

Ein einfaches quantitatives Modell des globalen Wasserkreislaufs

AXEL KLEIDON | MAIK RENNER

Ergänzung zu dem Artikel „Solares Geoengineering ist keine Lösung“ von Axel Kleidon und Maik Renner, *Physik in unserer Zeit* **2015**, 46(1), 27.

Der globale Wasserkreislauf

Die Stärke des globalen Wasserkreislaufs beschreiben wir im Folgenden mit der Verdunstungsrate E , die im Klimamittel den Niederschlag ausgleicht, also

$$P = E.$$

Um die Verdunstung zu erfassen, nehmen wir als Ausgangspunkt die latente Energie, die dabei aufgenommen wird. Diese Energie entstammt aus der absorbierten Solarstrahlung an der Oberfläche. Sie wird durch die aufsteigende erwärmte Luft, also Luftbewegung, in die Atmosphäre eingebracht, wo sie durch Kondensation wieder freisetzt wird. Damit trägt der Wasserkreislauf durch die Verdunstung an der Oberfläche und anschließender Kondensation weiter oben in der Atmosphäre erheblich zum Wärmetransport von der Oberfläche zur Atmosphäre bei. Auch wenn wir uns vielleicht beim Wasserkreislauf flüssiges Wasser, Wolken und Niederschlag – auch in Form von Hagel oder Schnee – vorstellen, geht es letztendlich um die Umverteilung und Transport von gewaltigen Mengen an latenter Energie im Erdsystem.

Eine physikalische Beschreibung des Wasserkreislaufs basiert daher auf der Energiebilanz, welche die Aufteilung der absorbierten Solarstrahlung an der Oberfläche beschreibt. Die Energiebilanz

formulieren wir in einem stationären Zustand und global, also ohne zeitliche Änderungen der Temperatur und Speichereffekte. Auch den horizontalen Wärmetransport brauchen wir nicht zu berücksichtigen, da dieser sich auf globaler Skala herausmittelt. In dieser vereinfachten Form wird die Erwärmung durch Absorption von Solarstrahlung R_s durch die Kühlsterme ausgeglichen. Zu letzteren zählt der Austausch von langwelliger Strahlung zwischen Oberfläche und Atmosphäre R_l (siehe Abbildung in „Thermodynamische Leistungsgrenze des atmosphärischen Wärmeflusses“ auf S. 6). Ebenfalls kühlend auf die Oberfläche wirken die Wärmeflüsse H und λE , sie tauschen über Luftbewegung die nahe der Oberfläche erwärmte und befeuchtete Luft mit kühlerer und trockenerer Luft der Atmosphäre aus. Es gilt somit:

$$R_s - R_l - H - \lambda E = 0 \quad (1)$$

Der langwellige Strahlungsaustausch R_l beinhaltet dabei die thermische Abstrahlung der Oberfläche sowie die atmosphärische Gegenstrahlung, die den Treibhauseffekt ausmacht. Wir betrachten diesen Austausch hier in linearisierter Näherung der Form

$$R_l = k_r (T_s - T_a). \quad (2)$$

T_s und T_a sind die Temperaturen der Erdoberfläche und der Atmosphäre (in K) und k_r ein effektiver Strahlungsparameter. Wie wir noch sehen werden, spielt dieser Parameter nur eine indirekte Rolle in unserer Abschätzung.

