Die Strahlqualität von Lasern

Wie bestimmt man Beugungsmaßzahl und Strahldurchmesser in der Praxis?

Die Fokussierbarkeit von Lasern nach der ISO-Norm 11146 wird durch die Beugungsmaßzahl *M*² beschrieben. Diese gibt den Divergenzwinkel eines Laserstrahls im Verhältnis zur Divergenz eines idealen Gauß-Strahls mit gleichem Durchmesser an der Strahltaille an. Zur Bestimmung von *M*² müssen die Strahldurchmesser längs einer Strahltaille vermessen werden. Durch Kurvenanpassung an den Strahlverlauf werden der Durchmesser der Strahltaille, die Strahldivergenz und *M*² ermittelt.

DIE AUTOREN

JÜRGEN EICHLER
Jürgen Eichler ist Professor für Physik in den Studiengängen Photonics und Medizinisch Physikalische Technik an der TFH Berlin.

LOTHAR DÜNKEL
Lothar Dünkel hat in Physikalischer Chemie promoviert und habilitiert. Er ist Leiter eines Projekts zur Holographie an der TFH Berlin.

BERND EPPICH
Bernd Eppich, geb. 1963, beschäftigt sich mit Laserresonatoren und der Charakterisierung partiell-kohärenter Strahlungsfelder. Seit 1993 ist er im DIN-Arbeitskreis „Laser – Begriffe, Prüfgeräte und Prüfverfahren“. Seit 2000 arbeitet er als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Optischen Institut der TU Berlin.

Prof. Dr. Jürgen Eichler, Dr. Lothar Dünkel
TFH-Berlin/University of Applied Sciences
Labor für Laseranwendungen
Seestr. 64, 13347 Berlin
E-Mail: eichler@tfh-berlin.de
E-Mail: dünkel@tfh-berlin.de

Dr. Bernd Eppich
Technical University Berlin
Institute of Optics
Strasse-des-17.Juni 135, 10623 Berlin
E-Mail: bep@physik.tu-berlin.de

Laserstrahlung ist durch verschiedene Eigenschaften, wie mittlere Leistung, Strahldurchmesser, Strahldivergenz sowie die Farbe, Wellenlänge oder Frequenz charakterisiert. Für bestimmte Anwendungen, z. B. in der Materialbearbeitung und Messtechnik, wird zusätzlich häufig von der Güte und Qualität der Strahlung gesprochen. Darunter wird je nach Anwendung die zeitliche und örtliche Stabilität der Ausgangsleistung, die Breite des Frequenzspektrums, die zeitliche und örtliche Kohärenz und auch die Größe der Strahldivergenz verstanden, welche mit der Fokussierbarkeit der Strahlung zusammenhängt.

Der Gaußstrahl (TEM_{00}) ist wegen seiner minimalen Divergenz für viele Anwendungen der Lasertechnik optimal. In der Praxis zeigen jedoch viele Laser oft Abweichungen von diesem Idealfall (Abb. 1). Ursache dafür kann das Anschwingen höherer transversaler Moden sein, es können Amplituden- oder Phasenstörungen aufgrund einer inhomogenen Verstärkung des Lasermediums auftreten oder es können sich Teilstrahlen ausbilden und überlagern. Reale Laserstrahlen weisen eine höhere Divergenz und bei Fokussierung durch eine Linse einen größeren Strahldurchmesser auf als der Gaußstrahl. Dadurch verringert sich die Leistungs- und Strahldichte. Im Folgenden werden Verfahren zur Messung von Strahldurchmesser und -divergenz und der damit verbundenen Fokussierbarkeit beschrieben, die durch die Beugungsmaßzahl *M*² charakterisiert wird.

