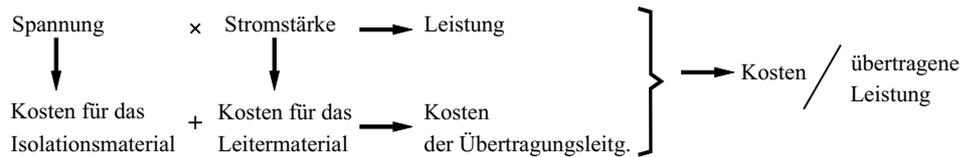


# 1 Transformator

## 1.1 Historische Entwicklung und wirtschaftliche Bedeutung

Der Übergang von der Gleichstromtechnik zur Wechselstrom- bzw. Drehstromtechnik erfolgte unter dem Gesichtspunkt der damit verbundenen wirtschaftlicheren Transportierbarkeit elektrischer Energie über größere Entfernungen, indem höhere Übertragungsspannungen eingesetzt werden konnten.

Die Wahl der Übertragungsspannung für einen Transportweg elektrischer Energie unterliegt verschiedenen Gesichtspunkten. Da die Leitungsinduktivitäten nur in geringem Maße von der Übertragungsspannung abhängen, werden die induktiven Spannungsabfälle über einer Leitung bezogen auf die Nennspannung bei gegebener Leistung um so kleiner, je höher die Übertragungsspannung gewählt wird. Damit erfordert das Einhalten zulässiger Werte der Spannungsänderung, dass mit zunehmender Leistung zu höheren Spannungen übergegangen wird. Außerdem ist die Wahl der Spannungsebene ein unmittelbar ökonomisches Problem. Wenn kleine Spannungen, aber große Ströme für die Übertragung einer bestimmten Leistung verwendet werden, ist ein großer Aufwand an Leitermaterial erforderlich, während für die Isolierung verhältnismäßig geringe Kosten entstehen. Der Aufwand an Leitermaterial wächst über alle Grenzen, wenn die Übertragungsspannung gegen Null geht. Umgekehrt dominieren die Kosten für die Isolierung gegenüber denen für das Leitermaterial, wenn die gleiche Leistung mit hohen Spannungen und dafür vergleichsweise kleinen Strömen übertragen wird. Der Aufwand für die Isolierung wächst über alle Grenzen, wenn die Übertragungsspannung gegen unendlich geht. Aus diesen Überlegungen, die im Bild 1.1.1 schematisch dargestellt sind, folgt, dass es für eine bestimmte zu übertragende Leistung eine optimale Spannung gibt, für die ein Minimum an Gesamtkosten entsteht. Dabei wächst die optimale Übertragungsspannung mit der zu übertragenden Leistung, so dass in den Netzen mehrere Spannungsebenen entstanden. Dadurch wird auf dem Weg von der Erzeugung elektrischer Energie aus



**Bild 1.1.1** Schematische Darstellung des Optimierungsproblems bei der Übertragung elektrischer Energie

meist mechanischer Energie bis zu ihrer Umwandlung in andere Energieformen beim Endverbraucher mehrere Male das Spannungsniveau gewechselt.

In der Elektroenergieversorgung hat der Transformator die Aufgabe, die verschiedenen Spannungsebenen miteinander zu verbinden. Die sinusförmigen Ströme und Spannungen in einem Transportweg elektrischer Energie werden durch Zwischenschalten eines Transformators im gegenläufigen Sinn geändert. Wenn der Transformator auf der einen Seite elektrische Leistung bei hoher Spannung und niedrigem Strom aufnimmt, gibt er die gleiche Leistung – von den Verlusten abgesehen – auf der anderen Seite bei vergleichsweise niedriger Spannung und hohem Strom ab oder umgekehrt (Bild 1.1.2). Man bezeichnet den Transformator in dieser Anwendung als *Leistungstransformator*. Für jede Übergangsstelle von einer Spannungsebene zur anderen ist ein Transformator erforderlich. Eine beim Endverbraucher umgesetzte Energie ist deshalb vorher über mehrere (bis zu sechs) Transformatoren geflossen. Andererseits ist dadurch in einem Netz das Mehrfache der installierten Kraftwerksleistung als gesamte Transformatorenleistung installiert. Dabei kommen heute Transformatoren mit Leistungen bis etwa 1000 MVA zum Einsatz.



**Bild 1.1.2** Zur Aufgabe des Transformators als Verbindungselement zweier Spannungsebenen eines Transportwegs elektrischer Energie

Für die Verbindung zweier Spannungsebenen der üblichen Drehstromsysteme wurden anfangs jeweils drei Einphasentransformatoren als sog. *Transformatorenbank* eingesetzt. Durch Vereinigung der magnetischen Kreise dieser Einphasentransformatoren entstanden später verschiedene Formen von *Dreiphasentransformatoren*. Für extrem große Leistungen werden Transformatorenbanken auch heute noch eingesetzt; ein Dreiphasentransformator dieser Größe wäre zwar ausführbar, könnte aufgrund von Transportbeschränkungen aber nicht oder nur unter erheblichen Mehrkosten zu seinem Einsatzort transportiert werden. Unter dem Gesichtspunkt der Zuläs-

sigkeit gewisser Unsymmetrien in der Belastung und der eventuell erforderlichen Verfügbarkeit eines Nullleiters werden verschiedene Schaltungskombinationen der dreisträngigen Wicklungen eingesetzt.

Die Übertragungsspannung in den ersten Übertragungsnetzen betrug 100 kV und beträgt heute bis zu 750 kV. Diese Spannungen müssen in den Transformatoren beherrscht werden. Das führte zur Entwicklung der sog. *Öltransformatoren*, wobei das Öl einerseits eine isolierende Funktion hat, aber gleichzeitig auch als Kühlmittel dient.

Um die Spannungsabfälle im Netz auszugleichen oder eine veränderbare Spannung zur Verfügung zu stellen, verwendet man sog. *Stelltransformatoren* bzw. lässt sich das Übersetzungsverhältnis der Spannungen von Netztransformatoren in einem gewissen Bereich verändern. Stelltransformatoren zur Bereitstellung einer veränderbaren Spannung werden heute weitgehend durch leistungselektronische Einrichtungen ersetzt.

Um die Belastung des Netzes durch die großen Anzugsströme beim direkten Einschalten großer elektrischer Maschinen zu vermeiden, verwendet man sog. *Anlasstransformatoren*. Dabei wird die Änderung des Verhältnisses der Spannungsamplitude zur Stromamplitude ausgenutzt. Der Transformator arbeitet dann als *Impedanzwandler*. Die gleiche Eigenschaft des Transformators nutzt man gelegentlich in elektronischen Schaltungen, um die sog. *Anpassung* herzustellen, bei der die größte Leistung im angeschlossenen Verbraucher umgesetzt wird.

Da jede beim Endverbraucher umgesetzte Energie vorher über mehrere Transformatoren geflossen ist und dabei jedes Mal Verluste entstehen, ist eine der wichtigsten Anforderungen an einen Transformator ein hoher Wirkungsgrad. Eine weitere Anforderung ist die nach einem geringen Oberschwingungsgehalt im Magnetisierungsstrom, da die Oberschwingungen Spannungsabfälle über den vorgeschalteten Leitungen und Transformatoren hervorrufen und damit die geforderte Sinusförmigkeit der Versorgungsspannung stören.

Die starkstromtechnische Messtechnik bedient sich des Transformatorprinzips, um Ströme und Spannungen unter galvanischer Trennung vom Messobjekt auf bequem handhabbare und einheitliche Werte zu transformieren. Der Transformator arbeitet in diesem Fall als *Stromwandler* bzw. *Spannungswandler*.

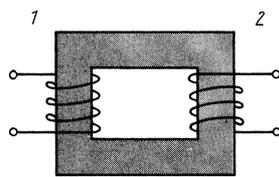
## 1.2

### Wirkungsweise und Betriebsverhalten des Einphasentransformators

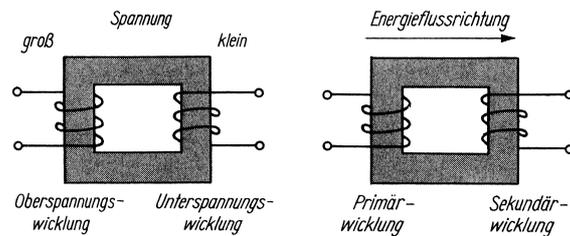
#### 1.2.1

##### Prinzipielle Ausführungsformen

Der Einphasentransformator verbindet zwei Spannungsebenen eines Einphasensystems. Er besteht aus zwei Wicklungen und einem magnetischen Kreis. Bild 1.2.1 zeigt die Prinzipanordnung des Einphasentransformators. Die beiden Wicklungen



**Bild 1.2.1** Prinzipanordnung des Einphasentransformators

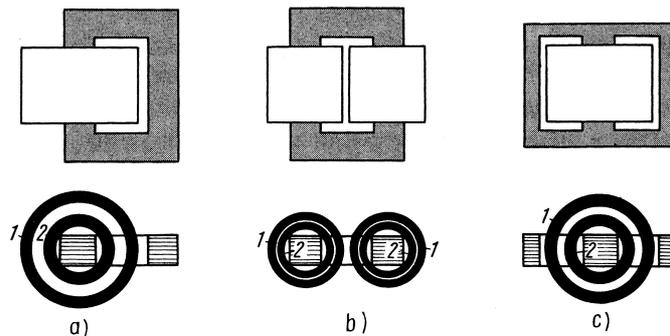


**Bild 1.2.2** Zusammenstellung der Wicklungsbezeichnungen von Einphasentransformatoren

sind vereinbarungsgemäß (s. Abschn. 0.3) rechtswendig angenommen worden. Sie tragen die allgemeinen Bezeichnungen 1 und 2. Bei ausgeführten Transformatoren werden sie hinsichtlich des Spannungsniveaus als Ober- und Unterspannungswicklung angesprochen. Wenn die Energieflussrichtung festliegt, ist außerdem eine Unterscheidung nach Eingangswicklung (Primärwicklung) und Ausgangswicklung (Sekundärwicklung) möglich, wobei die Energie von der Eingangs- zur Ausgangswicklung fließt. Die Wicklungsbezeichnungen sind im Bild 1.2.2 zusammengestellt. Wenn in den weiteren Betrachtungen spezielle Anordnungen untersucht werden, wird i. Allg. die Seite 1 als Oberspannungs- und Eingangswicklung angenommen.

