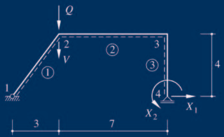
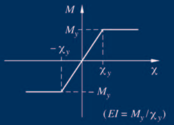
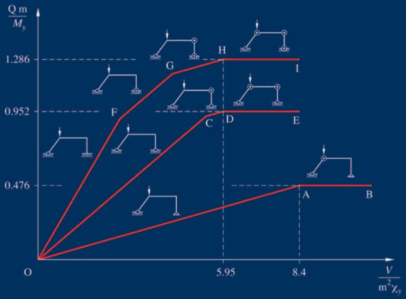
PETER MARTI

BAUSTATIK







GRUNDLAGEN
STABTRAGWERKE
FLÄCHENTRAGWERKE

Ernst & Sohn
A Wiley Company

INHALTSVERZEICHNIS

5 Statische Beziehungen

5.1 Kräftesysteme und Gleichgewicht

5.1.1 Grundbegriffe

Kräfte werden durch ihre Wirkung wahrgenommen. Sie entsprechen physikalischen Wechselwirkungen, welche Verformungs- oder Bewegungszustände von materiellen Systemen verursachen oder verändern. Die Wirkung einer Kraft hängt von ihrem Angriffspunkt, ihrem Betrag und ihrer Richtung ab. Eine Kraft kann deshalb gemäss Bild 5.1(a) als punktgebundener Vektor $\boldsymbol{F}$ mit Angriffspunkt A, Betrag F und Wirkungslinie f dargestellt werden.

Die Wirkungslinie f und ein beliebiger Bezugspunkt O definieren eine Ebene. Denkt man sich einen mit dieser Ebene verbundenen Körper, so erkennt man, dass $\boldsymbol{F}$ eine Verdrehung des Körpers um die zur Ebene senkrechte, durch O gehende Achse n bewirken würde. Die Tendenz zur Verdrehung ist zum Betrag F und zum Abstand a der Kraft $\boldsymbol{F}$ von O proportional. Mit dem Ortsvektor $\boldsymbol{r}$ des Angriffspunkts A von $\boldsymbol{F}$ wird die Tendenz zur Verdrehung mit dem *Moment*

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F} \tag{5.1}$$

betrags- und richtungsmässig korrekt ausgedrückt. Es gilt $|\boldsymbol{M}| = Fa$, und die Vektoren $\boldsymbol{M}$, $\boldsymbol{r}$ und $\boldsymbol{F}$ bilden eine Rechtsschraube, siehe Bild 5.1(b). Wie man sieht, bleibt das Moment $\boldsymbol{M}$ unverändert, wenn die Kraft $\boldsymbol{F}$ entlang ihrer Wirkungslinie f verschoben wird.

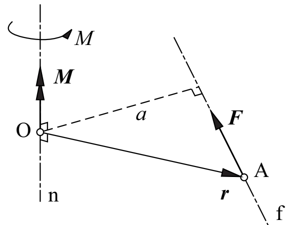
Zu jeder Kraft $\boldsymbol{F}$ gehört eine *Reaktion* $-\boldsymbol{F}$ mit derselben Wirkungslinie. Nach diesem sogenannten *Reaktionsprinzip* kann eine Kraft ohne ihre Reaktion nicht existieren.

Fernkräfte (wie z. B. Gravitationskräfte) haben von ihren Reaktionen verschiedene Angriffspunkte; die Wechselwirkung zwischen zwei massebehafteten Körpern findet in der Regel ohne Berührung statt. Dagegen sind bei *Kontaktkräften* (wie z. B. Lagerkräften) die Angriffspunkte von Kraft und Reaktion zwar nicht materiell aber geometrisch identisch; die Wechselwirkung zwischen Lager und gelagertem Körper entsteht durch Berührung – wird der Kontakt aufgehoben, so verschwindet auch die Kontaktkraft.

Die in der Dynamik zu berücksichtigenden *Trägheitskräfte* (vgl. Kapitel 8.3.4) besitzen keine Reaktionen. Sie entsprechen keinen physikalischen Wechselwirkungen, sondern sind mathematische Hilfsgrössen.

Kontaktkräfte sind im Allgemeinen als *Flächenkräfte* (Flächenlasten) auf einer endlichen Fläche verteilt. Die auf die Flächeneinheit bezogene Kontaktkraft, die *Flächenkraftdichte*

(a)



(b)

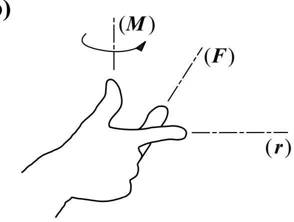


Bild 5.1 Kraft und Moment: (a) Bezugspunkt O, Angriffspunkt A, Wirkungslinie f, Drehachse n; (b) Rechtsschraube.

