

# Künstlicher Kugelblitz

GERD FUSSMANN

Dieses Dokument ist eine Ergänzung zum gleichnamigen Artikel in **Physik in unserer Zeit**, 39. Jahrgang 2008, Nr. 5, S. 246.

## Diagnostische Methoden

Wir messen die Temperatur und viele andere Parameter des Plasmoids mit Hilfe von Diagnostiken, die Abbildung 4 im Heft zeigt. Neben den Spannungs- und Strommessungen setzen wir auch verschiedene Sonden ein. Elektrische Einfach- und Doppelsonden erlauben es uns, lokal das Potential und die elektrische Feldstärke zu messen. Damit fanden wir, dass die elektrischen Felder keineswegs ausreichen, um die während der autonomen Phase abgestrahlte Energie von rund 700 Joule zu erklären. Wir konnten auch keine magnetischen Felder nachweisen. Also bleibt als Energiespeicher allein chemische Energie übrig.

Differenziert man die gemessenen radialen  $E$ -Felder als Funktion des Ortes, so ergibt sich aus der Poisson-Gleichung

$$\nabla \cdot \vec{E} = \rho_{el} / \epsilon_0$$

die elektrische Ladungsträgerdichte  $\rho_{el}$ . Diese weist am Rande eine Doppelstruktur auf, indem ganz außen die negativen Elektronen zu finden sind, während weiter nach innen ein Überschuss an positiven Ionen auftritt. Das ist genau das, was man von einem Plasma erwartet: Die leichten und damit schnellen Elektronen laufen den schweren, langsamen Ionen voraus, können sich aber schließlich nicht beliebig von diesen entfernen, da das sich bildende  $E$ -Feld sie aneinander koppelt.

Von großem Wert sind auch die Spektralanalysen sowie der pyroelektrische Sensor, der Auskunft über die insgesamt abgestrahlte Leistung gibt. In Verbindung mit verschiedenen Filtern liefert uns letzterer auch die wichtige Information, dass der Anteil der Infrarotstrahlung nach Erreichen eines Maximums der Gesamtstrahlung zur Zeit  $t = 150$  ms rasch zunimmt, was auf die Bildung von Molekülen hinweist. Dies erfährt man genauer aus den Spektren, die mit Hilfe eines hochauflösenden Echelle-Spektrometers aufgenommen wurden. Ein typisches Spektrum, das sowohl Linien von verschiedenen Atomen und Ionen als auch die Bandenstrukturen von OH- und CaOH-Molekülen aufweist, zeigt Abbildung 5 im Heft.

Die Linienintensitäten des neutralen Kalziumatoms kann man im Übrigen auch zur Temperaturbestimmung heranziehen. Dabei geht man davon aus, dass die angeregten Niveaus der Boltzmann-Statistik

$$n_i \sim g_i \exp(-E_i / k_B T_e)$$

genügen (mit der Boltzmann-Konstanten  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ , den statistischen Gewichten  $g_i$  und der Anregungsenergie  $E_i$ ). Für das Besetzungsverhältnis zweier Zustände  $i$  und  $k$  gilt dann

$$\frac{n_k}{n_i} = \frac{g_k}{g_i} \exp\left(-\frac{E_k - E_i}{k_B T_e}\right). \quad (1)$$

Man beachte, dass die hier eingehende Temperatur die der freien Elektronen ist, da nur diese auf Grund ihrer hohen Geschwindigkeit in der Lage sind, durch Anregungs- und Abregungsstöße die Population der gebundenen Elektronen im Atom zu verändern.

Betrachten wir nun alle Strahlungsübergänge, die jeweils von den Niveaus  $k = (2, 3)$  entsprechend ( $4s5s \ ^3S$  mit  $E_2 = 3,91 \text{ eV}$  und  $4p^2 \ ^3P$ ,  $E_3 = 4,77 \text{ eV}$ ) im Ca-Atom ausgehen und zum tiefer liegenden Niveau  $i = 1$  ( $4s \ 4p \ ^3P^o$ ,  $E_1 = 1,89 \text{ eV}$ ) führen, so ist deren Intensität (in Watt pro steradian und  $\text{m}^2$ ) durch