Der magnetische Kreis besteht aus *Schenkeln*, auf denen die Wicklungen sitzen, und aus *Jochen*, die die Schenkel verbinden. Abschnitte des magnetischen Kreises, die keine Wicklungen tragen, aber parallel zu den wicklungstragenden liegen, werden i. Allg. ebenfalls als Schenkel bezeichnet.

Die Prinzipanordnung des Einphasentransformators nach Bild 1.2.1 bleibt auch dann noch übersichtlich, wenn die positiven Zählrichtungen der einzelnen Größen angegeben und die Verbindungen mit der äußeren Schaltung hergestellt werden. Sie liegt deshalb der im Folgenden durchzuführenden Analyse zugrunde. Bei ausgeführten Transformatoren ist es erforderlich, die Wicklungen nahe aneinander zu rücken. Das geschieht im einfachsten Fall dadurch, dass sie als konzentrische Zylinder auf einem Schenkel des magnetischen Kreises sitzen. Unter diesem Gesichtspunkt entsteht aus Bild 1.2.1 der *Einphasen-Kerntransformator* nach Bild 1.2.3a. Um weniger Material für die Wicklungen aufwenden zu müssen, verteilt man in diesem Fall beide Wicklungen gewöhnlich auf beide Schenkel, wie im Bild 1.2.3b gezeigt ist, und verkürzt dadurch die mittlere Windungslänge. Der *Einphasen-Manteltransformator* nach Bild 1.2.3c hat einen Mittelschenkel, der die Wicklungen trägt, und zwei Außenschenkel mit etwa halbem Querschnitt, die unbewickelt sind und die Wicklungen ummanteln.



**Bild 1.2.3** Einphasentransformatoren.  
 a) Mögliche Form des Einphasen-Kerntransformators;  
 b) übliche Form des Einphasen-Kerntransformators;  
 c) Einphasen-Manteltransformator

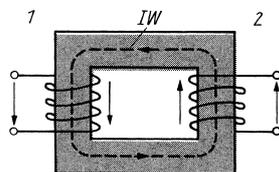
## 1.2.2

### Wirkungsweise

#### 1.2.2.1 Festlegung der positiven Zählrichtungen

Im Bild 1.2.4 ist die Prinzipanordnung des Einphasentransformators nach Bild 1.2.1 mit Zählpfeilen versehen worden. Diese Zählpfeilzuordnung entsteht auf dem im Folgenden dargelegten Weg.

Ausgehend von der Klemmenspannung über der Wicklung 1 ist entsprechend Abschnitt 0.3. der Strom durch die Wicklung 1 im gleichen Sinn positiv zu zählen. Damit liegt auch die positive Zählrichtung für den Strom durch die Wicklung 2 fest, da beide Wicklungen nach Abschnitt 0.4 bei positiven Strömen im gleichen Sinn magnetisieren sollen. Schließlich erhält man die positive Zählrichtung für die Klemmenspannung über der Wicklung 2 wiederum aus der Forderung, dass sie im gleichen Sinn positiv zu zählen ist wie der Strom durch diese Wicklung. Es sei nochmals daran erinnert, dass der Zählpfeil der vereinbarungsgemäß rechtswendigen Spulen sowohl für den Strom durch die Spule als auch für die, entsprechend dem innerhalb der Spule in gleicher Richtung verlaufenden Umlaufzählsinn positiv zu zählende, induzierte Spannung gilt und ebenso für die Flussverkettung der Spule bzw. den Fluss im Abschnitt des magnetischen Kreises innerhalb der Spule. Außerdem bewirkt diese Vereinbarung, dass ein positiver Strom auch einen positiven Beitrag zur magnetischen Umlaufspannung



**Bild 1.2.4** Festlegung der positiven Zählrichtungen für den Einphasentransformator.

IW = Integrationsweg zur Ermittlung einer Beziehung zwischen den Strömen über das Durchflutungsgesetz

für einen Integrationsweg IW liefert, der in Richtung der Zählpfeile durch die Spulen verläuft.

### 1.2.2.2 Wirkungsweise des idealen Transformators

#### a) Kennzeichen des idealen Transformators

Der ideale Transformator besitzt folgende auf die Eigenschaften der verwendeten Werkstoffe bezogene Kennzeichen:

- Permeabilität des magnetischen Kreises  $\mu_{\text{Fe}} = \infty$
- elektrische Leitfähigkeit des magnetischen Kreises  $\kappa_{\text{Fe}} = 0$
- Permeabilität der umgebenden Luft  $\mu_{\text{Luft}} = 0$
- elektrische Leitfähigkeit des Wicklungsmaterials  $\kappa_{\text{W}} = \infty$ .

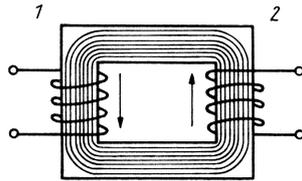
Mit  $\mu_{\text{Fe}} = \infty$  wird die magnetische Feldstärke überall im magnetischen Kreis Null, unabhängig von der Höhe der in den einzelnen Punkten herrschenden Induktion. Dabei ist natürlich vorausgesetzt, dass im magnetischen Kreis keine Luftspalte vorhanden sind. Wenn die Feldstärke Null ist, existieren keine magnetischen Spannungsabfälle im magnetischen Kreis. Außerdem ist keine Hysterese vorhanden, so dass keine Hystereseverluste auftreten können. Wenn das Material des magnetischen Kreises die Eigenschaft  $\kappa_{\text{Fe}} = 0$  aufweist, können im magnetischen Kreis keine Wirbelströme fließen und damit keine Wirbelstromverluste entstehen. Durch  $\mu_{\text{Luft}} = 0$  wird vermieden, dass außerhalb des magnetischen Kreises endliche Induktionswerte auftreten. Mit  $\kappa_{\text{W}} = \infty$  verschwinden die Wicklungswiderstände und damit auch die ohmschen Spannungsabfälle und die Wicklungsverluste. Da im idealen Transformator – wie bereits festgestellt wurde – auch keine Ummagnetisierungsverluste (= Hystereseverluste + Wirbelstromverluste) auftreten, arbeitet er demnach verlustlos.

#### b) Aussagen der Grundgesetze

Die Spannungsgleichungen der beiden Wicklungen gehorchen der allgemeinen Gleichung (0.4.23). Dabei verschwinden für den idealen Transformator wegen  $\kappa_{\text{W}} = \infty$  die ohmschen Spannungsabfälle, und man erhält

$$\left. \begin{aligned} u_1 = -e_1 &= \frac{d\psi_1}{dt} \\ u_2 = -e_2 &= \frac{d\psi_2}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (1.2.1)$$

Wegen  $\mu_{\text{Luft}} = 0$  ist die Induktion außerhalb des magnetischen Kreises überall null, so dass sich ein Feldlinienverlauf ergibt, wie er prinzipiell im Bild 1.2.5 dargestellt ist. Damit werden sämtliche  $w_1$  Windungen der Wicklung 1 vom gleichen Fluss  $\Phi_1$  und sämtliche  $w_2$  Windungen der Wicklung 2 vom gleichen Fluss  $\Phi_2$  durchsetzt. Außerdem



**Bild 1.2.5** Prinzipieller Verlauf der Feldlinien des magnetischen Felds im idealen Transformator

folgt mit der getroffenen Festlegung der positiven Zählrichtungen nach Bild 1.2.4 aus der Quellenfreiheit des magnetischen Felds

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi. \quad (1.2.2)$$

Damit erhält man für die Flussverkettungen der beiden Wicklungen

$$\left. \begin{aligned} \Psi_1 &= w_1 \Phi \\ \Psi_2 &= w_2 \Phi \end{aligned} \right\}. \quad (1.2.3)$$