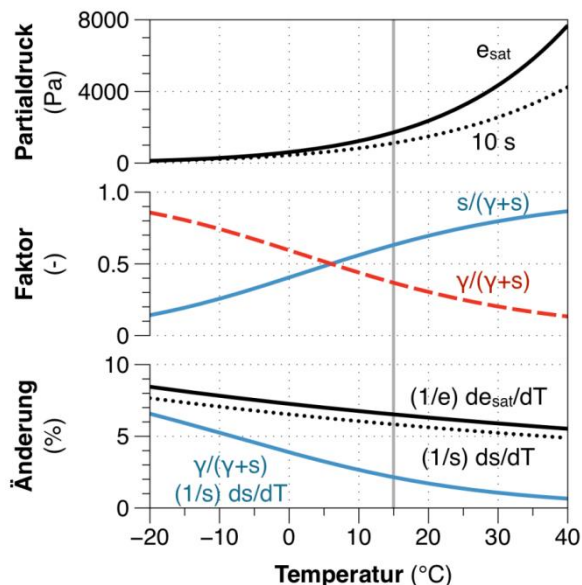


Abb. 1 Sättigung von Luft. Der Sättigungsdampfdruck der Luft, e_{sat} , nimmt mit der Temperatur nach Clausius-Clapeyron zu, sodass warme Luft mehr Wasserdampf halten kann als kalte Luft. Ebenfalls dargestellt ist die Steigung, $s = de_{\text{sat}}/dT$, multipliziert mit 10, in einer Einheit von Pa/K. In der Mitte sind die Faktoren $\gamma/(s + \gamma)$ und $s/(s + \gamma)$ dargestellt, welche die Aufteilung der Wärmeflüsse beeinflussen und von der Temperatur abhängen. Unten: Diese Faktoren beeinflussen die Empfindlichkeit des Wasserkreislaufs gegenüber Erwärmung. Für die Darstellung verwendeten wir eine numerische Näherung von $e_{\text{sat}} = 611 \exp(19,83 - 5417/T)$ mit e_{sat} in Pa und T in K.

Nun müssen wir noch die beiden Wärmeflüsse H und λE genauer erfassen. Diese basieren wie schon angedeutet auf dem vertikalen Massenaustausch durch Luftbewegung. Diesen beschreiben wir mit ρw , wobei ρ die Dichte der Luft von etwa $1,2 \text{ kg m}^{-3}$ bei $20 \text{ }^\circ\text{C}$ und w eine vertikale Austauschrate ist. Die Wärmeflüsse erhalten wir dann durch

$$H = (\rho w) c_p (T_s - T_a), \quad (3)$$

$$\lambda E = \lambda (\rho w) (q_s - q_a), \quad (4)$$

wobei $c_p \approx 1 \text{ kJ K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ die spezifische Wärmekapazität der Luft ist, und q_s sowie q_a die spezifischen Feuchten der Luft bei den Temperaturen T_s und T_a .

Der erste Term H beschreibt somit den „sensiblen“ Wärmefluss, der durch das Austauschen von Luft mit Temperaturen T_s und T_a zwischen der Oberfläche und der Atmosphäre mit einer Rate w bewerkstelligt wird. Der zweite Term λE ist der latente Wärmefluss, der direkt mit der Verdunstungsrate E verbunden ist. Er wird durch das Austauschen von Luft mit unterschiedlicher Feuchte unterhalten, die jeweils an der Oberfläche und in der Atmosphäre herrscht. Wir nehmen nun an, dass die Luft sowohl an der Oberfläche als auch in der Atmosphäre gesättigt ist. Damit wird ihre spezifische Feuchte durch die Clausius-Clapeyron-Gleichung beschrieben (Abbildung 1). Wenn wir diese linear annähern, dann können wir den latenten Wärmefluss durch

$$\lambda E = \frac{s}{\gamma} H$$

beschreiben, wobei s die Steigung der Sättigungsdampfdruckkurve ist und

$$\gamma \approx c_p \frac{p}{0,622 \lambda} \approx 65 \text{ Pa K}^{-1}$$

die sogenannte psychrometrische Konstante der Mikrometeorologie, p ist der Luftdruck.

Mit diesen Gleichungen haben wir nun eine so einfache wie umfassende physikalische Beschreibung der Verdunstungsrate im Rahmen der Oberflächenenergiebilanz. Für den Antrieb sorgt Absorption der Solarstrahlung R_s . Der kritische Teil, der uns zur Lösung der Energiebilanz noch fehlt, ist die Bestimmung des konvektiven Massenaustauschs ρw zwischen Oberfläche und Atmosphäre, der maßgeblich den Wärmefluss $H + \lambda E$ beschreibt. Die maxi-

male Leistung des Wärmeflusses durch diesen Massenaustausch ist thermodynamisch begrenzt (siehe „Thermodynamische Leistungsgrenze der Konvektion“), was wir ausnutzen. Wir betrachten also Luftbewegung als Resultat einer Wärmekraftmaschine, die durch die konvektiven Wärmeflüsse zwischen den Temperaturreservoirs der Oberfläche und der Atmosphäre angetrieben wird. Die konvektiven Wärmeflüsse werden dabei selbst durch die mechanische Arbeit erhalten, die diese Wärmekraftmaschine leistet. Die Maximierung der Leistung gibt uns dann eine obere Grenze für den konvektiven Massenaustausch an. Diese Grenze der Leistung ist gegeben durch

$$G = (H + \lambda E) \frac{T_s - T_a}{T_a}, \quad (5)$$

siehe „Thermodynamische Grenze der Leistung“. Die Leistung setzt sich dabei aus zwei Anteilen zusammen: die trockene Konvektion, verursacht durch H , und die feuchte Konvektion λE . Letztere wird erst dann wirksam, wenn Wasser in der Atmosphäre kondensiert und die latente Wärme wieder freisetzt. Im Mittel führen beide Wärmeflüsse dazu, dass der Temperaturunterschied $T_s - T_a$ abgebaut wird. Diesen Zusammenhang erhalten wir aus der Oberflächenenergiebilanz und der Linearisierung von R_l in den Gleichungen (1 und 2), sodass