Baustatik
■ Marti

ISBN: 978-3-433-?????-?

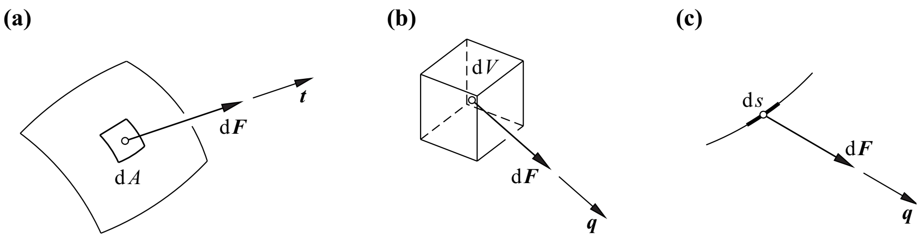


Bild 5.2 Verteilte Kräfte: (a) Flächenkraftdichte; (b) Raumkraftdichte; (c) Linienkraftdichte.

$$\boldsymbol{t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{F}}{\mathrm{d}A} \tag{5.2}$$

bezeichnet man auch als *Spannungsvektor*, siehe Bild 5.2(a) und Kapitel 5.2.1.

Analog bezeichnet man die auf einen endlichen Raum verteilten Fernkräfte als *Raumkräfte* (Raumlasten) mit der *Raumkraftdichte*

$$\boldsymbol{q} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{F}}{\mathrm{d}V} \tag{5.3}$$

siehe Bild 5.2(b).

Wird schliesslich ein Körper wie ein Balken oder ein Seil als eindimensional idealisiert und wirken auf diesen verteilte Kräfte als *Linienkräfte* (Linien- oder Streckenlasten), gelangt man zur *Linienkraftdichte*

$$\boldsymbol{q} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{F}}{\mathrm{d}s} \tag{5.4}$$

siehe Bild 5.2(c).

Kraftbeträge besitzen im SI- oder MKS-System die Einheit *Newton* [$1\,\mathrm{N} = 1\,\mathrm{mkgs}^{-2}$] bzw. [kN] oder [MN]. Für Momente verwendet man dementsprechend die Einheit [Nm] bzw. [kNm] oder [MNm]. Zur Unterscheidung von Kräften und Momenten werden letztere mit Doppelpfeilen dargestellt, siehe Bild 5.1(a). Für Linien-, Flächen- und Raumkraftdichten resultieren die Einheiten [Nm^{-1}], [$\mathrm{Nm}^{-2} = \mathrm{Pa}$] und [$\mathrm{Nm}^{-3}$].

5.1.2 Kräftesysteme

Im Folgenden betrachten wir *Kräftegruppen* (Gruppen von Kräften), deren materielle Angriffspunkte innerhalb eines beliebig abgegrenzten Körpers bzw. Systems liegen. Durch Isolation eines Körpers bzw. eines Systems (oder eines Körper- bzw. Systemteils) durch einen geschlossenen Rundschnitt gewonnene Körper nennen wir *Schnittkörper* (Abkürzung SK). Durch Einführen aller Kräfte, die auf den Schnittkörper wirken, erhält man ein *Schnittkörperdiagramm* (Abkürzung SKD).

Die *Resultierende* einer Kräftegruppe erhält man durch Vektoraddition über den Schnittkörper:

$$\boldsymbol{R} = \sum_{\mathrm{SK}} \boldsymbol{F} \tag{5.5}$$

Ebenso erhält man das *Gesamtmoment* der Kräftegruppe bezüglich eines beliebigen Bezugspunkts O:

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{O}} = \sum_{\mathrm{SK}} \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F} \tag{5.6}$$

siehe Bild 5.3 und (5.1).

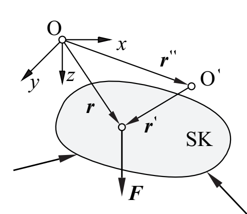


Bild 5.3 Schnittkörperdiagramm mit Bezugspunkten O und O′.

Wählt man anstelle von O einen anderen Bezugspunkt O′, so folgt gemäss Bild 5.3 mit $\boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}''$ und (5.5) sowie (5.6)

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{O}'} = \sum_{\mathrm{SK}} \boldsymbol{r}' \times \boldsymbol{F} = \sum_{\mathrm{SK}} \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F} - \boldsymbol{r}'' \times \sum_{\mathrm{SK}} \boldsymbol{F} = \boldsymbol{M}_{\mathrm{O}} - \boldsymbol{r}'' \times \boldsymbol{R} \tag{5.7}$$

Die Vektorpaare $\{\boldsymbol{R}, \boldsymbol{M}_{\mathrm{O}}\}$ bzw. $\{\boldsymbol{R}, \boldsymbol{M}_{\mathrm{O}'}\}$ nennt man *Dyname* der Kräftegruppe in O bzw. O′.

