

Spinnenseide und die Physik der Größeneffekte

TRISTAN GIESA | MARKUS J. BUEHLER

Dieses Dokument ist eine Ergänzung zum Artikel „Spidermans Geheimnis“ in **Physik in unserer Zeit**, 43. Jahrgang 2013, Nr. 2, S. 72.

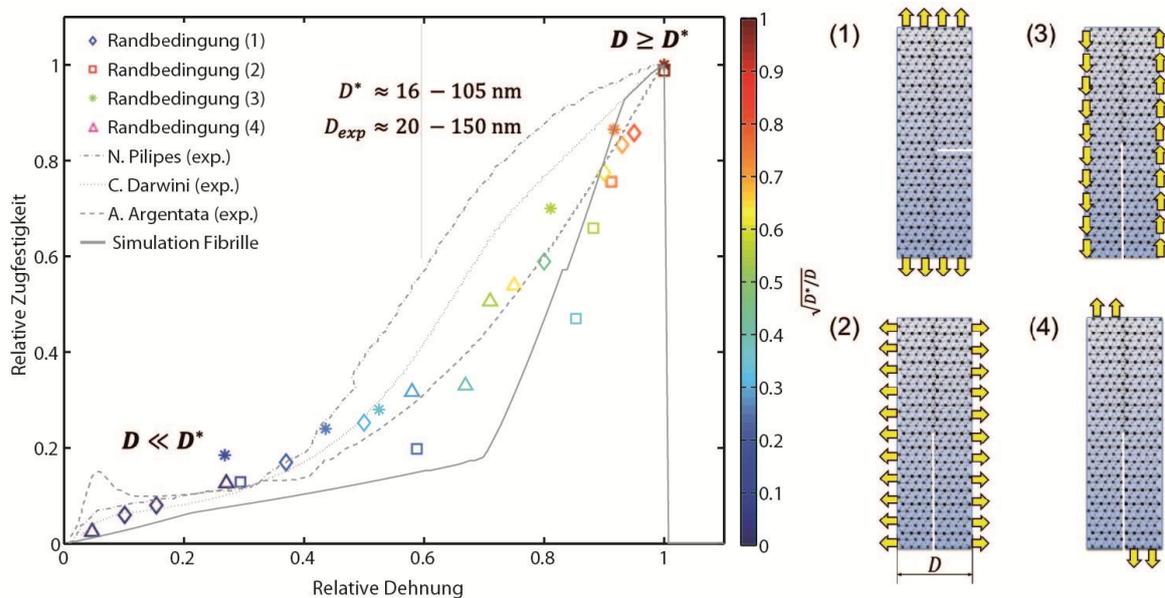


Abb. 1 Spinnenseide enthält verschiedene Defekte, rechts sind die Grundtypen schematisch in den Fällen (1) bis (4) gezeigt. Sie kann daher auch auf unterschiedliche Weise versagen. Links sind die simulierten Ergebnisse für die vier Randbedingungen gezeigt, dazu noch die experimentelle Validierung. Sie zeigen, wie die Größeneffekte im Nachgeben einer Spinnenseidenfaser bei den verschiedenen Randbedingungen wirken. Adaptiert mit freundlicher Genehmigung von [1].

Abbildung 1 zeigt rechts sehr schematisiert vier verschiedene Fälle von Defekten, die zu unterschiedlichem Versagen der Spinnseidenfasern führen. Besonders relevant ist der Lastfall (1), die Länge dieses Risses sei hier a . Damit hängt die Versagensspannung der Faser σ vom Fibrillendurchmesser D , dem Rissaspektverhältnis $\zeta = \frac{a}{D}$, dem Ersatz-Elastizitätsmodul $E' = \frac{E}{(1+\nu^2)}$ mit ν als Poisson-Zahl, einem Faktor $Q(\xi)$, der unter anderem den Einfluss des geringen Durchmessers im Verhältnis zur Länge des Fasers berücksichtigt, und der kritischen Energiefreisetzungsrate G_c ab. G_c repräsentiert die beim Risswachstum an der Oberfläche des Risses freigesetzte Energie, die meist experimentell ermittelt wird.