Wegen  $\mu_{\text{Fe}} = \infty$  folgt mit  $H_{\text{Fe}} = 0$  für einen Integrationsweg, der innerhalb des magnetischen Kreises verläuft,  $\oint \mathbf{H}_{\text{Fe}} \cdot d\mathbf{s} = 0$ . Da außerdem wegen  $\kappa_{\text{Fe}} = 0$  keine Wirbelströme fließen, macht das Durchflutungsgesetz entsprechend (0.4.12) für einen Integrationsweg IW, der durch beide Wicklungen verläuft (s. Bild 1.2.4), mit (0.4.10) und (0.4.11) die Aussage

$$i_1 w_1 + i_2 w_2 = 0. \quad (1.2.4)$$

Die Gleichungen (1.2.1), (1.2.3) und (1.2.4) beschreiben das Verhalten des idealen Transformators. Sie stellen ein lineares Gleichungssystem dar. Wenn also durch die äußeren Betriebsbedingungen zeitlich sinusförmige Größen vorgegeben sind (z. B.  $u_1$  als Spannung des starren Netzes 1), werden auch alle anderen Größen zeitlich sinusförmig. In diesem Fall empfiehlt es sich, zur komplexen Darstellung überzugehen. Man erhält mit den Regeln, die im Abschnitt 0.5 zusammengestellt wurden,

$$\boxed{\begin{aligned} \underline{u}_1 &= -\underline{e}_1 = j\omega \underline{\Psi}_1 = j\omega w_1 \underline{\Phi} \\ \underline{u}_2 &= -\underline{e}_2 = j\omega \underline{\Psi}_2 = j\omega w_2 \underline{\Phi} \\ i_1 w_1 + i_2 w_2 &= 0 \end{aligned}}. \quad (1.2.5)$$

Aus den ersten beiden Gleichungen (1.2.5) folgt

$$\frac{\underline{u}_1}{\underline{u}_2} = \frac{w_1}{w_2} \quad (1.2.6)$$

und daraus

$$\boxed{\frac{\underline{u}_1}{\underline{u}_2} = \frac{U_1}{U_2} e^{j(\varphi_{u1} - \varphi_{u2})} = \frac{w_1}{w_2} \rightarrow \begin{cases} \frac{U_1}{U_2} = \frac{w_1}{w_2} \\ \varphi_{u1} = \varphi_{u2} \end{cases}}. \quad (1.2.7)$$

Die Spannungen verhalten sich sowohl hinsichtlich ihrer Augenblickswerte als auch ihrer Amplituden bzw. Effektivwerte wie die Windungszahlen; zwischen den Spannungen besteht keine Phasenverschiebung. Das ist die *Eigenschaft der Spannungstransformation* des Transformators. Das Verhältnis der Windungszahlen wird als *Übersetzungsverhältnis*  $\ddot{u}$  bezeichnet:

$$\ddot{u} = \frac{w_1}{w_2}. \quad (1.2.8)$$

Aus den ersten beiden Gleichungen (1.2.5) erhält man außerdem die Aussage

$$\underline{\Phi} = \frac{\underline{u}_1}{j\omega w_1} = \frac{\underline{u}_2}{j\omega w_2}. \quad (1.2.9)$$

Wenn eine der beiden Spannungen gegeben ist, diktiert sie Betrag (d.h. Amplitude) und Phasenlage des Flusses. Für den Betrag gilt dabei

$$\hat{\Phi} = \frac{\sqrt{2} U_1}{\omega w_1} = \frac{\sqrt{2} U_1}{2\pi f w_1} = \frac{\sqrt{2} U_2}{2\pi f w_2} \quad (1.2.10)$$

und für den Phasenwinkel

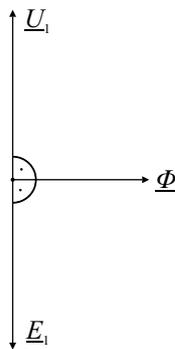
$$\varphi_{\Phi} = \varphi_{u1} - \frac{\pi}{2} = \varphi_{u2} - \frac{\pi}{2} = \varphi_{e1} + \frac{\pi}{2} = \varphi_{e2} + \frac{\pi}{2}. \quad (1.2.11)$$

Die relative Phasenlage von  $\underline{u}_1$ ,  $\underline{e}_1$  und  $\underline{\Phi}$  zeigt Bild 1.2.6. Für die Flussverkettungen folgt aus den ersten beiden Gleichungen (1.2.5)

$$\frac{\underline{\Psi}_1}{\underline{\Psi}_2} = \frac{w_1}{w_2}. \quad (1.2.12)$$

Die dritte Gleichung (1.2.5) liefert als Beziehung zwischen den Strömen

$$\frac{\dot{i}_1}{\dot{i}_2} = \frac{I_1}{I_2} e^{j(\varphi_{i1} - \varphi_{i2})} = -\frac{w_2}{w_1} \rightarrow \begin{cases} \frac{I_1}{I_2} = \frac{w_2}{w_1} \\ \varphi_{i2} = \varphi_{i1} + \pi \end{cases}. \quad (1.2.13)$$



**Bild 1.2.6** Zeigerbild der Größen  $\underline{U}_1$ ,  $\underline{E}_1$  und  $\underline{\Phi}$  des idealen Transformators



**Bild 1.2.7** Zeigerbild der Ströme des idealen Transformators mit  $w_1/w_2 = 2$

Die Ströme verhalten sich hinsichtlich der Amplituden bzw. Effektivwerte umgekehrt wie die Windungszahlen, wobei zwischen ihnen eine Phasenverschiebung von  $180^\circ$  besteht (Bild 1.2.7). Das ist die *Eigenschaft der Stromtransformation* des Transformators.

c) *Leerlauf des idealen Transformators*

Im sog. *Leerlauf* liegt der Transformator entsprechend Bild 1.2.8 mit der Seite 1 an einem Netz starrer Spannung  $\underline{u}_1$ , während die Seite 2 offen ist. Die Betriebsbedingungen formulieren sich demnach als

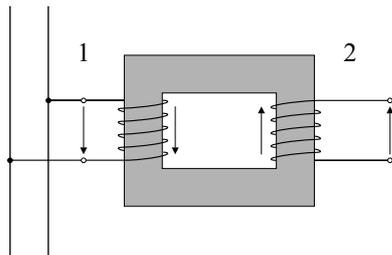
$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_1 &= \underline{u}_1 \\ \underline{i}_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.2.14)$$

Daraus folgt entsprechend (1.2.5)

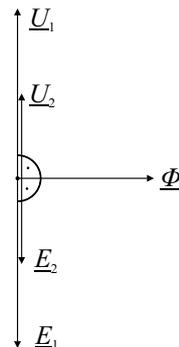
$$\underline{u}_2 = -\underline{e}_2 = \frac{w_2}{w_1} \underline{u}_1 = -\frac{w_2}{w_1} \underline{e}_1 = j\omega w_2 \underline{\Phi} \quad (1.2.15)$$

$$\underline{i}_1 = 0. \quad (1.2.16)$$

Die Aussagen von (1.2.15) waren nach den unter b) angestellten Überlegungen zu erwarten. (1.2.16) bringt zum Ausdruck, dass kein Leerlaufstrom fließt. Diese zunächst überraschende Erscheinung ist durch die Annahme  $\mu_{Fe} = \infty$  bedingt, denn damit wird zum Aufbau des Felds wegen  $H_{Fe} = 0$  keine Durchflutung benötigt. Im Bild 1.2.9 ist das Zeigerbild sämtlicher interessierenden Größen des leerlaufenden idealen Transformators für  $w_1/w_2 = 2$  dargestellt.



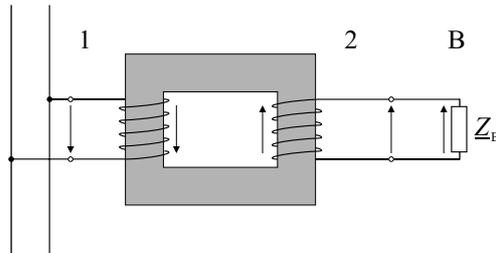
**Bild 1.2.8** Prinzipschaltbild des leerlaufenden Transformators



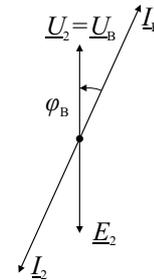
**Bild 1.2.9** Zeigerbild der Spannungen und des Flusses des leerlaufenden idealen Transformators mit  $w_1/w_2 = 2$

d) *Belastung des idealen Transformators*

Aus dem Prinzipschaltbild des an der starren Spannung  $\underline{u}_1$  arbeitenden belasteten Transformators nach Bild 1.2.10 lassen sich folgende Betriebsbedingungen ent-



**Bild 1.2.10** Prinzipschaltbild des belasteten Transformators;  $\underline{Z}_B$  komplexer Widerstand des Belastungszweipols B



**Bild 1.2.11** Zeigerbild der Ströme und Spannungen im Stromkreis der Wicklung 2 und des Belastungszweipols B für  $\underline{Z}_B = R_B + jX_B$

nehmen:

$$\left. \begin{array}{l} \underline{u}_1 = \underline{u}_1 \\ \underline{u}_B = \underline{u}_2 \\ \underline{i}_B = -\underline{i}_2 \end{array} \right\} \frac{\underline{u}_B}{\underline{i}_B} = \underline{Z}_B \quad (1.2.17)$$