Zwei Kräftegruppen sind *äquivalent*, wenn ihre Dynamen bezüglich eines beliebigen Bezugspunkts gleich sind. Gemäss (5.7) muss die Äquivalenz zweier Kräftegruppen nur für einen Bezugspunkt nachgewiesen werden; die Identität der Gesamtmomente ist dann für alle Punkte gegeben.

5.1.3 Gleichgewicht

Eine Kräftegruppe ist *im Gleichgewicht*, wenn ihre Dyname verschwindet:

$$\boldsymbol{R} = \mathbf{0} \quad , \quad \boldsymbol{M}_{\mathrm{O}} = \mathbf{0} \tag{5.8}$$

Die *Gleichgewichtsbedingungen* (5.8) liefern bei räumlichen Kräftegruppen sechs skalare Gleichungen, nämlich drei *Komponentenbedingungen* und drei *Momentenbedingungen*. Bei ebenen Kräftegruppen reduziert sich diese Zahl auf drei, nämlich zwei Komponentenbedingungen in der Ebene der Kräftegruppe und eine Momentenbedingung in senkrechter Richtung dazu.

Gilt (5.8), so ist nach (5.7) $\boldsymbol{M}_{\mathrm{O}'} = \mathbf{0}$. Die Komponentenbedingungen können folglich durch Momentenbedingungen um einen zweiten Bezugspunkt ersetzt werden. Allgemein können im räumlichen Fall Momentenbedingungen um sechs nicht kollineare Achsen und im ebenen Fall um drei nicht auf einer Geraden liegende Punkte formuliert werden. Dies ist in der Anwendung oft einfacher als das Aufstellen der Komponentenbedingungen. Je nach Problemstellung wird man im ebenen Fall oft nur eine und im räumlichen Fall nur eine oder zwei Komponentenbedingungen durch Momentenbedingungen ersetzen, wie in Kapitel 10 weiter erläutert.

Wendet man (5.8) auf differentielle Tragwerkselemente an, entstehen Differentialgleichungen des Gleichgewichts, wie in Kapitel 5.3 ausgeführt.

Bei der Definition von Schnittkörpern und der Anwendung der Gleichgewichtsbedingungen auf dieselben macht man allgemein Gebrauch vom sogenannten *Schnittprinzip*: Trennt man aus einem im Gleichgewicht befindlichen und kompatibel verformten Körper oder System beliebige Teile durch fiktive Schnitte heraus, ist jeder dieser Teile im Gleichgewicht und kompatibel verformt.

Auf beliebige Schnittkörper wirkende Kräfte werden als *innere* bzw. *äussere Kräfte* bezeichnet, je nachdem ob der materielle Angriffspunkt der Reaktion einer Kraft innerhalb oder ausserhalb des Schnittkörpers liegt.

Da die inneren Kräfte nach dem Reaktionsprinzip eine *Gleichgewichtsgruppe* (d. h. eine Kräftegruppe im Gleichgewicht) bilden, müssen die äusseren Kräfte notwendigerweise für sich im Gleichgewicht sein, wenn der Schnittkörper insgesamt im Gleichgewicht ist. Diese Aussage bezeichnet man als *Hauptsatz der Statik*.

Reichen die Gleichgewichtsbedingungen – allenfalls nach geeigneter Systemzerlegung – zur Bestimmung der Unbekannten eines Problems aus, spricht man von einem *statisch bestimmten*, andernfalls von einem *statisch unbestimmten* System.

5.1.4 Standfestigkeit

Tragwerke müssen *standfest* sein, d. h. sie dürfen nicht als Ganzes versagen (z. B. durch Aufschwimmen, Abgleiten oder Kippen). Ihr *Starrkörpergleichgewicht* bzw. ihre Gesamtstabilität muss gewährleistet sein (vgl. Kapitel 4.4, Grenzzustand Typ I).

Beispiel 5.1

Die in Bild 5.4(a) dargestellte Winkelstützmauer soll bezüglich Kippen um den vorderen Fusspunkt O untersucht werden. Dazu betrachten wir die von ihrer Umgebung freigeschnittene (befreite) Winkelstützmauer gemäss Bild 5.4(b) als Schnittkörper und führen, um zu einem Schnittkörperdiagramm zu gelangen, alle auf sie wirkenden Kräfte ein. Dabei handelt es sich um die (auf die Einheitslänge senkrecht zur yz-Ebene bezogenen) Eigenlasten der Sohlplatte (G_1) und der aufgehenden Wand (G_2), die auf den Sohlplattenüberständen ruhenden Erdlasten G_3 und G_4, die aktiven und passiven Erddruckkräfte E_a und E_p sowie eine auf die Plattensohle wirkende Kontaktkraft A. Wasserdruckkräfte werden