$$T_s - T_a = \frac{R_s - H - \lambda E}{k_r}.$$

Maximierung der Leistung durch

$$\frac{\partial G}{\partial (H + \lambda E)} = 0$$

führt dann zu einer optimalen Rate an Massenaustausch ρw_{opt} und einer Beschreibung der Energiebilanz in der Form

$$R_{l,opt} = \frac{R_s}{2}, \quad (6)$$

$$H_{opt} = \frac{\gamma R_s}{s + \gamma 2}, \quad (7)$$

$$\lambda E_{opt} = \frac{s R_s}{s + \gamma 2}. \quad (8)$$

Somit haben wir mit der Thermodynamik eine geschlossene Beschreibung der Oberflächenenergiebilanz erhalten, die uns einen analytischen Ausdruck für die Verdunstung als Maß für die Stärke des Wasserkreislaufs liefert. Diese Ausdrücke werden komplett durch die absorbierte Solarstrahlung R_s an der Oberfläche und die Oberflächentemperatur T_s gegeben, die dann den Wert von s liefern. Dabei spielt der Strahlungsparameter k_r wie auch die Rate des Massenaustauschs in der Aufteilung der Energieflüsse direkt keine Rolle mehr. Indirekt spielt k_r natürlich eine wichtige Rolle, die wir im Ausdruck für die Oberflächentemperatur sehen. Diesen Ausdruck erhalten wir, in dem wir Gleichung 6 mit dem linearisierten Strahlungsaustausch gleichsetzen:

$$T_s = T_a + \frac{R_s}{2k_r} \quad (9)$$

Da $T_s \approx 288$ K, $T_a \approx 255$ K und $R_s = 165$ W/m² recht gut bekannte Größen sind, liefert Gleichung (9) uns den Wert von $k_r \approx 2,5$ W m⁻² K⁻¹ für das heutige Klima.

Mit diesen Werten können wir die globale Verdunstungsrate abschätzen. Mit $T_s = 288$ K erhalten wir $s \approx 111$ Pa K⁻¹, was zu einem Wert von

$$E_{opt} \approx 2 \frac{\text{mm}}{\text{d}}$$

Wassersäule – oder 2 kg/m² Wasser pro Tag – führt. Dieser Wert stimmt recht gut mit Schätzungen aus Beobachtungen von 2,7 mm an verdunstetem Wasser pro Tag überein.

Wasserkreislauf und Erwärmung

Nun kommen wir zu der Frage, wie sich der Wasserkreislauf ändert, wenn sich die Erdoberfläche erwärmt. Die Antwort hängt davon ab, welche Ursache die Erwärmung hat. In unserem Modell kann eine wärmere Oberfläche aus zwei verschiedenen Gründen entstehen, siehe Gleichung (9). Zum einen führt ein stärkerer Treibhauseffekt dazu, dass die Oberfläche weniger effizient durch thermische Abstrahlung gekühlt wird. Dann ist k_f geringer, T_s wird dadurch erhöht, obwohl sich R_s nicht geändert hat. Zum anderen kann die Absorption von Solarstrahlung, R_s , zunehmen, und damit die Temperatur. Im Folgenden gehen wir zunächst von einer Klimaerwärmung ΔT_s aus und betrachten danach, welche Ursachen zu welchen Änderungen in der Verdunstung führen.

Die Änderungen der Verdunstung ΔE bei einer Erwärmung von ΔT_s erhalten wir aus dem vollständigen Differential von E_{opt} :

$$\Delta E = \frac{dE_{\text{opt}}}{dT_s} \Delta T_s = \frac{\partial E}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial T_s} \Delta T_s + \frac{\partial E}{\partial R_s} \frac{\partial R_s}{\partial T_s} \Delta T_s. \quad (10)$$

Der erste Ausdruck auf der rechten Seite beschreibt die direkte Wirkung der Temperatur auf die Steigung der Wasserdampfdruckkurve und spiegelt eine Verschiebung der Aufteilung von H nach λE bei einer höheren Temperatur wider. Diese Verschiebung ist in Abbildung 1 ersichtlich, in der die Faktoren $\gamma/(s + \gamma)$ und $s/(s + \gamma)$ als Funktionen der Temperatur dargestellt sind. Der zweite Ausdruck beschreibt einen zusätzlichen Beitrag, wenn mehr Solarstrahlung an der Oberfläche absorbiert wird. In diesem Fall nehmen sowohl R als auch $H + \lambda E$ zu, um die Energiebilanz zu erfüllen. Das Interessante an diesen zwei Termen ist, dass die Ver-

dunstung anders reagiert, wenn die Erwärmung durch einen erhöhten Treibhauseffekt oder eine erhöhte Absorption von Solarstrahlung verursacht wird, was auf den ersten Blick vielleicht nicht gleich offensichtlich ist.