Der Belastungszweipol und die Wicklung 2 bilden einen geschlossenen Stromkreis. In diesem Stromkreis induziert der Fluss  $\Phi$ , der durch den magnetischen Kreis tritt, die Spannung  $\underline{e}_2$ , die einen Strom  $\underline{i}_2$  bzw.  $\underline{i}_B$  antreibt. Dabei liefern die Ströme und Spannungen dieses Stromkreises entsprechend den allgemeinen Gleichungen (1.2.5) des idealen Transformators und den speziellen Betriebsbedingungen nach (1.2.17) für einen ohmsch-induktiven Belastungszweipol das Zeigerbild nach Bild 1.2.11. Da die Ströme  $\underline{i}_2$  und  $\underline{i}_B$  nach der allgemeinen Vereinbarung im Abschnitt 0.3 so positiv gezählt worden sind, dass sie der gleichen Spannung  $\underline{u}_2 = \underline{u}_B$  zugeordnet sind, erscheinen entsprechend der Trivialaussage  $\underline{i}_B = -\underline{i}_2$  des Knotenpunktsatzes zwei Stromzeiger. Man beachte jedoch die aufgrund der sauberen Vorzeichenfestlegung hinsichtlich des Leistungsflusses verlässlichen Aussagen: Es ist  $\text{Re}\{\underline{U}_B \underline{I}_B^*\} > 0$ , aber  $\text{Re}\{\underline{U}_2 \underline{I}_2^*\} < 0$ . Auf die Beziehung zwischen den Spannungen sowie auf Größe und Phasenlage des Flusses hat die Belastung keinen Einfluss. Aus den ersten beiden Gleichungen (1.2.5) folgt nach wie vor

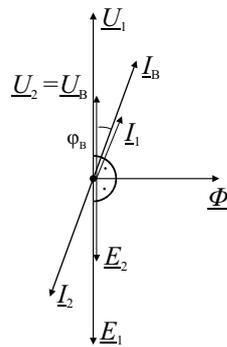
$$\underline{u}_2 = \frac{w_2}{w_1} \underline{u}_1 = j\omega w_2 \Phi. \quad (1.2.18)$$

Damit  $\underline{i}_1 w_1 + \underline{i}_2 w_2 = \underline{\Theta} = 0$  erfüllt bleibt, muss mit dem Strom  $\underline{i}_2$  auch ein Strom  $\underline{i}_1$  fließen, der die Durchflutung  $\underline{\Theta}$  wieder zu Null macht. Das ist der Fall für

$$\underline{i}_1 = -\frac{w_2}{w_1} \underline{i}_2. \quad (1.2.19)$$

Der Mechanismus, der das Fließen des Stroms  $\underline{i}_1$  veranlasst, lässt sich für den betrachteten Extremfall  $\mu_{Fe} = \infty$  weniger gut verfolgen als unter realen Bedingungen. Es ist

deshalb zu empfehlen, dass man sich diesen Mechanismus nach der Behandlung des hinsichtlich der Ströme nicht mehr idealen Transformators im Abschnitt 1.2.2.5 als Grenzübergang mit  $\mu_{\text{Fe}} \rightarrow \infty$  nochmals vor Augen hält. Eine unmittelbare Erklärung muss von der Überlegung ausgehen, dass bei  $\mu_{\text{Fe}} = \infty$  endliche Werte des Flusses nur existieren können, solange  $\underline{\Theta} = 0$  ist. Jede Abweichung von  $\underline{\Theta} = 0$  hätte einen über alle Grenzen anwachsenden Fluss zur Folge, dessen induzierte Spannung  $\underline{e}_1$  nicht mehr mit der starren Spannung  $\underline{u}_1$  im Gleichgewicht stehen kann. Dadurch wird ein Strom  $\underline{i}_1$  angetrieben, der so lange wächst, bis das Durchflutungsgleichgewicht wiederhergestellt ist.



**Bild 1.2.12** Vollständiges Zeigerbild des belasteten idealen Transformators mit  $w_1/w_2 = 2$ , der auf der Seite 1 an einem starren Netz liegt und dessen Seite 2 auf einen Belastungszweipol  $Z_B = R_B + jX_B$  arbeitet

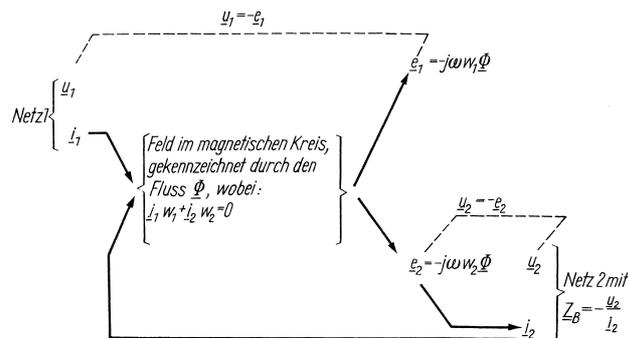
Das vollständige Zeigerbild der Ströme und Spannungen sowie des Flusses  $\underline{\Phi}$  als optische Interpretation von (1.2.18) und (1.2.19) sowie der Betriebsbedingungen (1.2.17) ist im Bild 1.2.12 für eine ohmsch-induktive Belastung dargestellt. Dabei wurden die gleichen Verhältnisse im Belastungskreis angenommen wie für Bild 1.2.11 und das gleiche Übersetzungsverhältnis gewählt wie für Bild 1.2.9. Der Transformator nimmt auf der Seite 1 die Leistung

$$P_1 = \operatorname{Re}\{\underline{U}_1 \underline{I}_1^*\} \quad (1.2.20)$$

auf. Aus (1.2.20) folgt mit  $\underline{u}_2$  nach (1.2.18) und  $\underline{i}_2$  nach (1.2.19) sowie  $\underline{u}_B$  und  $\underline{i}_B$  entsprechend den Betriebsbedingungen nach (1.2.17)

$$\begin{aligned} P_1 &= \operatorname{Re}\{\underline{U}_1 \underline{I}_1^*\} = -\operatorname{Re}\left\{\frac{w_1}{w_2} \underline{U}_2 \frac{w_2}{w_1} \underline{I}_2^*\right\} \\ &= -\operatorname{Re}\{\underline{U}_2 \underline{I}_2^*\} = -P_2 = \operatorname{Re}\{\underline{U}_B \underline{I}_B^*\} = P_B. \end{aligned} \quad (1.2.21)$$

In dieser Aussage äußert sich die eigentliche *Idee des Transformators*: Es wird eine Leistung verlustlos von dem an der Seite 1 angeschlossenen Netz 1 in den an der Seite 2 angeschlossenen Zweipol B transportiert, wobei sich das Spannungsniveau entsprechend  $U_2 = U_1 w_2 / w_1$  ändert.



**Bild 1.2.13** Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus eines idealen Transformators, der auf der Seite 1 an einem starren Netz liegt und dessen Seite 2 auf einen Belastungszweigpol  $\underline{Z}_B$  arbeitet

e) Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus

Der physikalische Mechanismus des entsprechend den Gleichungen (1.2.17) betriebenen idealen Transformators, wie er im vorliegenden Abschnitt behandelt wurde, lässt sich durch das Wirkungsschema nach Bild 1.2.13 darstellen.

f) Einführung transformierter Größen der Seite 2

Wenn  $w_1/w_2$  klein gegenüber dem Wert 1 oder groß gegenüber 1 ist, ergeben sich bei der Aufzeichnung des Zeigerbilds nach Bild 1.2.12 Darstellungsschwierigkeiten. Diese Schwierigkeiten sollen zum Anlass genommen werden, eine Transformation der Größen  $g_2$  der Seite 2 vorzunehmen, so dass die Darstellung unabhängig vom Übersetzungsverhältnis wird. Wie die nachstehenden Betrachtungen zeigen werden, ist das der Fall, wenn folgende transformierte Größen  $g'_2$  definiert werden:

$$\left. \begin{aligned} u'_2 &= \frac{w_1}{w_2} u_2 \\ i'_2 &= \frac{w_2}{w_1} i_2 \end{aligned} \right\} \quad (1.2.22)$$

Später wird sich herausstellen, dass diese Transformation Vorteile bietet, die weit über die Behebung von Darstellungsschwierigkeiten hinausgehen. Aus (1.2.22) folgt zunächst als wichtigste Eigenschaft der Transformation

$$u'_2 i'_2 = \frac{w_1}{w_2} u_2 \frac{w_2}{w_1} i_2 = u_2 i_2,$$

d.h. die Leistung ist ihr gegenüber invariant. Es ist demnach gleichgültig, ob eine benötigte Leistung auf der Seite 2 aus den Originalgrößen oder ob sie aus den transformierten Größen ermittelt wird.