$$I_{ki} = n_k A_{ki} (E_k - E_i) L / 4\pi$$

gegeben, wobei  $L$  die Länge der Messstrecke im Plasma ist und  $A_{ki}$  die Einstein-Koeffizienten für spontane Emission sind<sup>1</sup>. Damit können wir aus den Intensitätsmessung die Dichten in den angeregten Zuständen  $n_k$  bestimmen. Wenden wir nun die Gleichung (1) einmal auf alle Übergänge vom Typ ( $k = 2, i = 1$ ) und ebenso auf ( $k = 3, i = 1$ ) an, so kann man die Dichte  $n_1$  eliminieren und erhält nach Auflösung die Temperatur aus

$$k_B T = \frac{E_3 - E_2}{\ln\left(\frac{I_{21} S_{31}}{I_{31} S_{21}}\right)} = \frac{0,86 \text{ eV}}{\ln(6,36 I_{21} / I_{31})}, \quad (2)$$

wobei die theoretischen Linienstärken

$$S_{k1} = \sum_{J,J'} (2J+1) A_{JJ'}(k,1)$$

durch Summation über alle Drehimpulsquantenzahlen  $J, J'$  der oberen und unteren Niveaus hervorgehen (mit  $J - J' = 0, \pm 1$  und  $J - J' \geq 1$ ). Es ergibt sich so aus dem gemessenen Intensitätsverhältnis von  $I_{21} / I_{31} = 1,54$  für den Zeitpunkt  $t = 55 \text{ ms}$  eine Elektronentemperatur

<sup>1</sup> Hier werden jeweils alle erlaubten Übergänge von einem Triplet (z.B.  $^3D_J$  mit  $J = 1,2,3$ ) zum tiefer liegenden ( $^3P_{J'}$  mit  $J' = 0,1,2$ ) zusammengefasst. Übergangswahrscheinlichkeiten, statistische Gewichte und Anregungsenergien findet man bei NIST: Handbook of Basic Spectroscopic Data ([physics.nist.gov/PhysRefData/Handbook](http://physics.nist.gov/PhysRefData/Handbook)).

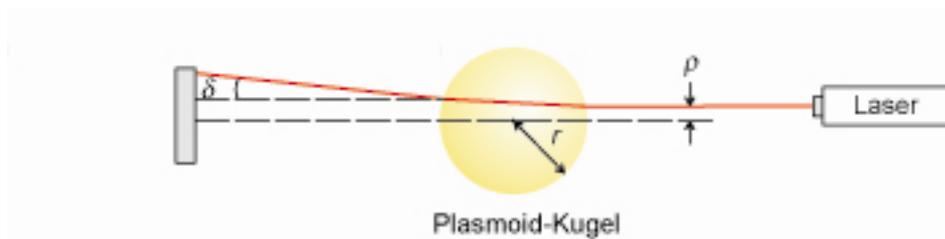
von  $T_e = 0,38 \cdot 11600 \text{ K} = 4380 \text{ K}$ . Ersetzt man in der Rechnung das obere Niveau  $k = 3$  durch  $k = 4$  (mit  $4s \ 4d \ ^3D$ ,  $E_4 = 4,68 \text{ eV}$ ), so erhält man eine noch etwas höhere Temperatur von  $T_e = 4600 \text{ K}$ . Als Funktion der Zeit aufgetragen, ergibt sich so ein Abfall von anfänglich  $5000 \text{ K}$  bis auf etwa  $2000 \text{ K}$  gegen Ende der autonomen Phase.

Grundsätzlich können die Temperaturen der Elektronen, der Neutralen (Atome und Moleküle) und der Ionen allesamt verschieden sein, wenn die Stöße zwischen den verschiedenen Teilchensorten nicht hinreichend hoch ist, was bei kleinen Dichten der Fall ist. Die Neutraltemperatur, gewöhnlich als Gastemperatur bezeichnet, beschreibt (als Parameter einer Maxwell-Verteilung) die Geschwindigkeitsverteilung der Teilchen und darüber hinaus die Besetzung der Rotations- und Schwingungsniveaus in den Molekülen. Diese könnte in diesen Experimenten weit unterhalb der Elektronentemperatur liegen, da die elektromagnetische Energie primär in die Elektronen eingekoppelt wird und erst vermöge der Stöße auf die übrigen Teilchen übertragen wird.