Diese unterschiedlichen Effekte können wir mit den Gleichungen (8) und (9) direkt ausrechnen. Außerdem können wir die Änderungen mit der Verdunstungsrate normieren, sodass wir die relative Änderung der Verdunstung in %/K erhalten. Für die zwei Ausdrücke, $(\Delta E/E)_{\Delta T}$ und $(\Delta E/E)_{\Delta R_s}$, erhalten wir

$$\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{\Delta T} = \frac{\gamma}{s + \gamma} \frac{1}{s} \frac{ds}{dT_s} \Delta T_s \approx 2,2 \% \cdot K^{-1} \Delta T_s \quad (11)$$

$$\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{\Delta R_s} = \frac{1}{R_s} \frac{\partial R_s}{\partial T_s} \Delta T_s \approx 1\% \cdot K^{-1} \Delta T_s \quad (12)$$

Die Ableitungen ds/dT_s und $\partial R_s/\partial T_s$ lassen sich durch die Gleichungen für den Sättigungsdampfdruck der Luft e_{sat} (gegeben in der Bildunterschrift von Abbildung 1) und nach Umformen von Gleichung (9) bestimmen. Dabei ist noch zu berücksichtigen, dass sich T_a mit der gesamten absorbierten Solarstrahlung, also Oberfläche und Atmosphäre, $R_{s,\text{tot}} = 240 \text{ W m}^{-2}$, ändert. Der Zusammenhang ist durch die planetare Energiebilanz gegeben: $R_{s,\text{tot}} = \sigma T_a^4$ mit der Stefan-Boltzmann-Konstanten $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$.

Wenn die Oberfläche sich durch Verstärkung des Treibhauseffekts erwärmt, so ändert sich die Verdunstung mit

$$\frac{\Delta E}{E} = \left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{\Delta T} = 2,2 \frac{\%}{K}.$$

Dieser Wert stimmt mit den von weitaus komplexeren Klimamodellen sehr gut überein [1, 2]. Geprägt wird die Sensitivität durch die relative Änderung der Steigung s , reduziert durch einen Vorfaktor von $\gamma/(s + \gamma)$, der aus der Energieerhaltung stammt. Diese Sensitivität ist deutlich niedriger als die des Sätti-

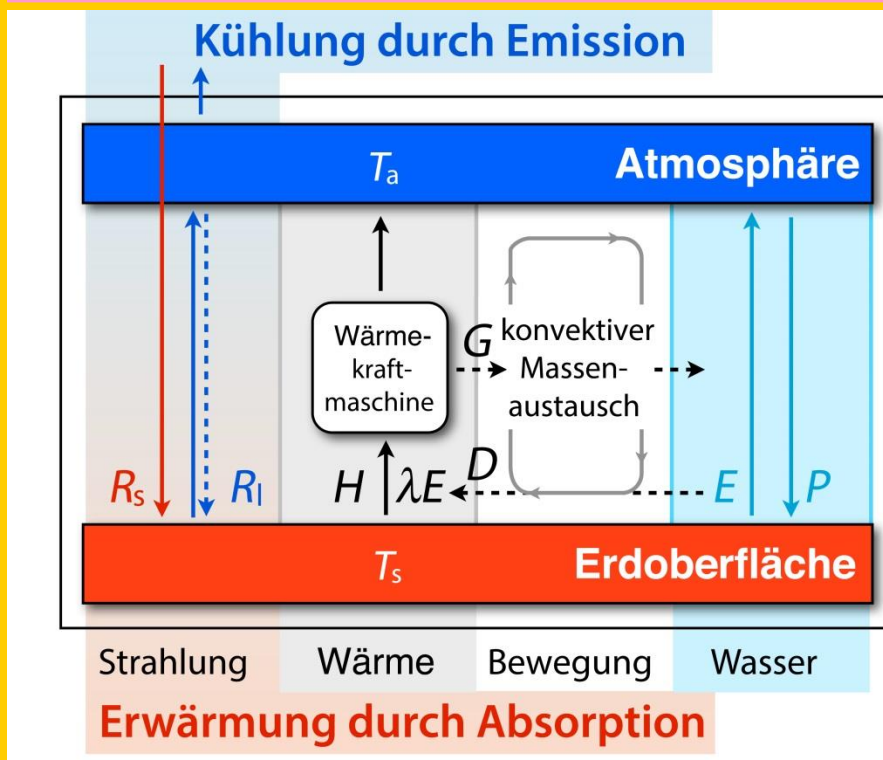
gungsdampfdrucks, der mit etwa 6,5 %/K zunimmt (Abbildung 1). Wird die Erwärmung aber durch stärkere Absorption von Solarstrahlung erzeugt, so nimmt die Verdunstung mit