Durch Einführen der transformierten Größen gehen die ersten beiden Gleichungen (1.2.5) über in

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_1 &= j\omega \underline{\Psi}_1 = j\omega w_1 \Phi \\ \underline{u}'_2 &= j\omega \frac{w_1}{w_2} \underline{\Psi}_2 = j\omega w_1 \Phi \end{aligned} \right\} \quad (1.2.23)$$

Daraus erhält man als Beziehung zwischen den Spannungen  $\underline{u}_1$  und  $\underline{u}'_2$  des idealen Transformators

$$\underline{u}_1 = \underline{u}'_2$$

oder

$$\underline{u}_1 - \underline{u}'_2 = 0. \quad (1.2.24)$$

Aus der zweiten Gleichung (1.2.23) folgt durch Einführen einer transformierten Flussverkettung

$$\Psi'_2 = \frac{w_1}{w_2} \Psi_2 \text{ bzw. } \underline{\Psi}'_2 = \frac{w_1}{w_2} \underline{\Psi}_2 \quad (1.2.25)$$

als Beziehung zwischen den Flussverkettungen des idealen Transformators

$$\underline{\Psi}_1 = \underline{\Psi}'_2$$

oder

$$\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2 = 0. \quad (1.2.26)$$

Schließlich geht die dritte Gleichung (1.2.5) durch Einführen von  $\underline{i}'_2$  nach (1.2.22) über in die Beziehung zwischen den Strömen des idealen Transformators

$$\underline{i}_1 + \underline{i}'_2 = 0. \quad (1.2.27)$$

Bei Belastung mit einem komplexen Widerstand  $\underline{Z}_B$  nach Bild 1.2.10 gilt entsprechend den Betriebsbedingungen nach (1.2.17)

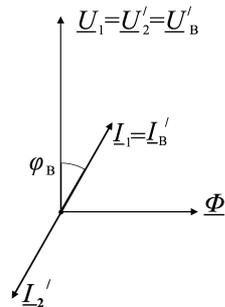
$$\frac{\underline{u}_2}{\underline{i}'_2} = -\frac{\underline{u}_B}{\underline{i}_B} = -\underline{Z}_B. \quad (1.2.28)$$

Im Bereich der transformierten Größen der Seite 2 erhält man aus (1.2.28)

$$\frac{\underline{u}'_2}{\underline{i}'_2} = -\frac{\underline{u}'_B}{\underline{i}'_B} = -\left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 \underline{Z}_B = -\underline{Z}'_B, \quad (1.2.29)$$

wobei  $\underline{u}'_B = (w_1/w_2)\underline{u}_B$  und  $\underline{i}'_B = (w_2/w_1)\underline{i}_B$  so eingeführt wurden, dass  $\underline{u}'_B = \underline{u}'_2$  und  $\underline{i}'_B = -\underline{i}'_2$  ist.

Das dem Bild 1.2.12 entsprechende Zeigerbild des idealen Transformators, dessen Seite 1 an der starren Spannung  $\underline{u}_1$  liegt und der auf der Seite 2 durch einen ohmsch-induktiven Belastungszweipol belastet ist, zeigt Bild 1.2.14. Dieses Zeigerbild ist offensichtlich übersichtlicher als das nach Bild 1.2.12 und darüber hinaus unabhängig vom Übersetzungsverhältnis.



**Bild 1.2.14** Vollständiges Zeigerbild des belasteten idealen Transformators, der auf der Seite 1 an einem starren Netz liegt und dessen Seite 2 auf einen Belastungszweigpol  $Z_B = R_B + jX_B$  arbeitet, unter Einführung transformierter Größen der Seite 2

### 1.2.2.3 Abweichungen des realen Transformators vom idealen Transformator

#### a) Ursachen der Abweichungen

Die Kennzeichen des idealen Transformators wurden eingangs des Abschnitts 1.2.2.2a) zusammengestellt. Sie rufen das bisher behandelte ideale Verhalten des Transformators hervor, das durch (1.2.24), (1.2.26) und (1.2.27) beschrieben wird. Es soll nun zunächst ganz allgemein untersucht werden, welcher Art die Abweichungen von diesem idealen Verhalten prinzipiell sind, wenn der Transformator reale Eigenschaften besitzt.

Da der Transformator dann wegen der realen Eiseneigenschaften ein nichtlineares Gebilde darstellt, treten auch beim Betrieb an einem Netz sinusförmiger Spannung Oberschwingungserscheinungen auf. Es kann deshalb nicht mehr von vornherein zur komplexen Darstellung übergegangen, sondern es muss mit Augenblickswerten gearbeitet werden. Für die Beziehungen zwischen den Augenblickswerten der Spannungen, Flussverkettungen und Ströme des idealen Transformators erhält man nach Einführen der durch (1.2.22) und (1.2.25) definierten transformierten Größen der Seite 2 ausgehend von (1.2.1) bis (1.2.4) die den Gleichungen (1.2.24) (1.2.26) und (1.2.27) entsprechenden Beziehungen

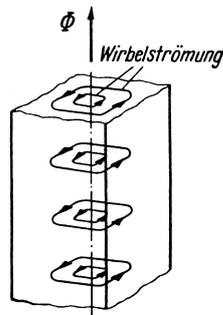
$$\begin{cases} u_1 - u'_2 = 0 \\ \Psi_1 - \Psi'_2 = 0 \\ i_1 + i'_2 = 0 \end{cases} \quad (1.2.30)$$

Mit  $\mu_{\text{Fe}} \neq \infty$ , d.h. bei endlicher Permeabilität des Eisens, wird  $H_{\text{Fe}} \neq 0$  und damit

$$\oint \mathbf{H}_{\text{Fe}} \cdot d\mathbf{s} = i_1 w_1 + i_2 w_2 \neq 0,$$

so dass für die Beziehung zwischen den Strömen  $i_1$  und  $i'_2$  gilt

$$i_1 + i'_2 \neq 0.$$

Bild 1.2.15 Wirbelströmung im magnetischen Kreis bei  $\kappa_{\text{Fe}} \neq 0$ 

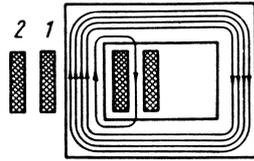
Dabei ist die Abweichung von null, wie ein Vergleich mit (1.2.30) zeigt, ein Maß für die hinsichtlich der Ströme bestehende Abweichung des Verhaltens eines vorliegenden realen Transformators von dem eines idealen. Da der Zusammenhang zwischen der Induktion  $B$  und der magnetischen Feldstärke  $H$  des realen Transformators durch eine Hystereseschleife gegeben ist, entstehen *Hystereseverluste*, die einen Teil der gesamten *Ummagnetisierungsverluste* darstellen. Außerdem muss wegen dieser Nichtlinearität mit dem Auftreten von Oberschwingungserscheinungen gerechnet werden.

Mit  $\kappa_{\text{Fe}} \neq 0$ , d.h. mit endlicher elektrischer Leitfähigkeit des Eisens im magnetischen Kreis, wirkt dieser wie eine Kurzschlusswindung. In dieser Kurzschlusswindung treiben die vom magnetischen Wechselfeld des magnetischen Kreises induzierten Spannungen Kurzschlussströme an, die wegen ihres wirbelartigen Verlaufs im Eisen als *Wirbelströme* bezeichnet werden (Bild 1.2.15). Mit der ‚Kurzschlusswindung‘, die der magnetische Kreis darstellt, hat sich die Zahl der miteinander verketteten elektrischen Kreise auf 3 erhöht. Bei der quantitativen Einbeziehung der Wirbelströme in die Analyse muss deshalb eigentlich ein Dreiwicklungssystem untersucht werden. Die Verluste der Wirbelströme im Material des magnetischen Kreises werden als *Wirbelstromverluste* bezeichnet. Sie bilden den zweiten Teil der Ummagnetisierungsverluste. Um diese klein zu halten, wird der magnetische Kreis als Blechpaket aus gegeneinander isolierten Blechen ausgeführt (s. Abschnitt 1.2.2.5).

Mit  $\mu_{\text{Luft}} \neq 0$ , d.h. mit endlicher Permeabilität der Luft ( $\mu_{\text{Luft}} = \mu_0$ ), kann sich das magnetische Feld nicht nur im vorgegebenen magnetischen Kreis, sondern auch im umgebenden Luftraum ausbilden. Dadurch entstehen Wirbel des magnetischen Felds, die nur mit einem Teil der Windungen der elektrischen Kreise (Spulen) verkettet sind. Für die reale Wicklungsausführung als Zylinderwicklung, wie sie auch im Bild 1.2.3a dargestellt wurde, ergibt sich dann ein Feldlinienverlauf der Art nach Bild 1.2.16. Man erkennt, dass die beiden Wicklungen jetzt von unterschiedlichen Flüssen durchsetzt werden. Es ist  $\Phi_2 \neq \Phi_1$  und damit  $\Psi_1/\Psi_2 \neq w_1/w_2$  bzw. mit Einführung von  $\Psi'_2$  nach (1.2.25)

$$\Psi_1 - \Psi'_2 \neq 0. \quad (1.2.31)$$

Zwischen den beiden Wicklungen existiert eine *Streuung*; sie sind nicht mehr vollständig miteinander gekoppelt.



**Bild 1.2.16** Magnetisches Feld des belasteten Transformators bei  $\mu_{\text{Luft}} \neq 0$

Mit  $\kappa_w \neq \infty$ , d.h. mit endlicher elektrischer Leitfähigkeit der Wicklungen, weisen diese endliche Wicklungswiderstände auf. Dadurch treten in den Wicklungen ohmsche Spannungsabfälle  $R_1 i_1$  und  $R_2 i_2$  auf. Dem entspricht in Bezug auf den Energieumsatz, dass der Transformator *Wicklungsverluste*  $R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2$  besitzt.

Die ohmschen Spannungsabfälle  $R_1 i_1$  und  $R_2 i_2$  einerseits und die Streuung des Transformators andererseits bewirken, dass

$$u_1 - u'_2 \neq 0 \quad (1.2.32)$$

wird. Dabei ist die Abweichung von null – wie ein Vergleich mit (1.2.30) zeigt – ein Maß für die hinsichtlich der Spannungen bestehende Abweichung des Verhaltens eines betrachteten realen Transformators von dem eines idealen.

Die Einflüsse der realen Eigenschaften der zum Bau eines Transformators verwendeten Werkstoffe auf die Abweichungen seines Betriebsverhaltens von dem eines idealen Transformators sind in Tabelle 1.2.1 nochmals zusammengestellt.