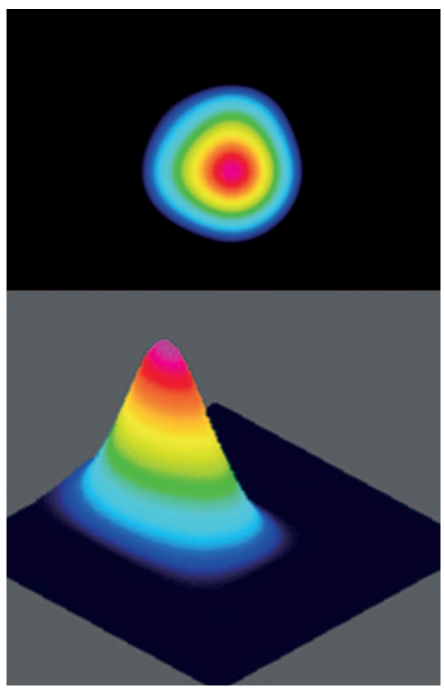
Gaußstrahlen und Beugungsmaßzahl *M*²

Der Grundmode TEM_{00} besitzt eine gaußförmige Intensitätsverteilung $I(x,y)$ mit dem Strahlradius w und dem Strahldurchmesser $d = 2w$ [1]:

$$I(x,y) = I_{max} \exp\frac{-2r^2}{w^2} = I_{max} \exp\frac{-8\left(x^2+y^2\right)}{d^2}. \qquad (1)$$

Dabei steht die x-y-Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung z und $r = \sqrt{x^2+y^2}$ ist die radiale Koordinate. Die Leistung P hängt von der maximalen Intensität im Strahl I_{max} ab:

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} I(x,y)\,dx\,dy = \frac{\pi}{8} d^2 I_{max}. \qquad (2)$$



ABBILUNG 1: **Querschnitt und dreidimensionale Darstellung eines elliptischen Strahlprofils *M*² > 1.**

Der Durchmesser $d(z)$ eines Laserstrahls im Grundmode TEM_{00} vergrößert sich mit dem Abstand z von der Strahltaille, d. h. der Stelle $z = 0$, an der der kleinste Durchmesser auftritt, wie folgt

$$d(z) = d_0\sqrt{1+\left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \quad \text{mit} \quad z_R = \frac{\pi \cdot d_0^2}{4\lambda}. \quad (3)$$

Hierbei sind d_0 der Durchmesser der Strahlentaille und λ die Wellenlänge. Die Rayleighlänge z_R gibt an, in welchem Abstand von der Strahltaille sich der Strahldurchmesser um $\sqrt{2}=1{,}41$ aufweitet. Im Fernfeld ($z \gg z_R$) wächst der Strahlradius linear mit der Entfernung z und es ergibt sich der volle Divergenzwinkel θ (Abb. 2):

$$\theta = \frac{d_0}{z_R} = \frac{4\lambda}{\pi \cdot d_0}. \quad (4)$$

Für die Grundmode wird das Strahlparameterprodukt aus dem Durchmesser d_0 und dem Divergenzwinkel θ wie folgt berechnet:

$$\frac{d_0\theta}{4} = \frac{\lambda}{\pi}. \quad (5)$$

Für höhere transversale Moden in einem Laserresonator oder Modengemische sind sowohl der Strahltaillendurchmesser d_o als auch der Divergenzwinkel θ um den Faktor M größer als bei der Grundmode TEM_{00}. In diesem Fall erhält man somit für das Strahlparameterprodukt:

$$\frac{d_0\theta}{4} = M^2\frac{\lambda}{\pi}. \quad (6)$$

Die Größe M^2 wird Beugungsmaßzahl genannt. Sie ist ein Maß für die Strahlqualität K eines Lasers:

$$K = \frac{1}{M^2}. \quad (7)$$

Während die Beugungsmaßzahl M^2 mit zunehmendem Divergenzwinkel θ anwächst, nimmt die Strahlqualität $K = 1/M^2$ invers zu θ ab. Hohe Strahlqualität bedeutet dann $K = 1$, während größere Divergenzwinkel zu $K < 1$ führen. M^2 ist dagegen proportional zu θ und sollte daher nicht als Strahlqualität bezeichnet werden.
Abbildung 2 zeigt schematisch die Ausbreitung eines Gaußstrahles ($M^2 = 1$ und $K = 1$) im Vergleich mit einem Strahlungsfeld mit nicht beugungsbegrenzter Strahlqualität ($M^2 > 1$ und $K < 1$), wobei dieselbe Lage und Größe der Strahltaillen angenommen wurde. Betrachtet man zwei Laserstrahlen mit gleichem Strahlradius aber verschiedenem M^2, die mit der gleichen Linse fokussiert werden, sieht das Bild anders aus. Der Strahl mit kleinerem M^2 hat einen kleineren Durchmesser der Strahltaille und eine geringere Divergenz. Daraus ergibt sich der Zusammenhang zwischen M^2 und Fokussierbarkeit: Bei einer vorgegebenen Linse nimmt der kleinste mögliche Fokusdurchmesser proportional zu M^2 zu.