$$\frac{\Delta E}{E} = \left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{\Delta T} + \left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{\Delta R_s} = 3,2 \frac{\%}{\text{K}}.$$

stärker zu. Der zusätzliche Beitrag kommt daher, dass zusätzlich zur Erwärmung auch mehr Energie an der Oberfläche umgesetzt wird, und daher sowohl R als auch H und λE zunehmen.

Literatur

- [1] M. R. Allen, W. J. Ingram, *Nature*, **2002**, *419*, 224.
- [2] I. M. Held, B. J. Soden, *J. Clim.*, **2006**, *19*, 5686.
- [3] A. Kleidon, *Phys. Unserer Zeit*, **2012**, *43(3)*, 136.
- [4] M. Bister, K. A. Emanuel, *Meteorol. Atmos. Phys.*, **1998**, *65*, 233.



Bewegung in der Atmosphäre entsteht als Resultat einer Wärmekraftmaschine. Angetrieben wird diese von der Erwärmung der Oberfläche, die Sonnenlicht absorbiert (R_s) und der Kühlung der Atmosphäre durch thermische Abstrahlung in das Weltall.

Der erste und zweite Hauptsatz der Thermodynamik beschränken die Umsetzung von Wärme in Arbeit. Betrachtet man die Atmosphäre als Wärmekraftmaschine [3], liefert der erste Hauptsatz

$$J_{in} + D = J_{out} + G.$$

Dabei beschreibt J_{in} die Wärmeflüsse (H und λE) von der solar erwärmten Erdoberfläche, diese sind mit Luftbewegung verbunden und treiben die Maschine an. J_{out} ist der Wärmeabfluss durch die Emission von langwelliger Strahlung ins Weltall [3]. G ist die Erzeugungsrate von Bewegung, also mechanische Leistung, die im stationären Zustand der Dissipation D von Bewegungsenergie durch Reibung entspricht. Es gilt

$$D = G,$$

$$J_{in} = J_{out}.$$

Da die Dissipation überwiegend durch turbulente Reibung nahe der Oberfläche bei einer Tem-

peratur T_s stattfindet, wird die dabei erzeugte Wärme der Maschine mit zugeführt, was auch als „Dissipative Wärmekraftmaschine“ bezeichnet wird [4].

Der zweite Hauptsatz besagt, dass die internen Prozesse der Atmosphäre Entropie produzieren. Im stationären Zustand entspricht die Produktion an Entropie ihrem Nettoaustausch über die Systemgrenze, wofür die Wärmeflüsse sorgen. Im besten Fall wird dies erreicht, wenn die Entropieproduktion nur durch die Dissipation von Bewegungsenergie entsteht:

$$\frac{J_{in}}{T_a} - \frac{J_{in}}{T_s} = \frac{D}{T_s} = \frac{G}{T_s}.$$

Löst man dies nach G auf, so erhält man einen Ausdruck für die maximale Leistung, die erzeugt werden kann, ohne den zweiten Hauptsatz zu verletzen. Dieser Ausdruck ist demjenigen der Grenze des Carnot-Prozesses sehr ähnlich:

$$G = J_{in} \frac{T_s - T_a}{T_a}. \quad (13)$$

Wenn J_{in} einem nennenswerten Anteil der Erwärmung durch R_s entspricht, muss man ferner berücksichtigen, dass der Temperaturunterschied $T_s - T_a$ nicht fest vorgegeben ist, sondern den Einfluss von J_{in} reflektiert.

Das Kombinieren einer linearisierten Beschreibung des langwelligigen Strahlungsaustauschs mit der Oberflächenenergiebilanz liefert den Ausdruck

$$T_s - T_a = \frac{R_s - J_{in}}{k_r}.$$

In Gleichung (13) eingesetzt wird G eine quadratische Funktion von J_{in} :

$$G = \frac{J_{in} R_s - J_{in}^2}{k_r T_a},$$

die bei $J_{in} = R_s/2$ einen maximalen Wert erhält. In diesem Zustand wird Bewegung maximal erzeugt und dissipiert, und dies entspricht einer maximalen Leistung der atmosphärischen Wärmekraftmaschine.