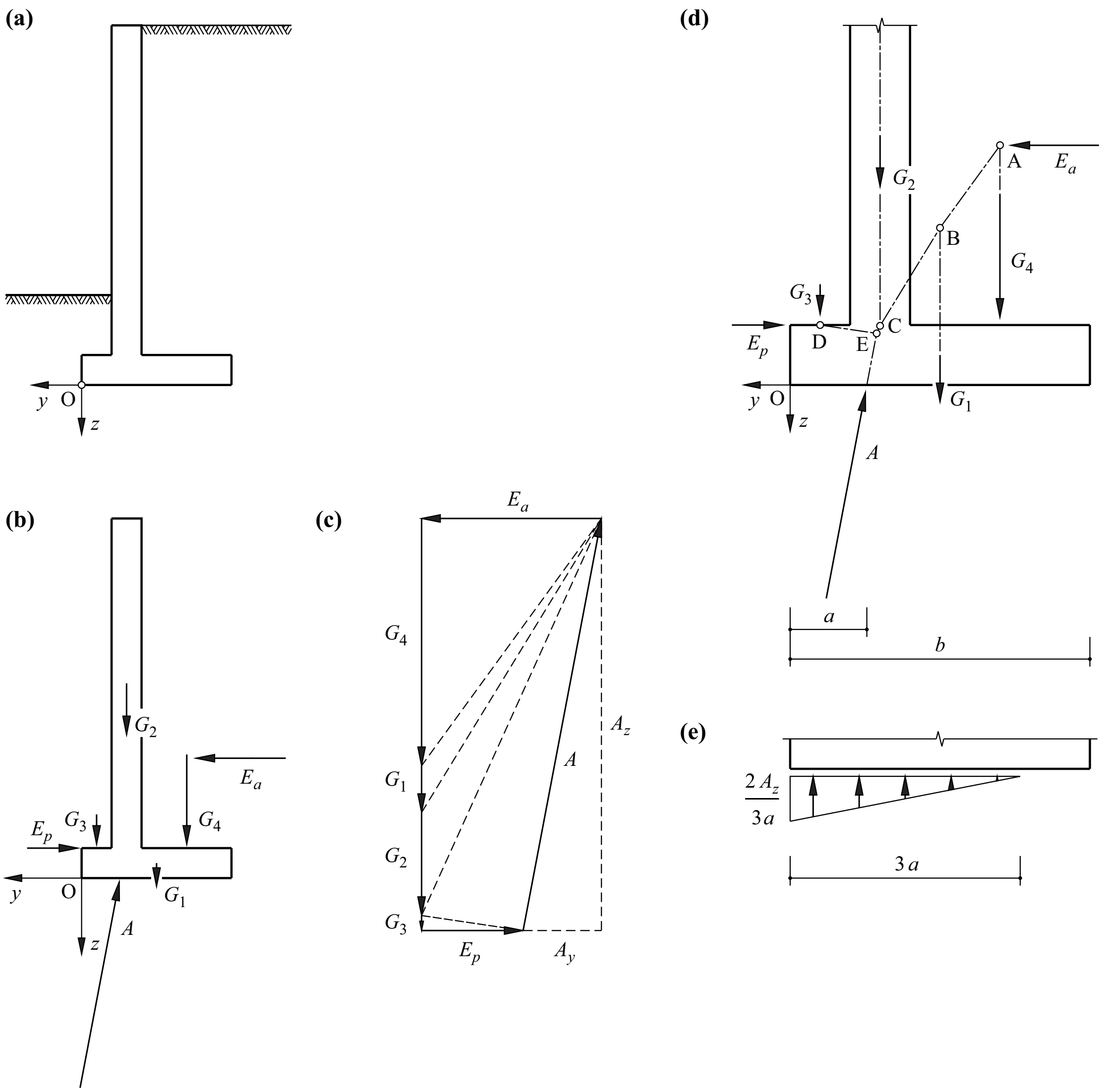


Bild 5.4 Standfestigkeit einer Winkelstützmauer: (a) Übersicht; (b) Schnittkörperdiagramm; (c) Kräfteplan; (d) Lageplan; (e) mögliche Sohldruckverteilung.

vereinfachend vernachlässigt. Ferner entspricht die Rechnung mit den Erdlasten G_3 und G_4 einer starken Idealisierung. Tatsächlich müsste sich bei einem Kippversagen im Boden hinter der Wand ein keilförmiger Bruchkörper ausbilden. Dies wäre mit der Mobilisierung von weiteren, hier vernachlässigten Kräften verbunden; ähnliches gilt für die Bruchzone am vorderen Wandfuss.