Bestimmung der Beugungsmaßzahl nach ISO 11146

Zur Messung der Beugungsmaßzahl M^2 legt die ISO-Vorschrift 11146 Standardisierungen fest [2]. Sie stellt eine Norm zur Messung der Strahlqualität (Fokussierbarkeit) dar, welche als Basis zur Bestimmung der Beugungsmaßzahl M^2 eingesetzt wird. In der Regel wird der zu vermessende Laserstrahl mit einer Linse fokussiert und somit eine Strahltaille nach Abb. 2 erzeugt. Zur Ermittlung von M^2 wird der Strahldurchmesser $d(z)$ an mindestens zehn Stellen längs des Strahlverlaufes bestimmt, wobei die Hälfte der Messwerte innerhalb der Rayleighlänge z_R liegen soll. Die zweite Hälfte ist in größerer Entfernung als der doppelten Rayleighlänge von der Stahltaille zu ermitteln. Die Änderung des Strahldurchmessers $d(z)$ wird wie folgt beschrieben:

$$d^2(z) = d_0^2 + (z - z_0)^2\theta^2 \quad . \quad (8)$$

Diese Gleichung folgt direkt aus (3). Es wurde angenommen, dass die Lage der Strahltaille abweichend von (3) nicht bei $z = 0$, sondern bei z_0 liegt.
Nach der Messung der Durchmesser d an verschieden Orten z werden die quadrierten Werte d^2 mit einem Polynom zweiten Grades angepasst:

$$d^2 = A + Bz + Cz^2 \quad . \quad (9)$$

Dabei ist unbedingt zu beachten, dass beim Anpassungsprozess nicht die absolute, sondern die relative Abweichung der

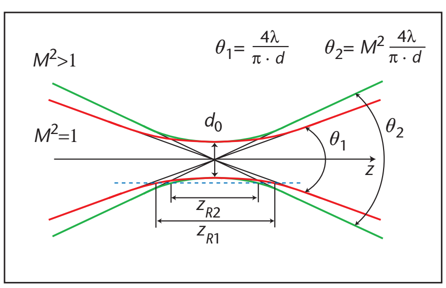


ABBILDUNG 2: **Ausbreitung eines Gaußstrahles ($M^2 = 1$, im Bild rot) im Vergleich zu einem Strahlungsfeld mit geringerer Strahlqualität ($M^2 > 1$, im Bild grün) bei gleichem Durchmesser d_0 der Strahltaille [1].**

Messwerte von den theoretischen Werten minimiert wird, da sonst bei ungenauen Daten der Fehler des Taillendurchmessers und damit auch der Beugungsmaßzahl sehr groß werden kann.

Die Lage der Strahltaille z_0, ihr Durchmesser d_0 sowie der Öffnungswinkel im Fernfeld θ ergeben sich durch Koeffizientenvergleich:

$$z_0 = \frac{-B}{2C}, \quad d_0 = \sqrt{A - \frac{B^2}{4C}}, \quad \theta = \sqrt{C}. \quad (10)$$

Damit kann die Beugungsmaßzahl

$$M^2 = \frac{d_0 \cdot \theta}{4} \cdot \frac{\pi}{\lambda}$$

berechnet werden.

