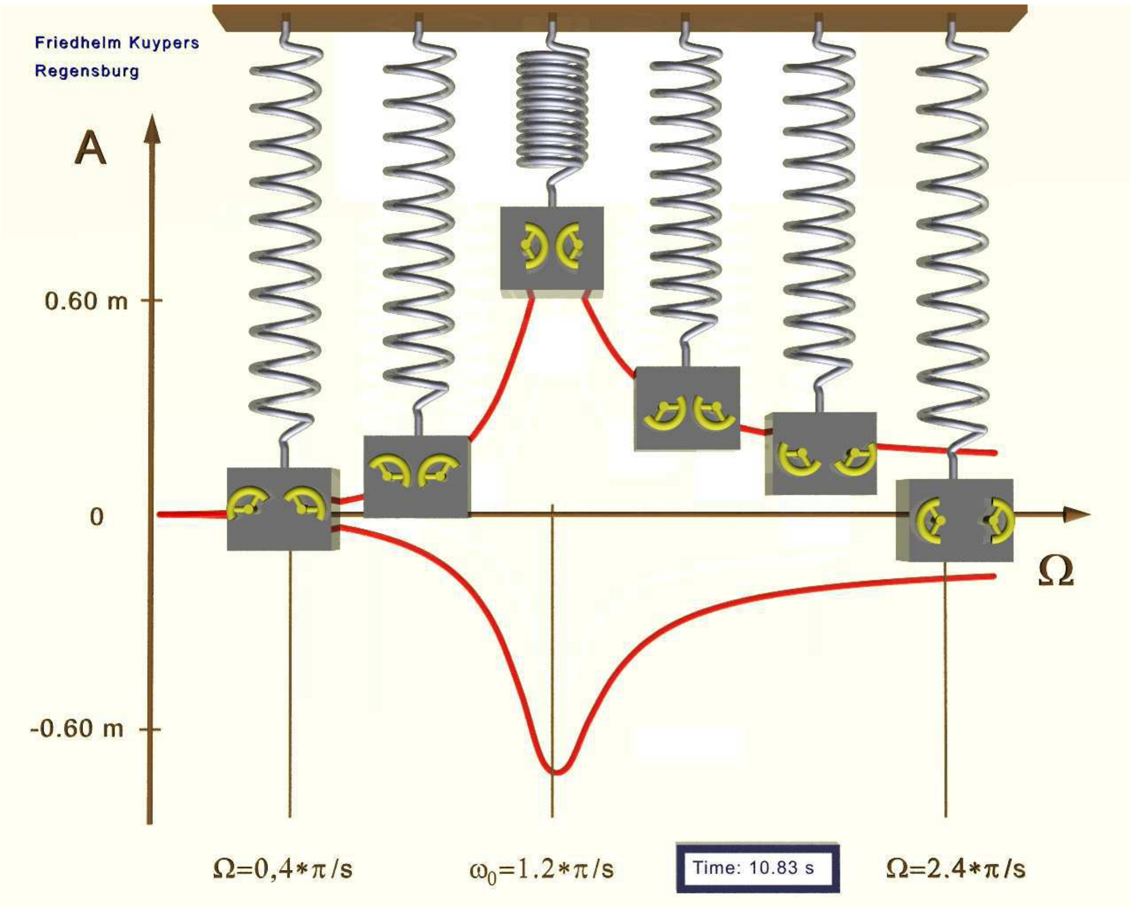

Abb. 1 Momentaufnahme einer POV-Ray-Animation. Die erzwungenen Schwingungen von sechs identischen, gedämpften harmonischen Oszillatoren werden animiert. (Die Dämpfer werden nicht dargestellt.) Anfangsbedingungen und Parameter (siehe Abb. 2) der 6 Oszillatoren lauten:

$$x_0 = v_0 = 0 \qquad m = 80\ \mathrm{kg} \qquad D = 144 \cdot \pi^2\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \approx 1421{,}22\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \qquad c = 70\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$$

$$m_u = 20\ \mathrm{kg} \qquad R = 0{,}7\ \mathrm{m}$$

Die sechs Oszillatoren unterscheiden sich nur durch die Winkelgeschwindigkeiten der jeweils zwei rotierenden Unwuchten. Die Winkelgeschwindigkeiten lauten

$$\Omega_n = \frac{n}{3}\,\omega_0 = \frac{n}{3}\sqrt{\frac{D}{m+m_u}} = \frac{n}{3}\cdot 1{,}2\,\pi\,\frac{1}{\mathrm{s}} \qquad \text{mit} \quad n = 1, 2, \ldots 6$$

