

## Inhaltsverzeichnis

Vorwort zur siebten Auflage *XIII*

Vorwort zur sechsten Auflage *XV*

Vorwort zur ersten Auflage *XVII*

- 1 Mathematische Grundlagen 1**
  - 1.1 Die Sprache der Mathematik 1
  - 1.2 Mengenlehre 3
  - 1.3 Zahlen 6
  - 1.4 Einige Rechenregeln 12
  - 1.5 Kombinatorik 15
  
- 2 Lineare Algebra 23**
  - 2.1 Matrizen 23
  - 2.2 Lineare Gleichungssysteme und Gauß-Algorithmus 31
  - 2.3 Determinanten 38
    - 2.3.1 Definition 38
    - 2.3.2 Rechenregeln 41
    - 2.3.3 Berechnung von Determinanten 44
  - 2.4 Lineare Unabhängigkeit und Rang einer Matrix 46
    - 2.4.1 Lineare Unabhängigkeit 46
    - 2.4.2 Rang einer Matrix 48
  - 2.5 Lösungstheorie linearer Gleichungssysteme 50
    - 2.5.1 Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme 50
    - 2.5.2 Berechnung der Inversen einer Matrix 55
  
- 3 Unendliche Zahlenfolgen und Reihen 59**
  - 3.1 Unendliche Zahlenfolgen 59
    - 3.1.1 Definitionen und Beispiele 59
    - 3.1.2 Konvergenz einer Zahlenfolge 61
    - 3.1.3 Das Rechnen mit Grenzwerten 64

3.2	Unendliche Reihen	68
3.2.1	Definitionen und Beispiele	68
3.2.2	Konvergenzkriterien	71
3.2.3	Das Rechnen mit unendlichen Reihen	74
3.2.4	Potenzreihen	76
<b>4</b>	<b>Funktionen</b>	<b>79</b>
4.1	Erläuterung des Funktionsbegriffes	79
4.2	Funktionen einer Variablen	80
4.2.1	Darstellung	80
4.2.2	Umkehrung und implizite Darstellung einer Funktion	82
4.2.3	Wichtige Begriffe zur Charakterisierung von Funktionen	84
4.2.4	Einige spezielle Funktionen	85
4.2.5	Stetigkeit	96
4.2.6	Funktionsfolgen	99
4.3	Funktionen mehrerer Variablen	102
4.3.1	Darstellung	102
4.3.2	Definitionsbereiche	107
4.3.3	Stetigkeit	108
<b>5</b>	<b>Vektoralgebra</b>	<b>111</b>
5.1	Rechnen mit Vektoren	111
5.1.1	Definition eines Vektors	111
5.1.2	Rechenregeln für Vektoren	114
5.1.3	Skalarprodukt	117
5.1.4	Vektorprodukt	119
5.1.5	Spatprodukt	122
5.2	Darstellung von Vektoren in verschiedenen Basen	125
5.2.1	Lineare Unabhängigkeit von Vektoren	125
5.2.2	Basis im $\mathbb{R}^3$ und Basiswechsel	128
5.2.3	Orthonormalbasis	132
<b>6</b>	<b>Analytische Geometrie</b>	<b>137</b>
6.1	Analytische Darstellung von Kurven und Flächen	137
6.1.1	Darstellung durch Gleichungen in $x$ , $y$ und $z$	137
6.1.2	Parameterdarstellung	146
6.2	Lineare Abbildungen	149
6.2.1	Definitionen	149
6.2.2	Eigenwerte und Eigenvektoren	151
6.2.3	Drehungen und Spiegelungen	155
6.3	Koordinatentransformationen	162
6.3.1	Lineare Transformationen	162
6.3.2	Transformation auf krummlinige Koordinaten	169

- 7 Differenziation und Integration einer Funktion einer Variablen 175**
  - 7.1 Differenziation 175
    - 7.1.1 Die erste Ableitung einer Funktion 175
    - 7.1.2 Rechenregeln für das Differenzieren 179
    - 7.1.3 Differenziation einiger Funktionen 183
    - 7.1.4 Differenziation komplexwertiger Funktionen 187
    - 7.1.5 Höhere Ableitungen 191
    - 7.1.6 Mittelwertsatz der Differenzialrechnung 192
    - 7.1.7 Anwendungen 193
  - 7.2 Integration von Funktionen 196
    - 7.2.1 Das bestimmte Integral 196
    - 7.2.2 Das unbestimmte Integral 203
    - 7.2.3 Integrationsmethoden 207
    - 7.2.4 Uneigentliche Integrale 216
    - 7.2.5 Anwendungen 220
  - 7.3 Differenziation und Integration von Funktionenfolgen 226
  - 7.4 Die Taylor-Formel 228
  - 7.5 Unbestimmte Ausdrücke: Regel von de l'Hospital 236
  - 7.6 Kurvendiskussion 242
    - 7.6.1 Definitionen 242
    - 7.6.2 Bestimmung von Nullstellen 244
    - 7.6.3 Bestimmung von Extrema 247
    - 7.6.4 Bestimmung von Wendepunkten und Sattelpunkten 249
  