Definition und Messung der Strahldurchmesser nach ISO 11146

Nach ISO 11146 wird der Strahldurchmesser über so genannte Momente definiert [2]. Die ersten Momente $\langle x(z)\rangle$ und $\langle y(z)\rangle$ geben die Lage des Strahlmittelpunktes oder Strahlschwerpunktes an:

$$\langle x(z)\rangle = \frac{\int xI(x,y,z)dxdy}{\int I(x,y,z)dxdy} \quad \text{und} \quad \langle y(z)\rangle = \frac{\int yI(x,y,z)dxdy}{\int I(x,y,z)dxdy} \quad . \quad (11a)$$

Im eindimensionalen Fall kann man sich die ersten Momente durch das Drehmoment veranschaulichen, dass auf eine Massenverteilung proportional zu I wirkt. Der Strahlmittelpunkt entspricht dem Schwerpunkt der Massenverteilung.
Die zweiten zentrierten Momente $\langle x^2(z)\rangle$ und $\langle y^2(z)\rangle$ werden Varianz genannt:

$$\langle x^2(z)\rangle = \frac{\int (x - \langle x\rangle)^2 I(x,y,z)dxdy}{\int I(x,y,z)dxdy} \quad \text{und} \quad \langle y^2(z)\rangle = \frac{\int (y - \langle y\rangle)^2 I(x,y,z)dxdy}{\int I(x,y,z)dxdy} \quad . \quad (11b)$$

Die Wurzel der Varianz $\sqrt{\langle x^2(z)\rangle}$ oder $\sqrt{\langle y^2(z)\rangle}$ ist als Standardabweichung bekannt. Die doppelte Standardabweichung wird als Strahlradius $d_x(z)/2$ und $d_y(z)/2$ in x- und y-Richtung definiert:

$$d_x(z)/2 = 2\sqrt{\langle x^2(z)\rangle} \quad \text{und} \quad d_y(z)/2 = 2\sqrt{\langle y^2(z)\rangle} \quad . \quad (12)$$

Bei rotationssymmetrischen Verteilungen gilt $d_x = d_y$. Für den TEM_{00}- Mode ergibt die Berechnung von (12) die übliche Definition des Strahldurchmessers als Abstand