Die Kontaktkraft A lässt sich mit (5.8) z. B. durch Aufstellen der beiden Komponentenbedingungen in y- und z-Richtung sowie der Momentenbedingung um O nach Betrag, Richtung und Angriffspunkt ohne weiteres ermitteln. Alternativ kann A auch graphisch ermittelt werden. Bild 5.4(c) zeigt die zugehörige Aneinanderreihung der Kraftvektoren im sogenannten *Kräfteplan* (Kräftepolygon); Gleichgewicht verlangt, dass der Kräfteplan geschlossen ist, womit A nach Betrag und Richtung festgelegt ist. Der Angriffspunkt von A folgt aus dem *Lageplan* gemäss Bild 5.4(d), indem man sukzessive die im Kräfteplan strichliert eingetragenen Zwischenresultierenden der Kräfte E_a und G_4 etc. bildet, deren Wirkungslinien ausgehend vom Schnittpunkt A von E_a und G_4 einzeichnet und zum Schnitt B mit der nächsten Kraft G_1 bringt etc. Auf diese Weise gelangt man zum Schnittpunkt E der Wirkungslinien CE und DE von (E_a, G_4, G_1, G_2) bzw. (E_p, G_3), und damit ist die Wirkungslinie von A festgelegt.

Standfestigkeit bedeutet, dass A an der Sohlplatte angreift, d. h. $0 \leq a \leq b$, siehe Bild 5.4(d). Für den Grenzfall $a = 0$ (bzw. $a = b$) würde der Sohldruck unendlich gross, was wegen der endlichen Festigkeit des Baugrunds unmöglich ist. Bild 5.4(d) stellt einen praktisch möglichen Fall dar, und Bild 5.4(e) zeigt eine statisch äquivalente lineare Sohldruckverteilung mit dem Maximalwert $2A_z/(3a)$ bei O. Wie man sieht, ist $3a < b$, d. h. im Bereich $-3a > y \geq -b$ liegt eine *klaffende Sohlfuge* mit verschwindender Kontaktkraft vor.

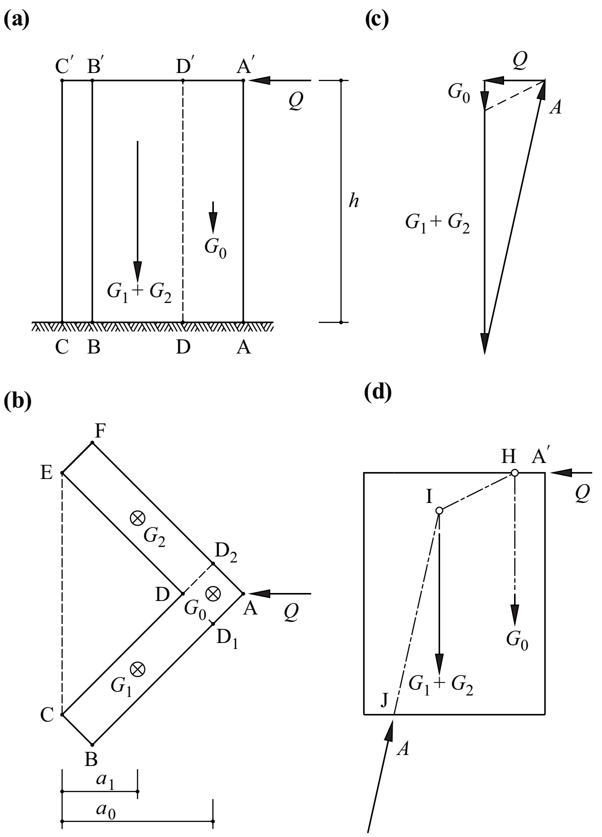


Bild 5.5 Winkel auf horizontaler Unterlage: (a) Aufriss; (b) Grundriss; (c) Kräfteplan; (d) Lageplan.

Über die Verteilung der Horizontalkomponente A_y von A in der Sohlfuge kann aufgrund statischer Überlegungen allein keine Aussage gemacht werden. Vereinfachend kann man eine zur Verteilung von A_z proportionale, im vorliegenden Fall also ebenfalls dreieckförmige Verteilung annehmen.

Beispiel 5.2

Der in Bild 5.5(a) und (b) dargestellte rechteckige Winkel auf horizontaler Unterlage wird bei A′ durch eine Horizontalkraft Q belastet. In Bild 5.5(b) sind die *Berührungsfläche* ABCDEF und die *Standfläche* ABCEF zu unterscheiden. Letztere ist die kleinste konvexe Hülle der Ersteren.