**Tabelle 1.2.1** Zusammenstellung der Einflüsse der realen Eigenschaften der Werkstoffe auf die Abweichungen vom idealen Verhalten des Transformators

Reale Eigenschaften der Werkstoffe	Allgemeine Erscheinung	Einfluss auf die Beziehungen zwischen den Strömen und auf die zwischen den Spannungen	Einfluss auf den Leistungsfluss
$\mu_{\text{Fe}} \neq \infty$	Zusammenhang zwischen $B$ und $H$ durch Hystereseschleife gegeben	} $i_1 + i'_2 \neq 0$	Hystereseverluste
$\kappa_{\text{Fe}} \neq 0$	Wirbelströme im magnetischen Kreis		Wirbelstromverluste
$\mu_{\text{Luft}} \neq 0$	Streuung zwischen den Wicklungen 1 und 2 $\rightarrow \Psi_1 - \Psi'_2 \neq 0$	} $u_1 - u'_2 \neq 0$	Wicklungsverluste
$\kappa_w \neq \infty$	Wicklungswiderstände $R_1$ und $R_2$		

## b) Allgemeine Gleichungen

Für die beiden Wicklungen gilt entsprechend der allgemeinen Gleichung (0.4.23)

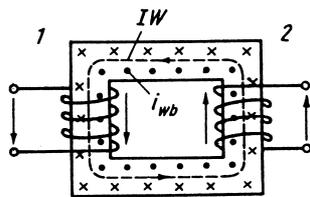
$$\begin{cases} u_1 = R_1 i_1 + \frac{d\Psi_1}{dt} \\ u_2 = R_2 i_2 + \frac{d\Psi_2}{dt} \end{cases} \quad (1.2.33)$$

Dabei sind  $\Psi_1$  und  $\Psi_2$  die Flussverketungen der beiden Wicklungen mit dem Feld im magnetischen Kreis und im umgebenden Luftraum. Dieses Feld wird durch gemeinsame Wirkung der beiden Ströme  $i_1$  und  $i_2$  unter Mitwirken der Wirbelströme aufgebaut, die ihrerseits als unmittelbare Folge des Felds entstehen. Um das Feld quantitativ zu ermitteln, müssen die vorliegenden speziellen Randbedingungen und die nichtlinearen Eigenschaften des Eisens berücksichtigt werden. Diese Aufgabe ist i. Allg. nicht geschlossen lösbar. Deshalb lassen sich keine einfachen Beziehungen angeben, die diesen Teil des Mechanismus quantitativ beschreiben.

Wenn die Induktionsverteilung im magnetischen Kreis bekannt ist, erhält man die Durchflutung für den charakteristischen Integrationsweg IW nach Bild 1.2.17 über  $\Theta = \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s}$ , wobei der nichtlineare Zusammenhang zwischen  $B$  und  $H$  zu beachten ist. Diese Durchflutung ist andererseits gegeben durch

$$\Theta = i_1 w_1 + i_2 w_2 + i_{wb} \quad (1.2.34)$$

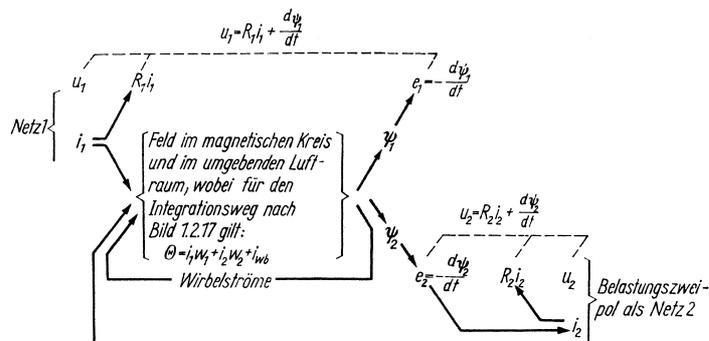
wenn  $i_{wb}$  entsprechend Bild 1.2.17 den gesamten innerhalb des Integrationswegs liegenden Wirbelstrom darstellt.



**Bild 1.2.17** Zur Einführung des Wirbelstroms  $i_{wb}$  bei der Anwendung des Durchflutungsgesetzes auf den magnetischen Kreis des realen Transformators

## c) Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus

Das Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus für einen realen Transformator, dessen Seite 1 an einem starren Netz liegt und dessen Seite 2 auf einen Belastungszweipol arbeitet, zeigt Bild 1.2.18 als Analogon zu Bild 1.2.13.



**Bild 1.2.18** Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus eines realen Transformators, der auf der Seite 1 an einem starren Netz liegt und dessen Seite 2 auf einen Belastungszweigpol B arbeitet

#### d) Betriebsverhalten

Die Ermittlung des Betriebsverhaltens eines realen Transformators ist unter Berücksichtigung aller Einflüsse sehr schwierig. Deshalb werden im Folgenden zwei Anordnungen betrachtet, für die jeweils noch ein Teil der idealen Eigenschaften aufrechterhalten wird. Diese Anordnungen sind

1. der noch hinsichtlich der Ströme ideale Transformator,
2. der noch hinsichtlich der Spannungen ideale Transformator.

Der reale Transformator verhält sich – je nach speziellem Betriebszustand – näherungsweise wie die eine oder die andere dieser beiden Anordnungen.

#### 1.2.2.4 Wirkungsweise des noch hinsichtlich der Ströme idealen Transformators

##### a) Kennzeichen

Ein Transformator verhält sich hinsichtlich der Ströme ideal, wenn

$$i_1 w_1 + i_2 w_2 = 0 \text{ bzw. } i_1 + i_2' = 0 \quad (1.2.35)$$

ist. Voraussetzung für ein derartiges Verhalten ist nach Tabelle 1.2.1

$$\mu_{\text{Fe}} = \infty, \quad \kappa_{\text{Fe}} = 0.$$

Diese idealen Werkstoffeigenschaften soll der im Folgenden behandelte Transformator demnach weiterhin besitzen. Demgegenüber werden hinsichtlich der Permeabilität der Luft und der elektrischen Leitfähigkeit der Wicklungen nunmehr reale Verhältnisse vorausgesetzt. Es ist also:

$$\mu_{\text{Luft}} = \mu_0 \neq 0, \quad \kappa_w \neq \infty.$$

Mit  $\mu_{\text{lufte}} \neq 0$  tritt die Streuung zwischen den beiden Wicklungen in Erscheinung, so dass  $\Psi_1 - \Psi_2' \neq 0$  wird. Mit  $\kappa_w \neq \infty$  besitzen die beiden Wicklungen endliche Wicklungswiderstände  $R_1$  und  $R_2$ , und es entstehen ohmsche Spannungsabfälle. Beide Einflüsse bewirken (s. auch Tabelle 1.2.1), dass

$$u_1 - u_2' \neq 0$$

wird. Der zu behandelnde Transformator ist also hinsichtlich der Spannungen nicht mehr ideal. Dabei werden sich für die Abweichungen vom idealen Verhalten relativ einfache Beziehungen herleiten lassen, da für die Ströme nach wie vor  $i_1 + i_2' = 0$  gilt.

#### b) Allgemeine Gleichungen

Das zu untersuchende System ist wegen  $\mu_{\text{Fe}} = \infty$  und  $\mu_{\text{lufte}} = \mu_0$  linear. Die allgemeinen Gleichungen können deshalb von vornherein in komplexer Darstellung angegeben werden. Dabei erhält man die Spannungsgleichungen aus (1.2.33), während für die Beziehungen zwischen den Strömen (1.2.35) gilt. Es ist also bei Übergang zur Darstellung der komplexen Wechselstromrechnung

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_1 &= R_1 \underline{i}_1 + j\omega \underline{\Psi}_1 \\ \underline{u}_2 &= R_2 \underline{i}_2 + j\omega \underline{\Psi}_2 \\ \underline{i}_1 w_1 + \underline{i}_2 w_2 &= 0 \end{aligned} \right\} . \quad (1.2.36)$$

Um die Abweichung vom idealen Verhalten hinsichtlich der Spannungen ermitteln zu können, müssen zunächst transformierte Größen der Seite 2 eingeführt werden. Mit den Definitionen nach (1.2.22) und (1.2.25) erhält man aus (1.2.36)

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_1 &= R_1 \underline{i}_1 + j\omega \underline{\Psi}_1 \\ \underline{u}_2' &= R_2' \underline{i}_2' + j\omega \underline{\Psi}_2' \\ \underline{i}_1 + \underline{i}_2' &= 0 \end{aligned} \right\} , \quad (1.2.37)$$

wobei als transformierter Widerstand der Seite 2 eingeführt wurde

$$R_2' = \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2 R_2 . \quad (1.2.38)$$

#### c) Abweichung vom idealen Verhalten

Aus den ersten beiden Gleichungen (1.2.37) folgt für  $(\underline{u}_1 - \underline{u}_2')$  unter Berücksichtigung der dritten Gleichung (1.2.37) unmittelbar

$$(\underline{u}_1 - \underline{u}_2') = (R_1 + R_2') \underline{i}_1 + j\omega (\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}_2') = \underline{u}_r + \underline{u}_\sigma . \quad (1.2.39)$$

Die Differenz zwischen  $\underline{u}_1$  und  $\underline{u}'_2$  hat, wie zu erwarten war, einen endlichen Wert. Sie besteht aus zwei Anteilen, von denen der erste ( $\underline{u}_r$ ) durch die Wicklungswiderstände bedingt ist und der zweite ( $\underline{u}_\sigma$ ) durch die Streuung.