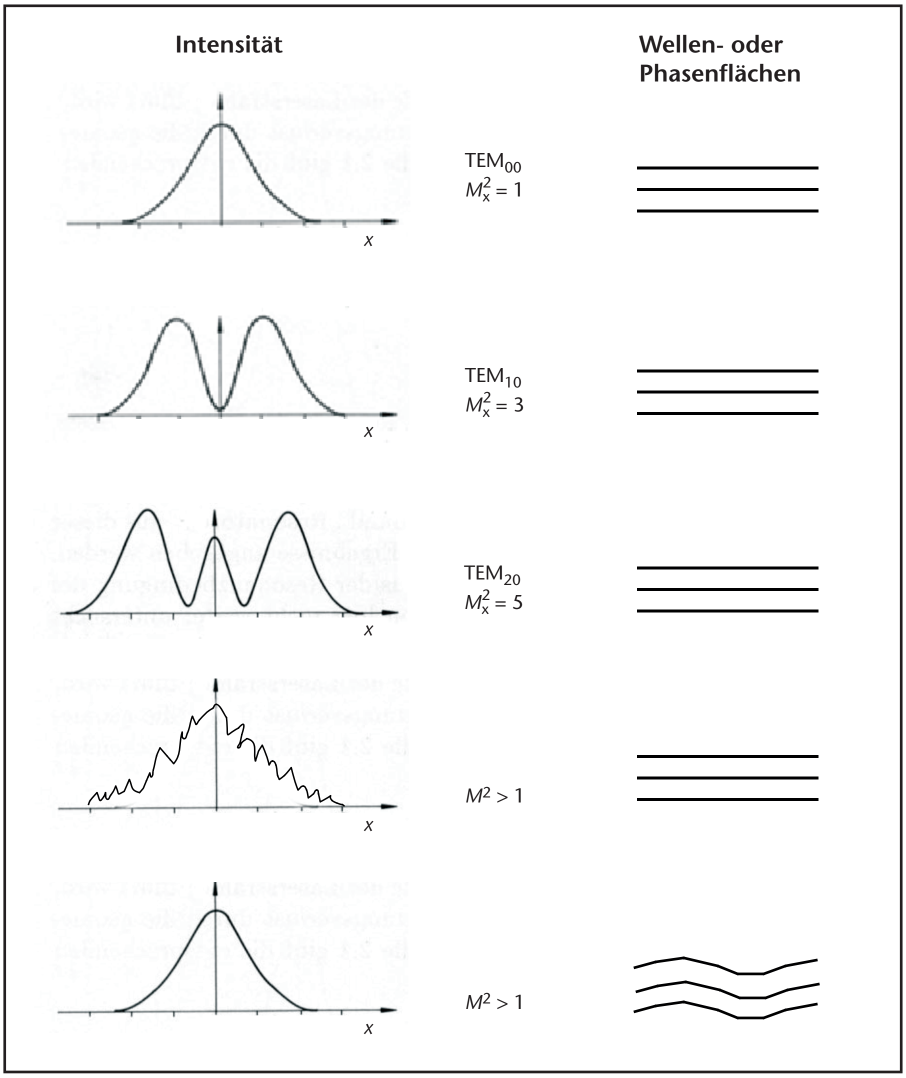


ABBILDUNG 3: **Beispiele für das Strahlprofil verschiedener transversaler Moden TEM_{m0} und anderer Intensitätsverteilungen, Darstellung der Wellen- oder Phasenflächen und Angabe von M^2.**

zwischen den Stellen im Strahl, bei denen die Intensität auf $1/e^2$ = 13,5 % von I_{max} abgefallen ist.

Laserstrahlen mit $M^2 > 1$

Nach dem ISO-Verfahren der Momente können die M^2-Werte für verschiedene Gauß-Hermite- oder Laguere-Strahlen berechnet werden. Für die TEM_{m0}-Strahlen mit m = 0, 1, 2, … erhält man unterschiedliche M^2-Werte in x- und y-Richtung:

$$M_x^2 = 2m+1 \text{ und } M_y^2 = 1. \qquad (13)$$

In Abbildung 3 sind die Profile verschiedener Moden TEM_{m0} und die entsprechenden $M^2{}_x$-Werte angegeben. Dabei wurden zusätzlich die Phasenflächen berücksichtigt. Bei reinen TEM_{m0}-Strahlen liegen in der Taille ebene Wellenfronten vor. Es können jedoch auch gaußähnliche Strahlprofile mit verzerrten Wellenfronten auftreten. In diesem Fall ist $M^2 > 1$.

Messung mit CCD-Kamera

Die Berechnung der Strahldurchmesser nach (12) erfordert die Kenntnis der zweidimensionalen Intensitätsverteilung der Strahlung $I(x,y)$. Zur Messung können CCD-Kameras eingesetzt werden. Für eine exakte Messung müssen die peripheren Strahlungsanteile mit hoher Genauigkeit einbezogen werden, da in radialer Richtung eine quadratische Wichtung in (11b) vorliegt. Weiterhin muss die Nulllinie im CCD-Signal sorgfältig bestimmt werden. Dabei müssen sowohl positive wie auch negative Rauschkomponenten berücksichtigt werden. Eine zu hoch angelegte Nulllinie verringert die Intensität in den Ausläufern des Strahles und führt zu einem zu kleinen Messwert. Einige Firmen liefern komplette M^2-Messgeräte mit einer CCD-Kamera und der erforderlichen Soft- und Hardware.

Bei hohen Laserleistungen und bei Wellenlängen für die keine CCD-Kameras zur Verfügung steht, wird die Intensitätsverteilung $I(x,y,z)$ des Strahls mit einer kleinen Lochblende abgetastet.

Messung mit beweglichen Blenden

Zur Verringerung der messtechnischen Anforderungen sind in der ISO 11146 weitere Verfahren zur Bestimmung der Strahlradien vorgesehen. Diese beruhen nicht auf den Momenten der räumlichen Intensitätsverteilung.

Die drei weiteren Verfahren beruhen auf Transmissionsmessungen, wobei sich eines der folgenden Bauelemente durch den Strahl bewegt: variable kreisförmige Apertur (*variable aperture*), beweglicher Spalt (*moving slit*) oder bewegliche Schneide (*moving edge*).