Die Standfestigkeit des Winkels kann mit einer Momentenbedingung um die Achse CE überprüft werden. Das treibende Moment Qh infolge Q um CE darf das widerstehende Moment $G_0\,a_0 + (G_1 + G_2)\,a_1$ infolge der Eigenlastanteile $G_0(\mathrm{AD_1DD_2})$, $G_1(\mathrm{D_1BCD})$ und $G_2(\mathrm{DEFD_2})$ nicht überschreiten, andernfalls kippt der Winkel.

Bild 5.5(c) und (d) illustrieren die alternative graphische Überprüfung mit Hilfe von Kräfte- und Lageplan. Der Angriffspunkt J der Kontaktkraft A muss für die Standfestigkeit innerhalb der Standfläche liegen.

Die Kontaktkraft A wird je hälftig in den Endbereichen der beiden Schenkel des Winkels aufgenommen. Im Grenzfall konzentriert sie sich in den Punkten C und E, wobei dann die lokale Pressung unendlich gross wird.

5.1.5 Lager

Lager entsprechen örtlich verhinderten Verschiebungs- und Rotationsmöglichkeiten (*Freiheitsgraden*) von Tragwerken. Sie können nach den verhinderten (gefesselten) Verschiebungs- und Rotationsmöglichkeiten bzw. den passivierten Freiheitsgraden klassifiziert werden, d. h. je nachdem, ob die Verschiebungen u, v, w und die Rotationen φ_x, φ_y, φ_z in x-, y-, z-Richtung möglich oder verhindert sind, siehe Bild 5.6. Die Anzahl passivierterer (gefesselter) Freiheitsgrade (bzw. die Anzahl der Komponenten der *Lagerdyname*) bezeichnet man als *Wertigkeit* des Lagers.

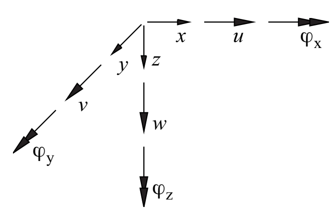


Bild 5.6 Verschiebungen und Rotationen.

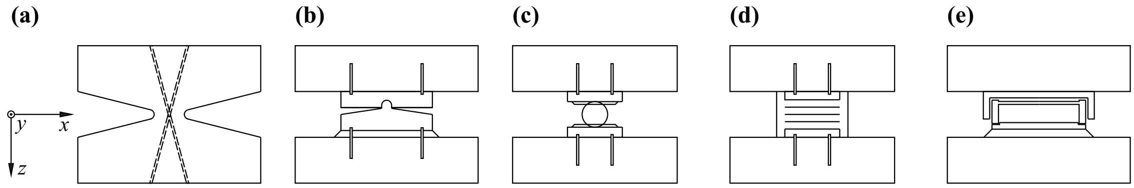


Bild 5.7 Lagerbauformen: (a) Betongelenk; (b) Stahl-Linienlager; (c) Stahl-Rollenlager; (d) Gummi-Schichtlager; (e) Neotopf-Gleitlager.

Bild 5.7 zeigt einige Bauformen von Lagern. Wird das in Bild 5.7(a) dargestellte Betongelenk als (in y-Richtung langes) Linienlager ausgebildet, verhindert es die Verschiebungen u, v, w sowie die Rotationen φ_x und φ_z ; als (in y-Richtung kurzes) Punktlager sind sowohl φ_x als auch φ_z wie φ_y praktisch unbehindert. Beachtenswert ist, dass das Lager bezüglich der Kräfte in allen drei Richtungen zweiseitig wirkt, d. h. es können an dem in der Lagerfuge aufgeschnittenen Lagerkörper positive und negative Kräfte auftreten, insbesondere – wegen der die Lagerfuge kreuzenden Bewehrung – auch in z-Richtung. Das in Bild 5.7(b) dargestellte Stahl-Linienlager wirkt bezüglich u zweiseitig und bezüglich w einseitig – das Lager würde bei verschwindender Kraft in z-Richtung abheben; bezüglich v wirkt es entweder über Reibung oder mit seitlichen Anschlägen (nach Überwindung des Spiels zwischen Anschlag und Lagerkörper) bis zu einem gewissen Betrag zweiseitig; die Rotation φ_y ist praktisch unbehindert, und die Rotationen φ_x , φ_z sind verhindert. Bei dem in Bild 5.7(c) dargestellten Stahl-Rollenlager sind u und φ_y unbehindert, und das Lager wirkt bezüglich w einseitig; seitliche Führungsleisten verhindern die Verschiebung v sowie die Rotation φ_z ; die Rotation φ_x ist wegen der in y-Richtung langen Rolle verhindert. Das in Bild 5.7(d) dargestellte Gummi-Schichtlager wirkt bezüglich w einseitig und ermöglicht je nach Ausführung die Verschiebungen u, v sowie die Rotationen φ_y, φ_x . Gleiches gilt für das in Bild 5.7(e) dargestellte Neotopf-Gleitlager.