Der erste Anteil  $\underline{u}_r = (R_1 + R'_2)\underline{i}_1$  ist in Phase mit dem Strom  $\underline{i}_1$ . Er lässt sich durch Einführen eines von der Seite 1 her gesehenen *Gesamtwiderstands*

$$R = R_1 + R'_2$$

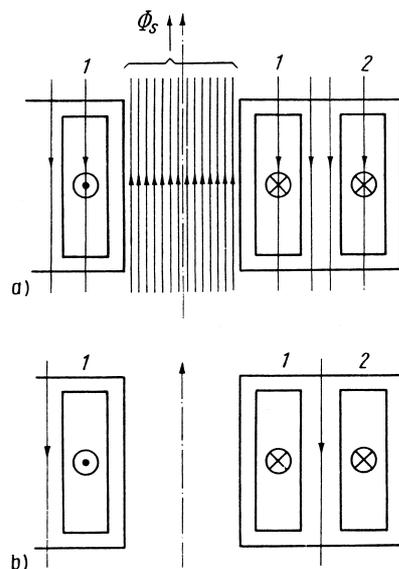
formulieren als

$$\underline{u}_r = R\underline{i}_1. \quad (1.2.40)$$

Der zweite Anteil  $\underline{u}_\sigma = j\omega(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2)$  ist gegenüber der Flussverkettung  $(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2)$  um  $90^\circ$  voreilend. Zu dieser Flussverkettung liefert der Fluss  $\underline{\Phi}_S$  durch den gemeinsamen Schenkel im Inneren der beiden Wicklungen keinen Beitrag. Das folgt mit Bild 1.2.19a<sup>1)</sup> unmittelbar aus

$$(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2)_S = w_1\underline{\Phi}_S - \frac{w_1}{w_2}w_2\underline{\Phi}_S = 0.$$

Die Flussverkettung  $(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2)$  besteht demnach nur mit dem Feld im Luftraum. Dieses Feld wird – je nach Lage der betrachteten Feldlinie – von einer bestimmten Kombination der Ströme  $\underline{i}_1$  und  $\underline{i}_2$  aufgebaut. Da  $\underline{i}_1 = -(w_2/w_1)\underline{i}_2$  ist, sind die Induktionswerte



**Bild 1.2.19** Zur Bestimmung der Flussverkettung  $(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2)$ :  
a) hinsichtlich des Beitrags des Schenkelflusses  $\underline{\Phi}_S$ ;  
b) hinsichtlich der Phasenbeziehung zwischen  $(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2)$  und  $\underline{i}_1$

1) Im Bild 1.2.19 wurden die Feldlinien nur im Bereich der Wicklungshöhe dargestellt, da der weitere Verlauf der Wirbel, die zu den im Luftraum verlaufenden Feldlinien gehören, von den speziellen Betriebsbedingungen abhängt.

im Luftraum dem Betrag des Stroms  $\underline{i}_1$  proportional und hinsichtlich der Phasenlage in Phase oder in Gegenphase zu  $\underline{i}_1$ . Das Gleiche gilt dann für die Flussverkettung  $(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2)$ , die man durch Integration der Induktionsverteilung über die Spulenflächen der Wicklungen erhält. Um die Phasenlage zu entscheiden, ist im Bild 1.2.19b ein stark vereinfachtes Luftfeld für den Zeitpunkt mit  $i_1 = \hat{i}_1$  bzw.  $i_2 = -\hat{i}_2$  dargestellt. Dieses Feld liefert zu  $\Psi_1$  den Beitrag  $\Psi_{1\text{lufte}} = 0$  und zu  $\Psi_2$  einen Beitrag  $\Psi_{2\text{lufte}} < 0$ , so dass  $(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2) > 0$  wird. Demnach sind  $(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2)$  und  $\underline{i}_1$  in Phase. Da außerdem Proportionalität zwischen den Amplituden besteht, lässt sich formulieren

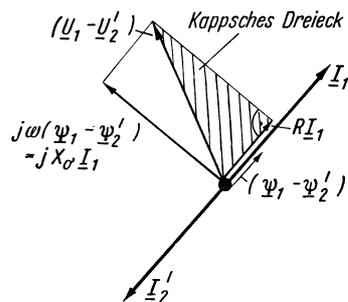
$$\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2 = L_\sigma \underline{i}_1, \tag{1.2.41}$$

wobei  $L_\sigma$  die von der Seite 1 her gesehene *Gesamtstreuinduktivität* des Transformators darstellt. Die zugeordnete Reaktanz  $X_\sigma = \omega L_\sigma$  ist dementsprechend die *Gesamtstreureaktanz*.

Durch Einführen von (1.2.40) und (1.2.41) geht (1.2.39) für die Abweichung des Verhaltens des behandelten Transformators von dem eines idealen Transformators über in

$$\underline{u}_1 - \underline{u}'_2 = \underline{u}_r + \underline{u}_\sigma = (R + jX_\sigma)\underline{i}_1. \tag{1.2.42}$$

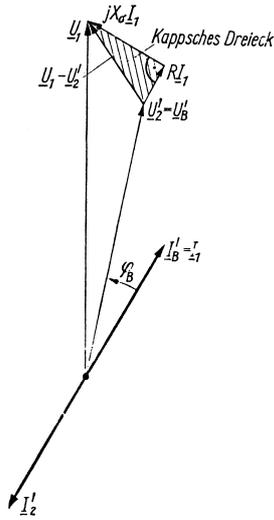
Im Bild 1.2.20 ist das (1.2.42) zugeordnete Zeigerbild dargestellt. Die Spannung  $(\underline{U}_1 - \underline{U}'_2)$  bildet die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Kathete  $R\underline{I}_1$  in Phase mit dem Strom  $\underline{I}_1$  liegt, während die Kathete  $jX_\sigma\underline{I}_1$  darauf senkrecht steht. Dieses Dreieck wird als *Kappsches Dreieck* bezeichnet. Die Katheten und damit sämtliche Seiten des Kappschen Dreiecks sind dem Strom proportional.



**Bild 1.2.20** Zeigerbild von (1.2.42) – das Kappsche Dreieck

d) *Belastung des noch hinsichtlich der Ströme idealen Transformators*

Da sich der Leerlauf des hinsichtlich der Ströme idealen Transformators nicht von dem des idealen Transformators unterscheidet [s. Abschn. 1.2.2.2c)], kann auf seine Behandlung verzichtet und unmittelbar die Belastung betrachtet werden. Dabei soll der Transformator wiederum entsprechend Bild 1.2.10 auf der Seite 1 an einem starren



**Bild 1.2.21** Vollständiges Zeigerbild des belasteten, noch hinsichtlich der Ströme idealen Transformators, der auf der Seite 1 an einem starren Netz liegt und dessen Seite 2 auf einen Belastungszweigpol  $\underline{Z}_B = R_B + jX_B$  arbeitet (vgl. Bild 1.2.14)

Netz mit der Spannung  $u_1$  liegen und auf der Seite 2 auf einen Belastungszweigpol B arbeiten. Die Betriebsbedingungen sind also durch (1.2.17) gegeben.

Ausgehend von der Spannung  $u_2 = u_B$  lassen sich die Ströme  $i_2 = -i_B = -u_2/Z_B$  unmittelbar angeben (s. auch Zeigerbild 1.2.14). Der Strom  $i_1$  ergibt sich wegen der idealen Eigenschaften des magnetischen Kreises zu  $i_1 = -i_2'$  [s. (1.2.35)]. Zwischen  $u_1$  und  $u_2'$  vermittelt (1.2.42). Zur Entwicklung des Zeigerbilds ist also an  $U_2'$  das Kappsche Dreieck nach Bild 1.2.20 so anzusetzen, dass die Kathete  $R_1 I_1$  in Phase mit dem Strom  $I_1$  liegt und die Kathete  $jX_\sigma I_1$  um  $90^\circ$  voreilt. Im Bild 1.2.21 ist dies für den bisher stets betrachteten Fall geschehen, dass die Belastung ohmsch-induktiv ist. Für  $U_2'$  und die Ströme wurden dabei die gleichen Darstellungsverhältnisse gewählt wie im Bild 1.2.14 für den idealen Transformator. Man erkennt, dass jetzt bei gleichem  $U_2'$  und damit gleichen Strömen eine größere Spannung  $U_1$  benötigt wird, da diese Spannung zusätzlich die inneren Spannungsabfälle des Transformators decken muss. Es ist allerdings zu beachten, dass die Wirkung der Spannungsabfälle auf den Unterschied zwischen  $U_1$  und  $U_2'$  auch von der Phasenlage der Belastung abhängt. Bei kapazitiver Belastung kann der Fall eintreten, dass  $U_2' > U_1$  wird (s. Abschnitte 1.2.4.1 und 1.2.4.2).