- 8 Differenziation und Integration von Funktionen mehrerer Variablen 251**
  - 8.1 Differenziation 251
    - 8.1.1 Die partielle Ableitung 251
    - 8.1.2 Höhere Ableitungen und der Satz von Schwarz 255
    - 8.1.3 Existenz einer Tangentialebene 258
    - 8.1.4 Das totale Differenzial 259
    - 8.1.5 Die Kettenregel 262
    - 8.1.6 Differenziation impliziter Funktionen 265
    - 8.1.7 Partielle Ableitungen in der Thermodynamik 268
  - 8.2 Einfache Integrale 271
  - 8.3 Bereichsintegrale 275
    - 8.3.1 Definition des zweidimensionalen Bereichsintegrals 275
    - 8.3.2 Berechnung des zweidimensionalen Bereichsintegrals 278
    - 8.3.3 Allgemeine Bereichsintegrale 282
    - 8.3.4 Transformationsformel 283
    - 8.3.5 Berechnung von Volumina und Oberflächen 290
  - 8.4 Kurvenintegrale 299
    - 8.4.1 Definition und Berechnung 299
    - 8.4.2 Wegunabhängigkeit des allgemeinen Kurvenintegrals 304
    - 8.4.3 Vollständiges und unvollständiges Differenzial 308

- 8.4.4 Satz von Gauß im  $\mathbb{R}^2$  310
- 8.5 Oberflächenintegrale 313
- 8.6 Die Taylor-Formel 317
- 8.7 Extremwerte 320
  - 8.7.1 Definitionen 320
  - 8.7.2 Bestimmung von Extremwerten und Sattelpunkten 322
  - 8.7.3 Bestimmung von Extremwerten unter Nebenbedingungen 325
- 9 Vektoranalysis und Tensorrechnung 333**
  - 9.1 Vektoranalysis 333
    - 9.1.1 Vektor- und Skalarfelder 333
    - 9.1.2 Der Gradient 335
    - 9.1.3 Konservative Vektorfelder 338
    - 9.1.4 Die Divergenz und der Satz von Gauß im  $\mathbb{R}^3$  340
    - 9.1.5 Die Rotation und der Satz von Stokes 344
    - 9.1.6 Rechenregeln 347
    - 9.1.7 Krummlinige Koordinaten 349
  - 9.2 Tensorrechnung 354
    - 9.2.1 Tensoren zweiter Stufe 354
    - 9.2.2 Tensoren höherer Stufe 358
- 10 Fourier-Reihen und Fourier-Transformation 361**
  - 10.1 Fourier-Reihen 361
    - 10.1.1 Reelle Fourier-Reihen 361
    - 10.1.2 Komplexe Fourier-Reihen 368
    - 10.1.3 Fourier-Reihe einer Funktion in mehreren Variablen 370
  - 10.2 Fourier-Transformation 373
    - 10.2.1 Definitionen 373
    - 10.2.2 Beispiele 378
    - 10.2.3 Eigenschaften 382
    - 10.2.4 Anwendungen in der Chemie 392
  - 10.3 Orthonormalsysteme 399
- 11 Gewöhnliche Differenzialgleichungen 405**
  - 11.1 Beispiele und Definitionen 405
  - 11.2 Differenzialgleichungen erster Ordnung 412
    - 11.2.1 Richtungsfeld, Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen 412
    - 11.2.2 Trennung der Variablen 415
    - 11.2.3 Lineare Differenzialgleichungen 417
    - 11.2.4 Systeme homogener linearer Differenzialgleichungen 421
    - 11.2.5 Systeme inhomogener linearer Differenzialgleichungen 431
    - 11.2.6 Exakte Differenzialgleichungen 433
  - 11.3 Lineare Differenzialgleichungen höherer Ordnung 439
    - 11.3.1 Allgemeines über die Existenz von Lösungen 439
    - 11.3.2 Die ungedämpfte freie Schwingung 443

- 11.3.3 Die gedämpfte freie Schwingung 449
- 11.3.4 Die erzwungene Schwingung 451
- 11.3.5 Systeme von Differenzialgleichungen zweiter Ordnung 455
- 11.4 Spezielle lineare Differenzialgleichungen zweiter Ordnung 461
- 11.4.1 Potenzreihenansatz 461
- 11.4.2 Die Legendre-Differenzialgleichung 464
- 11.4.3 Die Laguerre-Differenzialgleichung 470
- 11.4.4 Die Bessel-Differenzialgleichung 474
  