Die Betrachtung von Bild 5.7 zeigt, dass die Verschiebungs- und Rotationsmöglichkeiten von Lagern je nach Ausführung stets innerhalb bestimmter Grenzen und nicht absolut vorhanden oder verhindert sind. Ebenso sind die zu den verhinderten Verschiebungs- und Rotationsmöglichkeiten gehörigen Komponenten der *Lagerdyname* auf bestimmte Grenzwerte beschränkt. In der Praxis gilt es in jedem Fall, diese Grenzen sorgfältig zu beachten.

In der Baustatik geht man von entsprechenden, in Bild 5.8 für den ebenen Fall dargestellten Idealisierungen aus. Bild 5.8(a) zeigt ein ein- oder zweiseitig wirkendes *Gleitlager* (verschiebliches Gelenklager), das lediglich w verhindert und dessen Lagerdyname auf die Kraftkomponente in z-Richtung beschränkt ist. Bei dem in Bild 5.8(b) dargestellten (festen) *Gelenklager* ist auch u verhindert, und die Lagerdyname wird um die entsprechende Kraftkomponente in x-Richtung erweitert. Bei der in Bild 5.8(c) dargestellten (festen) *Einspannung* ist schliesslich auch φ_y verhindert; die Lagerdyname weist auch ein Moment um die y-Achse auf. Die Ausdehnung dieser Betrachtungen auf den allgemeinen räumlichen Fall ist anhand von Bild 5.6 ohne weiteres möglich.

Die in Bild 5.8 dargestellten Lagerungsarten können gemäss Bild 5.9 statisch äquivalent mit *Pendelstäben* realisiert werden. Dabei handelt es sich um gerade und gewichtslose, beidseitig zentrisch mit reibungsfreien Gelenken angeschlossene Stäbe. Unter diesen Voraussetzungen können von den Stäben lediglich Kräfte übertragen werden, deren Wirkungslinien mit den Stabachsen zusammenfallen. Ein Gleitlager kann also, wie in Bild 5.9(a) gezeigt, statisch äquivalent durch eine Pendelstütze ersetzt werden; die wegen Schiefstellung der Pendelstütze infolge einer Verschiebung u auftretende Kraftkomponente in x-Richtung ist unter Annahme infinitesimal kleiner Verschiebungen (Theorie 1. Ordnung, vgl. Kapitel 6.1) im Vergleich zur Kraftkomponente in z-Richtung vernachlässigbar. Die bei einem Gelenklager mögliche Lager-

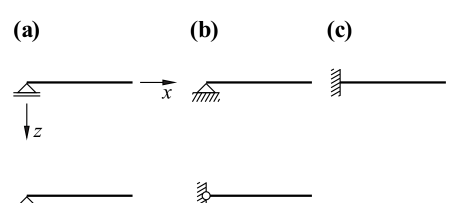


Bild 5.8 Lager-Idealisierungen: (a) Gleitlager; (b) Gelenklager; (c) Einspannung.

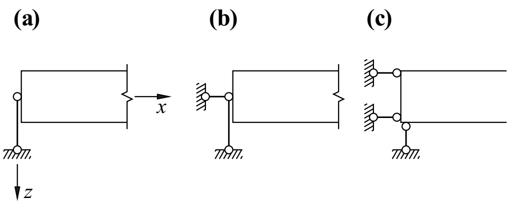


Bild 5.9 Äquivalente Lagerung mit Pendelstäben: (a) Gleitlager; (b) Gelenklager; (c) Einspannung.

kraftkomponente in x-Richtung erfordert einen entsprechenden zweiten Pendelstab, wie in Bild 5.9(b) gezeigt. Schliesslich ist zur Realisierung einer Einspannung ein dritter Pendelstab erforderlich, wie in Bild 5.9(c) dargestellt; dabei müssen die ersten beiden Pendelstäbe verschiedene Wirkungslinien haben, und die Achse des dritten darf nicht durch den Schnittpunkt der ersten beiden gehen, sonst würde das Lager nicht wie eine Einspannung sondern wie ein Gelenklager in diesem Punkt wirken.

