fußpunkt mit der Amplitude *A* und der Kreisfrequenz Ω harmonisch bewegt wird.

Der angeregte lineare Oszillator gehört zu den bekanntesten Systemen der Mechanik und des Maschinenbaus und wird in fast allen Büchern ausführlich untersucht.

Hinweis: Der lineare Oszillator mit rotierenden Unwuchten und der nichtlineare Oszillator werden innerhalb von MECHANICUS in zwei anderen Systemen untersucht. Der nichtlineare Oszillator beinhaltet auch Festreibung der Masse *m* auf dem Fußboden.

Differentialgl. (abgekürzt Dgl.)

$$m\,\ddot{x} = -D\,x - c\,\dot{x} - D_{\text{Anregg}}\,[x - u_0 \sin(\Omega t - \alpha)]$$

$$\Leftrightarrow \qquad m\ddot{x} + c\,\dot{x} + \left(D + D_{\text{Anregg}}\right)x = D_{\text{Anregg}}\,u_0 \sin(\Omega t - \alpha)$$

Animation

Eine schnelle MatLab-Animation ist nur möglich, wenn Längenänderungen der Feder mit dem Skalierungsbefehl ‚scale' von MatLab durchgeführt werden. Dabei ändert sich leider auch die Dicke der Windungen in Skalierungsrichtung.

Literatur

Der lineare Oszillator wird in fast allen Büchern behandelt, so auch in

- Friedhelm Kuypers, *Klassische Mechanik*, Wiley-VCH-Verlag, 9-te Auflage, Unterkapitel 13.1.