- 12 Partielle Differenzialgleichungen 479**
- 12.1 Definition und Beispiele 479
- 12.2 Die Potenzialgleichung 483
- 12.2.1 Lösung durch Fourier-Transformation 483
- 12.2.2 Lösung durch Fourier-Reihenansatz 484
- 12.2.3 Lösung in Polarkoordinaten 487
- 12.3 Die Wärmeleitungsgleichung 489
- 12.3.1 Lösung durch Fourier-Transformation 489
- 12.3.2 Lösung durch Separationsansatz 491
- 12.4 Die Wellengleichung 494
- 12.4.1 Lösung durch Separationsansatz 494
- 12.4.2 Allgemeine Lösungsformel 497
- 12.4.3 Die schwingende Membran 499
- 12.5 Die Schrödinger-Gleichung 504
- 12.5.1 Die stationäre Gleichung 504
- 12.5.2 Der harmonische Oszillator 505
- 12.5.3 Das Wasserstoffatom 509
  
- 13 Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik 519**
- 13.1 Einführung 519
- 13.1.1 Quantenmechanische Begriffe 519
- 13.1.2 Axiomatik der Quantenmechanik 523
- 13.2 Hilbert-Räume 526
- 13.2.1 Sobolev-Räume 526
- 13.2.2 Vollständige Orthonormalsysteme 532
- 13.2.3 Lineare Operatoren 536
- 13.2.4 Dualräume und Dirac-Notation 537
- 13.3 Beschränkte lineare Operatoren 541
- 13.3.1 Definition und Beispiele 541
- 13.3.2 Projektoren 545
- 13.3.3 Symmetrische Operatoren 547
- 13.4 Unbeschränkte lineare Operatoren 555
- 13.4.1 Selbstadjungierte Operatoren 555
- 13.4.2 Die Heisenberg'sche Unschärferelation 560
- 13.4.3 Spektraldarstellung selbstadjungierter Operatoren 562
- 13.5 Zeitentwicklung quantenmechanischer Systeme 571

<b>14</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	<b>575</b>
14.1	Einleitung	575
14.1.1	Aufgaben der Wahrscheinlichkeitsrechnung	575
14.1.2	Der Ereignisraum	577
14.1.3	Zufallsgrößen	578
14.2	Diskrete Zufallsgrößen	580
14.2.1	Statistische Definition der Wahrscheinlichkeit	580
14.2.2	Summe von Ereignissen	582
14.2.3	Bedingte Wahrscheinlichkeit	584
14.2.4	Produkt von Ereignissen	587
14.2.5	Totale Wahrscheinlichkeit	588
14.3	Kontinuierliche Zufallsgrößen	590
14.3.1	Wahrscheinlichkeitsdichte	590
14.3.2	Verteilungsfunktion	593
14.4	Kette von unabhängigen Versuchen	598
14.4.1	Herleitung der exakten Gleichungen	598
14.4.2	Diskussion der Funktion $P_n(m)$	601
14.4.3	Näherungsgesetze für große $n$	602
14.4.4	Markow'sche Ketten	607
14.5	Stochastische Prozesse	614
14.5.1	Definitionen	614
14.5.2	Der Poisson-Prozess	615
<b>15</b>	<b>Fehler- und Ausgleichsrechnung</b>	<b>619</b>
15.1	Zufällige und systematische Fehler	619
15.2	Mittelwert und Fehler der Einzelmessungen	620
15.2.1	Verteilung der Messwerte und Mittelwert	620
15.2.2	Mittlerer Fehler der Einzelmessungen	622
15.2.3	Wahrscheinlicher Fehler der Einzelmessung	623
15.2.4	Praktische Durchführung der Rechnungen	624
15.3	Fehlerfortpflanzung	626
15.3.1	Maximaler Fehler	626
15.3.2	Fortpflanzung des mittleren Fehlers	628
15.3.3	Mittlerer Fehler des Mittelwertes	631
<b>16</b>	<b>Numerische Methoden</b>	<b>633</b>
16.1	Lineare Gleichungssysteme	633
16.1.1	Gauß-Algorithmus	633
16.1.2	Thomas-Algorithmus	637
16.1.3	Iterative Lösungsmethoden	639
16.1.4	Ausgleichsrechnung	642
16.2	Nichtlineare Gleichungen	646
16.2.1	Newton-Verfahren im Eindimensionalen	646
16.2.2	Newton-Verfahren im Mehrdimensionalen	647

16.3	Eigenwertprobleme	650
16.3.1	Potenzmethode	650
16.3.2	QR-Verfahren	653
16.4	Gewöhnliche Differenzialgleichungen	656
16.4.1	Euler-Verfahren	656
16.4.2	Runge-Kutta-Verfahren	659
16.4.3	Steife Differenzialgleichungen	662
16.5	Softwarepakete	665

<b>Antworten und Lösungen</b>	667
-------------------------------	-----

<b>Literaturverzeichnis</b>	701
-----------------------------	-----

<b>Weiterführende Literatur</b>	703
---------------------------------	-----

<b>Stichwortverzeichnis</b>	707
-----------------------------	-----