Für den allgemeinen räumlichen Fall sind sechs Pendelstäbe zur unverschieblichen Lagerung erforderlich. Mit der Dyname $\{\boldsymbol{R}, \boldsymbol{M}_O\}$, den Koordinaten r_{ij} eines Punkts der Achse des Pendelstabs i sowie den Richtungskosinus c_{ij} der sechs Pendelstäbe und den Pendelstabkräften N_i gilt gemäss (5.5) und (5.6)

$$\begin{bmatrix} c_{1x} & c_{2x} & \cdots & c_{6x} \\ c_{1y} & c_{2y} & \cdots & c_{6y} \\ c_{1z} & c_{2z} & \cdots & c_{6z} \\ r_{1y}c_{1z} - r_{1z}c_{1y} & r_{2y}c_{2z} - r_{2z}c_{2y} & \cdots & r_{6y}c_{6z} - r_{6z}c_{6y} \\ r_{1z}c_{1x} - r_{1x}c_{1z} & r_{2z}c_{2x} - r_{2x}c_{2z} & \cdots & r_{6z}c_{6x} - r_{6x}c_{6z} \\ r_{1x}c_{1y} - r_{1y}c_{1x} & r_{2x}c_{2y} - r_{2y}c_{2x} & \cdots & r_{6x}c_{6y} - r_{6y}c_{6x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ N_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \\ M_{Ox} \\ M_{Oy} \\ M_{Oz} \end{Bmatrix} \tag{5.9}$$

Damit (5.9) für beliebige Dynamen eine Lösung $\boldsymbol{N}$ besitzt, muss die Matrix linkerhand regulär sein, d. h. ihre Determinante darf nicht verschwinden.

Wählt man für den ebenen Fall (drei Stäbe in der xz-Ebene) mit R_x, R_z, M_{Oy} den Koordinatenursprung O im Schnittpunkt der Stäbe 1 und 2 ($\boldsymbol{r}_1 = \boldsymbol{r}_2 = \boldsymbol{0}$) und betrachtet man den Punkt der Pendelstabachse 3 auf der z-Achse ($r_{3x} = 0$, $r_{3z} \neq 0$), so erhält man aus der um die zweite, vierte und sechste Zeile sowie die vierte bis sechste Spalte reduzierten Matrix in (5.9) die Matrix

$$\begin{bmatrix} c_{1x} & c_{2x} & c_{3x} \\ c_{1z} & c_{2z} & c_{3z} \\ 0 & 0 & r_{3z}c_{3x} \end{bmatrix} \tag{5.10}$$

und damit die Forderung

$$\det = r_{3z}c_{3x}(c_{1x}c_{2z} - c_{1z}c_{2x}) \neq 0 \tag{5.11}$$

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit kann man die x-Achse in Richtung der Stabachse 1 legen, d. h. $c_{1x} = 1$, $c_{1z} = 0$. Somit erhält man die Forderungen $c_{3x} \neq 0$, $c_{2z} \neq 0$, d. h. die Stabachse 3 darf nicht durch O gehen, und die Stäbe 1 und 2 dürfen nicht kollinear sein. Die oben aufgestellten Forderungen werden damit bestätigt.

Oft wird man Lager nicht wie bisher vorausgesetzt als fest idealisieren können, sondern man hat deren Nachgiebigkeit zu berücksichtigen. Zu diesem Zweck verwendet man gemäss Bild 5.10 entsprechende *Weg-* und *Drehfedern* und setzt im einfachsten Fall eine lineare Beziehung zwischen den Komponenten der Lagerdyname und den entsprechenden Verschiebungen und Rotationen voraus:

$$A_x = -\,k_x u_A \quad , \quad A_z = -\,k_z w_A \quad , \quad M_A = -\,k_y \varphi_y A \tag{5.12}$$

Dabei bezeichnen k_x, k_z und k_y die *Weg-* und *Drehfedersteifigkeiten*.

BESTELLFORMULAR

Stück	Bestell-Nr.:	Titel	Preis* €
	978-3-433-02990-9	Marti, Peter: Baustatik. Grundlagen - Stabtragwerke - Flächentragwerke	ca. 98,-
	906132	Gesamtverzeichnis Ernst & Sohn 2011/2012	kostenlos
	bitte ankreuzen	Monatlicher E-Mail-Newsletter	kostenlos

Liefer- und Rechnungsanschrift: □privat □geschäftlich

Firma			
Ansprechpartner			Telefon
UST-ID Nr. / VAT-ID No.			Fax
Straße//Nr.			E-Mail
Land		PLZ	Ort

Vertrauensgarantie: Dieser Auftrag kann innerhalb von zwei Wochen beim Verlag Ernst & Sohn, Wiley-VCH, Boschstr. 12, D-69469 Weinheim, schriftlich widerrufen werden.

Wilhelm Ernst & Sohn
Verlag für Architektur und
technische Wissenschaften
GmbH & Co. KG
Rotherstraße 21, 10245 Berlin
Deutschland
www.ernst-und-sohn.de

Ernst & Sohn
A Wiley Company

Datum / Unterschrift

*€-Preise gelten ausschließlich in Deutschland. Alle Preise enthalten die gesetzliche Mehrwertsteuer. Die Lieferung erfolgt zuzüglich Versandkosten. Es gelten die Lieferungs- und Zahlungsbedingungen des Verlages. Irrtum und Änderungen vorbehalten.
Stand: Februar 2012 (homepage_Probekapitel)