Dass dies jedoch nicht der Fall ist, ergibt sich aus Temperaturmessungen, die auf einem ganz anderen Verfahren, nämlich das der Ablenkung von Laserstrahlen beruhen (Abbildung 4 im Heft). Filmt man mit Hilfe einer schnellen Kamera (500-2000 Bilder/s) die Projektionspunkte von Laserpointern auf einer  $5 \text{ m}$  entfernten Wand, so beobachtet man Auslenkungen von bis zu  $1,5 \text{ cm}$ , wenn das Plasmoid während seines Aufstiegs den Strahlengang durchquert. Insgesamt wirkt das Plasmoid dabei wie eine Zerstreuungslinse. Der Brechungsindex im Inneren ist folglich kleiner als der der umgebenden Luft. Die Abnahme des Brechungsindex  $N$  ist dabei eine Folge der Verringerung der Teilchendichte  $n$  gemäß

$$N - 1 \approx 2,7 \cdot 10^{-4} n / n_{\text{Luft}} .$$

Teilchendichte, Temperatur und Druck sind durch das ideale Gasgesetz  $p = nk_B T$  verknüpft. Die Ausdehnung des Plasmoids erfolgt weitgehend isobar, so dass  $p$  dem Atmosphärendruck entspricht.



**Abb. 1 Ablenkung des Laserstrahls durch die Plasmoid-Kugel.**

Für eine quantitative Auswertung des Temperaturprofils benötigt man jetzt noch den Zusammenhang zwischen Ablenkwinkel  $\delta$  und Brechungsindex  $N$  als Funktion des Radius  $r$  (Abbildung 1 auf dieser Seite).

Dieser ergibt sich aus der allgemeinen Gleichung für den Strahl

$$\frac{d}{ds}(N \mathbf{e}) = \nabla N, \quad (3)$$

worin  $\mathbf{e}$  der Einheitsvektor in Strahlrichtung und  $s$  die Bogenlänge sind [1]. Für Kugelsymmetrie und kleine Ablenkwinkel erhält man hieraus zunächst für den Ablenkwinkel

$$\delta(\rho) = 2\rho \int_{\rho}^r \frac{dN}{dr} \frac{dr}{\sqrt{r^2 - \rho^2}}, \quad (4)$$

wobei  $\rho$  der Abstand des Strahls vom Kugelzentrum ist. Dies ist eine Abelsche Integralgleichung, die sich in bekannter Weise invertieren lässt, so dass man den radialen Verlauf des Brechungsindex aus

$$N(r) = N_{Luft} - \frac{1}{\pi} \int_r^a \frac{\delta(\rho)}{\sqrt{\rho^2 - r^2}} d\rho \quad (5)$$

berechnen kann. Setzt man in die letzte Beziehung die gemessenen Ablenkungswerte ein, so ergibt sich aus der numerischen Auswertung des Integrals eine zweischalige Struktur:

- 1) Die zur Teilchendichte proportionale Differenz  $(N - 1)$  fällt in seinem sehr schmalen Randbereich von  $\Delta r = 2$  mm innerhalb des Kugelradius von  $r = 10$  cm auf  $1/3$  des Atmosphärenwertes ab.
- 2) Ein zweiter scharfer Abfall auf  $n/n_{Luft} \approx 1/10$  erfolgt bei einem Radius von  $r = 8,2$  cm.

Mit Hilfe der idealen Gasgleichung  $nT = n_{Luft} T_{Luft}$  und  $T_{Luft} = 300$  K folgern wir daraus Temperaturen von  $T_1 = 900$  K für den äußeren Rand und  $T_2 = 3000$  K für den inneren Bereich. Damit ergeben diese Messungen der Gastemperatur in etwa die gleichen Werte, wie wir sie schon zuvor für die Elektronen gefunden haben. Es bestätigt sich, dass wir es mit einem Plasma im lokalen thermodynamischen Gleichgewicht (LTE) zu tun haben, wie man es auf Grund der hohen Dichten auch erwarten würde.

## Literatur

[1] W. C. Elmor, M. A. Heald, Physics of Waves, Dover Pub., Mineola, New York 1980.