Mit einer kreisförmigen Apertur mit variablem Durchmesser können kreissymmetrische Intensitätsverteilungen untersucht werden. Dabei wird die Apertur nicht bewegt, sondern nur der Durchmesser verändert. Im Fall eines Gaußstrahls entspricht die freie Apertur dem Strahldurchmesser, sofern die Transmission 86,5 % beträgt. Dieser Zusammenhang dient dann der Definition eines Strahldurchmessers für beliebige Intensitätsverteilungen.

Bei der Verwendung eines beweglichen Spaltes ist dieser zunächst so zu positionieren, dass die Transmission maximal wird. Die Spaltbreite darf nicht größer als 1/20 des Strahldurchmessers sein. Der Spalt wird dann seitwärts verschoben, bis nur noch 13,5 % der Maximalleistung hindurch treten. Der Abstand der beiden Spaltpositionen, bei denen die Transmission jeweils 13,5 % beträgt, wird als Strahldurchmesser definiert. Für die Intensitätsverteilungen ohne Kreissymmetrie soll die Messung des Strahldurchmessers in Richtung der beiden Hauptachsen durchgeführt werden.

Die Messung mit der beweglichen Schneide wird im Folgenden genauer erläutert, da dieses Verfahren relativ einfach zu realisieren ist.

Messung mit beweglicher Schneide

Zur Messung des Strahldurchmessers wird eine Schneide senkrecht zur Ausbreitungsrichtung durch den Strahl gefahren und der Transmissionsgrad $T(x')$ als Funktion der Schneidenposition x' gemessen [3]. Dabei muss der Detektor groß genug sein, damit auch gebeugte Strahlung erfasst wird. Der Strahlradius wird als Differenz der Position definiert, bei denen die Transmission 16 % und 84 % beträgt. Im Fall eines Gaußstrahls stimmt der so ermittelte Strahldurchmesser mit der $1/e^2$-Breite der Intensitätsverteilung überein.

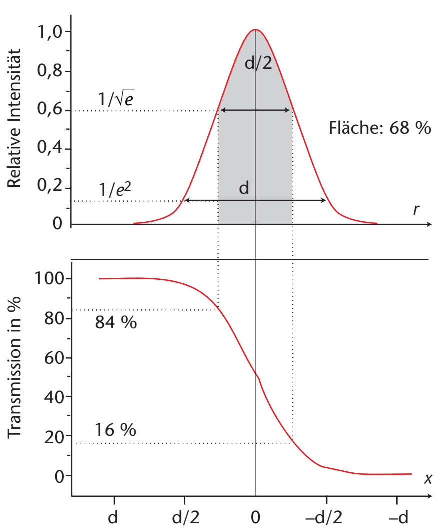
Zur Berechnung der Transmission eines Gauß-Strahles in Abhängigkeit $T(x')$ von der Schneideposition x' dient das Integral:

$$\begin{aligned} T(x') &= \frac{1}{P}\int_{x'}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} I(x,y)\,dx\,dy \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{2}{d}\int_{x'}^{+\infty}\exp\frac{-8x^2}{d^2}\,dx \qquad (14) \\ &= \frac{1}{2}\left[\operatorname{erf} 2\sqrt{2}\,\frac{x}{d}+1\right]. \end{aligned}$$

Eine weitere Berechnung erfordert die Benutzung einer Tabelle oder Rechnerausgabe der Fehlerfunktion erf. Man erhält:

$$T\left(-\frac{1}{4}d\right) = 0{,}16 \quad \text{und}$$
$$T\left(+\frac{1}{4}d\right) = 0{,}84. \qquad (15)$$

Abbildung 4 skizziert die Bestimmung des Strahlradius nach (15) mit der Schneidenmethode für einen Gaußstrahl. Die Schneide wird von links nach rechts durch den Strahl gefahren. Der so ermittelte Strahldurchmesser d stimmt nur für einen Gauß-Strahl mit dem Strahldurchmesser exakt überein, der nach Messung des Strahlprofils mit einer CCD-Kamera nach (11) und (12) berechnet wird.