Für Spinnenseide ist das bisher aber noch nicht gelungen, sodass der Materialparameter aus mikromechanischen Überlegungen angenähert werden muss. Auf Basis der linear-elastischen Bruchmechanik ergibt sich mit diesen Größen:

$$\sigma = \sqrt{\frac{G_c E'}{\pi Q(\zeta) \zeta D}}.$$

Man kann erkennen, dass mit steigendem Rissaspektverhältnis ζ die Versagensspannung sinkt. Die klassische linearelastische Bruchmechanik sagt also eine singularitätsbedingte Schwächung des Materials voraus.

Auf der anderen Seite steigt nach dieser Formel die Material-Versagensspannung an, wenn das Aspektverhältnis steigt. Das kann natürlich nur in gewissen Grenzen wahr sein. Interessant ist hier der Grenzfall $\sigma = \sigma^*$, wobei σ^* die theoretisch erreichbare Versagensspannung des idealen Materials ist. Bei Metallen wäre das die Fließgrenze, bei Proteinen lässt sie sich nicht so einfach definieren. Diese wird bei der kritischen Dimension $D = D^*$ erreicht, was wir bei der Spinnenseide in Abbildung 1 sehen können.

Die ideale Maximalspannung liegt bei etwa ca. 1400 MPa. Wenn der Durchmesser der Fibrille sehr klein ist, ungefähr $D \approx 100$ nm, kann diese realisiert werden. Der Durchmesser kommt dabei also in die Größenordnung der „plastischen Zone“ an der Risspitze. Ausgehend von dem Griffithschen Bruchkriterium $G_c = 2\gamma_s$ wobei γ_s die Oberflächenergie des Proteins ist, folgt für den kritischen Durchmesser

$$D^* = \frac{2\gamma_s E'}{\pi \zeta Q(\zeta) \sigma^{*2}}.$$

Diese Gleichung ist nur für linearelastische Materialien gültig und muss für das nichtlineare Materialverhalten der Spinnenseide (Abbildung 1) erweitert werden.

Viele elastische Materialien lassen sich durch eine Potenzreihen-Entwicklung des Spannungs-Dehnungs-Gesetzes modellieren

$$\sigma \sim \sum_i a_i \varepsilon^{N_i},$$

mit N als ein Parameter für den Steifigkeitsanstieg des Spannungs-Dehnungs-Gesetzes und a_i als Reihenkoeffizient. Für $N < 1$ hat das Material einen mit steigender Verformung sinkenden Elastizitätsmodul, für $N = 1$ ist das Verhalten linear und für $N > 1$ steigt der Modul. Für die kritische Dimension lässt sich dann der folgende Zusammenhang herleiten [2]

$$D^* = \frac{\tau}{\zeta} \sum_i a_i \frac{N_i}{(N_i+1)}.$$

τ ist hierbei ein Parameter, der sich mit Hilfe von Bruchmechanik und auch Simulation zu circa 10 nm bestimmen lässt. Wir konnten zeigen, dass dieser Parameter τ auch r_0 entspricht, dem Gleichgewichtsabstand der Partikel aus Abbildung 3 im Artikel im Heft.

Für das spezifische Materialverhalten des Abseilfadens, haben wir einen kritischen Durchmesser von 16-105 nm ermittelt, was erstaunlich gut mit dem experimentell bestimmten Durchmesser der Fibrillen übereinstimmt. Außerdem lässt sich so die in Abbildung 1 zu erkennende, ausgezeichnete Übereinstimmung mit den Zugversuchen an Spinnseidenfasern erklären, weil die Fibrillen schadenstolerante Substrukturen des gesamten Fasers bilden. Somit haben wir einen direkten Zusammenhang zwischen der Schadenstoleranz der Seidenfaser, der Mikrogeometrie des Materials, und dem allgemeinen Materialverhalten hergestellt. Noch allgemeiner kann man aus dieser Analyse ableiten, dass Materialien, die einen Entropie bedingten Steifigkeitsanstieg bei der Deformation erfahren, tendenziell schadenstoleranter sind.

Literatur

[1] T. Giesa, *et al.*, Nano Lett. **2011**, *11*, 11.

[2] T. Giesa, N. M. Pugno, M. J. Buehler, Phys. Rev. E **2012**, *86*, 041902.