Der Film zeigt nach Abklingen der Einschwingung stationäre Schwingungen mit folgenden drei Eigenschaften:

- Die Amplituden $A(\Omega_n)$ der 6 Schwingungen sind zeitlich konstant.
- Jeder Oszillator schwingt mit der Frequenz Ω_n seiner Erregung.
- Jede Schwingung eilt der erregenden Unwuchtkraft um eine positive Phasenverschiebung $\varphi(\Omega_n)$ nach.

Aus diesen Beobachtungen folgt eindeutig der Ansatz für stationäre Schwingungen:

$$x_{\text{stationär}}(t) = A(\Omega)\,\cos\left[\Omega\,t - \varphi(\Omega)\right]$$

Linearer Oszillator mit Unwucht-Erregung

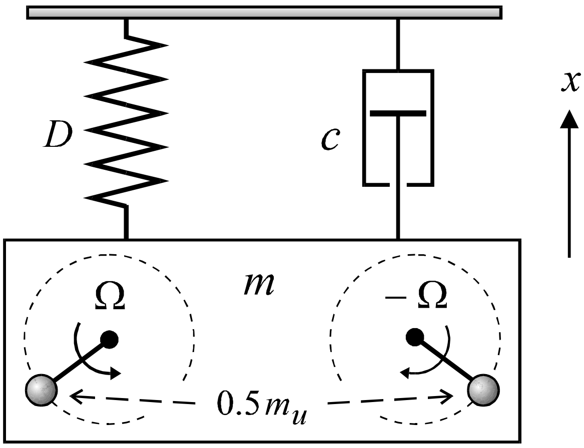

Abb. 2 Linearer Oszillator mit zwei Unwuchten, die mit den konstanten Winkelgeschwindigkeiten $\pm\,\Omega$ auf Kreisbahnen mit Radius *R* umlaufen.

Ein Quader mit Masse *m* hängt an einer Feder und einem Stoßdämpfer. Auf dem Körper rotieren zwei Unwuchtmassen $m_u/2$ mit entgegengesetzten konstanten Winkelgeschwindigkeiten $\pm\,\Omega$ auf Kreisbahnen mit Radius *R*. Die zwei Fliehkräfte übertragen insgesamt die vertikale Kraft $m_u\,R\,\Omega^2\,\sin(\Omega\,t)$ auf den Quader.

Der angeregte lineare Oszillator gehört zu den bekanntesten Systemen der Mechanik und des Maschinenbaus und wird in fast allen Büchern ausführlich untersucht.

Hinweis: Der lineare Oszillator mit *Feder*antrieb und der nichtlineare Oszillator werden innerhalb von MECHANICUS in zwei anderen Systemen untersucht. Der nichtlineare Oszillator beinhaltet auch Festreibung der Masse *m* auf einem Fußboden.

Differentialgl. (abgekürzt Dgl.)

$$\left(m + m_u\right)\ddot{x} = -D\,x - c\,\dot{x} + m_u\,R\,\Omega^2\,\sin(\Omega\,t)$$

$$\Leftrightarrow \qquad \left(m + m_u\right)\ddot{x} + c\,\dot{x} + D\,x = m_u\,R\,\Omega^2\,\sin(\Omega\,t)$$

Animation

Eine schnelle MatLab-Animation ist nur möglich, wenn Längenänderungen der Feder mit dem Skalierungsbefehl ‚scale' von MatLab durchgeführt werden. Dabei ändert sich leider auch die Dicke der Windungen in Skalierungsrichtung.

Literatur

Der lineare Oszillator wird in fast allen Büchern behandelt, so auch in

- Friedhelm Kuypers, *Klassische Mechanik*, Wiley-VCH-Verlag, 9-te Auflage, Unterkapitel 13.1.