ABBILUNG 4: **Darstellung zur Bestimmung des Strahlradius mit beweglicher Schneide. Oben: radiale Intensitätsverteilung eines Gauß-Strahls. Unten: Transmission in Abhängigkeit von der Schneidenposition x'. Der Strahlradius ist durch den 84 %- und 16 %-Wert definiert.**

Abbildung 5 zeigt ein M^2-Gerät mit beweglichen Schneiden, die senkrecht durch den Laserstrahl fahren. Durch eine Verschiebung der Fokussierlinse in Richtung des Laserstrahls wird die Strahltaille verschoben, sodass das Strahlprofil – und damit der Strahldurchmesser – bei verschiedenen z-Werten aufgenommen wird (Abb. 2).

Diskussion

Es hat sich in der Lasertechnik eingebürgert, die Strahlqualität (Fokussierbarkeit) durch die Beugungsmaßzahl M^2 nach ISO 11146 zu beschreiben. Dafür stehen verschiedene kommerzielle Geräte zur Verfügung. Einige arbeiten mit einer CCD-Kamera und einer geeigneten Software nach der Methode der zweiten Momente (Hersteller-Firmen, z. B. Coherent, Spiricon). Das Scannen des Strahlprofils mit einer kleinen Lochblende wird bei Lasern hoher Leistung eingesetzt (Firma Primes), wobei die Software ähnlich arbeitet. Andere Hersteller benutzen eine variable kreisförmige Apertur oder eine beweglich Schneide (Data Ray Inc.). Die Ergebnisse der verschiedenen Methoden stimmen nur näherungsweise miteinander überein und eine Umrechnung ineinander ist im Allgemeinen nur eingeschränkt möglich. Die Bestimmung des Strahldurchmessers und der Strahlqualität durch Messung der Intensitätsprofile mit anschließender Berechnung der Strahldurchmesser nach der Momentenmethode entwickelt sich zum Standard.

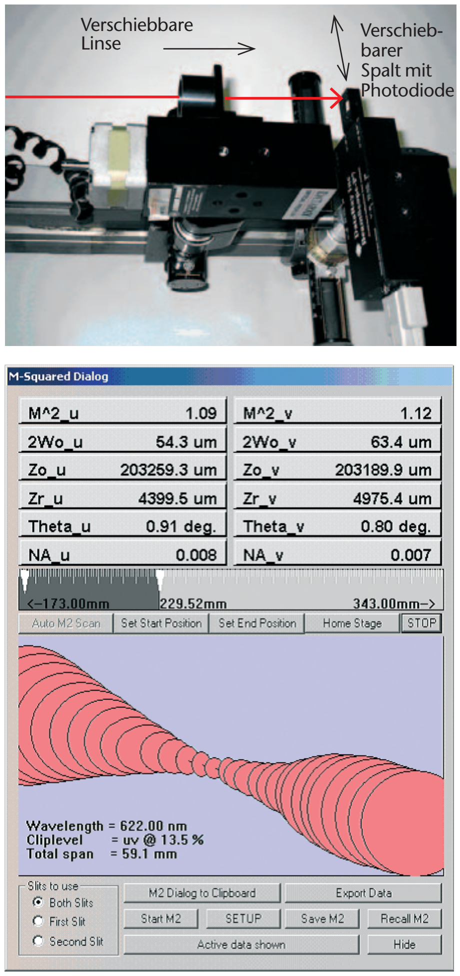


ABBILDUNG 5: **Bei einem M^2-Messgerät mit beweglichen Schneiden wird mit Hilfe einer automatisch verschiebbaren Linse die Strahltaille über den Ort der Schneiden gefahren (oben). Das Auswerteprogramm (DataRay Inc.) gibt folgende Werte in horizontaler und vertikaler Richtung an (unten): die Beugungsmaßzahl M^2, den Strahldurchmesser an der Taille, die Lage der Strahltaille, die Rayleigh-Länge und die Strahldivergenz.**

Literatur

[1] *Eichler, J., Eichler, H.J.*, Laser, Bauformen, Strahlführung, Anwendungen, Springer Verlag Berlin, 2003.

[2] ISO 11146 Lasers and laser-related equipment – Test methods for laser beam parameters – Beam width, divergence, angle and beam propagation factor, 1999.

[3] *Eichler, H.-J., Kronfeld, D., Sahm, J.*, Das Neue Physikalische Praktikum, Springer Verlag, 2003.