Für die aufgenommene Wirkleistung  $P_1$  des noch hinsichtlich der Ströme idealen Transformators folgt aus (1.2.42) unter Beachtung von  $I_1 = -I_2' = I_B'$  und  $U_2' = U_B'$  sowie  $I_1^2 R_2' = I_2'^2 R_2' = (w_2/w_1)^2 I_2^2 (w_1/w_2)^2 R_2 = I_2^2 R_2$ :

$$\begin{aligned} P_1 &= \operatorname{Re}\{U_1 I_1^*\} = \operatorname{Re}\{U_B' I_B'^* + (R_1 + R_2') I_1 I_1^*\} \\ &= P_B + R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = P_B + P_{vw} . \end{aligned}$$

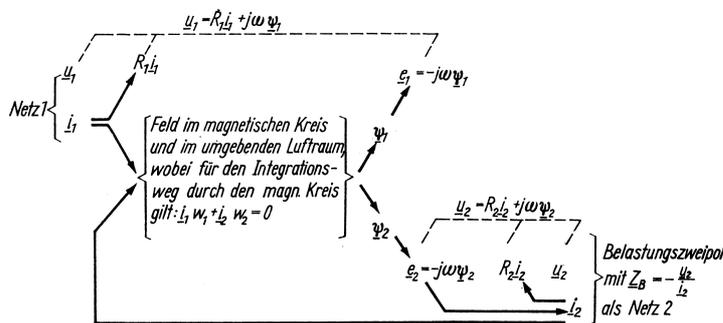
Die aufgenommene Wirkleistung  $P_1$  deckt außer der an den Verbraucher B abgegebenen Wirkleistung  $P_B$  die Wicklungsverluste

$$P_{vw} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2. \tag{1.2.43}$$

Es fehlen gegenüber dem realen Transformator die Ummagnetisierungsverluste.

e) Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus

Das Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus für den noch hinsichtlich der Ströme idealen Transformator, der auf der Seite 1 an einem starren Netz liegt und dessen Seite 2 mit einem Belastungszweipol abgeschlossen ist, zeigt Bild 1.2.22.

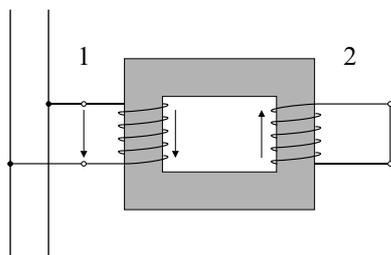


**Bild 1.2.22** Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus eines noch hinsichtlich der Ströme idealen Transformators, der auf der Seite 1 an einem starren Netz liegt und dessen Seite 2 auf einen Belastungszweipol  $Z_B$  arbeitet

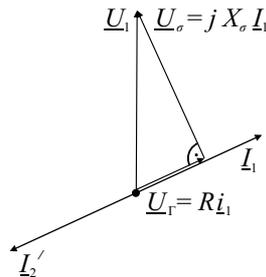
f) Kurzschluss des noch hinsichtlich der Ströme idealen Transformators

Das Prinzipschaltbild des Transformators im Kurzschluss nach Bild 1.2.23 liefert folgende Betriebsbedingungen:

$$u_1 = \underline{u}_1, \quad u_2 = 0.$$



**Bild 1.2.23** Prinzipschaltbild des Transformators im Kurzschluss bei Einspeisung von der Seite 1 her



**Bild 1.2.24** Zeigerbild des kurzgeschlossenen Transformators bei Einspeisung von der Seite 1 her

Mit  $u_2 = 0$  und damit  $u'_2 = 0$  geht die Spannungsgleichung (1.2.42) über in

$$\underline{u}_1 = \underline{u}_r + \underline{u}_\sigma = (R + jX_\sigma)\underline{i}_1. \quad (1.2.44)$$

Im Kurzschluss deckt  $\underline{u}_1$  die Spannungsabfälle  $\underline{u}_r$  und  $\underline{u}_\sigma$ , und  $\underline{u}_1$  wird zur Hypotenuse des Kappschen Dreiecks. Das zugehörige Zeigerbild ist im Bild 1.2.24 dargestellt. Aus (1.2.44) folgt für den Kurzschlussstrom

$$\underline{i}_1 = -\underline{i}'_2 = \frac{\underline{u}_1}{R + jX_\sigma}. \quad (1.2.45)$$

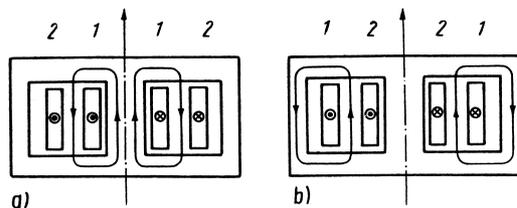
Die Ströme  $I_1$  und  $I_2$  im Kurzschluss bei  $U_{1N}$  sind im Verhältnis der Vergrößerung des Kappschen Dreiecks größer als im Betrieb unter Bemessungsbedingungen. Damit ist die erforderliche Durchflutung  $\hat{i}_1 w_1 + \hat{i}_2 w_2$  für den magnetischen Kreis eines realen Transformators im Kurzschluss auf alle Fälle klein gegenüber  $\hat{i}_1 w_1$  bzw.  $\hat{i}_2 w_2$ . Der kurzgeschlossene reale Transformator verhält sich deshalb hinsichtlich der Ströme weitgehend ideal.

Die den Kurzschlussstrom begrenzende *Kurzschlussimpedanz*  $\underline{Z}_k$  beträgt nach (1.2.45)

$$\underline{Z}_k = R + jX_\sigma. \quad (1.2.46)$$

Der Kurzschlussstrom kann also sowohl durch große Wicklungswiderstände als auch durch eine hinreichend große Streureaktanz begrenzt werden. Da aber im ersten Fall ein Transformator mit großen Wicklungsverlusten entstehen würde, wird die Begrenzung über die Gesamtstreureaktanz vorgenommen. Zu diesem Zweck sind die Wicklungen 1 und 2 durch einen *Streukanal* voneinander getrennt (s. z. B. Bild 1.2.19). Wie spätere Betrachtungen zeigen werden, wird die Gesamtstreureaktanz um so größer, je breiter der Streukanal ist.

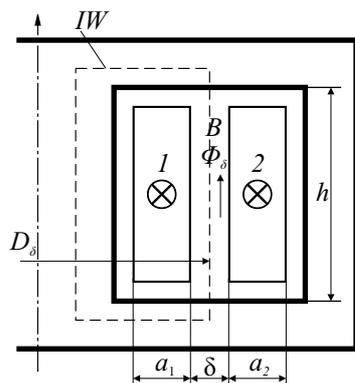
Das Feld im kurzgeschlossenen Transformator kann qualitativ – wengstens für den Fall großer Frequenzen – aus der Überlegung gewonnen werden, dass für die kurzgeschlossene Wicklung 2 ( $u_2 = 0$ ) nach der zweiten Gleichung (1.2.36) mit  $\omega \rightarrow \infty$  bzw. bei vernachlässigbarem Einfluss des Wicklungswiderstandes  $R_2$  für die Flussverkettung  $\underline{\psi}_2 = 0$  gilt. Wenn die Wicklungen als dünn angesehen und die Feldlinien im Spulenbereich als axial verlaufend angenommen werden, folgt daraus  $\underline{\phi}_2 = 0$ , d. h.



**Bild 1.2.25** Qualitativer Verlauf des magnetischen Feldes eines auf der Seite 2 kurzgeschlossenen Manteltransformators bei  $\omega \rightarrow \infty$  bzw. vernachlässigbarem Einfluss des Widerstands  $R_2$ , wobei a) die Wicklung 1 innen und b) die Wicklung 2 innen liegt

die Wicklung 2 darf von keinem Fluss durchsetzt werden. Der Fluss, der die Wicklung 1 durchsetzt, induziert dort die der Gesamtstreuung entsprechende Spannung  $\underline{u}_\sigma$ . Im Bild 1.2.25 ist der qualitative Verlauf des Felds in einem Manteltransformator dargestellt. Er hängt maßgeblich davon ab, ob die kurzgeschlossene Wicklung innen oder außen liegt. Wenn die äußere Wicklung kurzgeschlossen ist (Bild 1.2.25a), müssen sich die Feldlinien des Streukanals wegen  $\Phi_2 = 0$  über den inneren Schenkel schließen. Für den Fall, dass die innere Wicklung kurzgeschlossen ist (Bild 1.2.25b), darf durch den Innenschenkel kein Fluss treten, und die Feldlinien des Streukanals schließen sich über die Außenschenkel. Das Feld im Kurzschluss ist beispielsweise bei Stromwandlern von Interesse, die ständig in diesem Betriebszustand arbeiten (s. Abschn. 1.4.4.2) und wo andererseits der Durchflutungsbedarf und die Ummagnetisierungsverluste den Fehler beeinflussen.

Um eine quantitative Vorstellung von der Größe der Gesamtstreuereaktanz zu erhalten, soll angenommen werden, dass ein Manteltransformator mit topfförmigem, rotationssymmetrischem magnetischem Kreis vorliegt. Außerdem soll im Luftraum nur innerhalb des Streukanals ein Feld existieren, das darüber hinaus homogen sei. Diesen Annahmen entspricht die Darstellung des Felds im Bild 1.2.19b. Die Anordnung ist im Bild 1.2.26 nochmals dargestellt. Wenn die Induktion  $B$  im Streukanal



**Bild 1.2.26** Zur Ermittlung eines einfachen Ausdrucks für die Gesamtstreuereaktanz

nach oben positiv gezählt wird, liefert die Anwendung des Durchflutungsgesetzes auf den eingetragenen Integrationsweg (IW)

$$B = -\mu_0 \frac{i_1 w_1}{h}.$$

Der Fluss  $\Phi_\delta$  durch den Streukanal beträgt demnach

$$\Phi_\delta = -\mu_0 \frac{i_1 w_1}{h} u \delta,$$

wenn  $u = D_\delta \pi$  der mittlere Umfang des Streukanalquerschnitts ist. Mit dem Feld im Streukanal besitzt die Wicklung 1 die Flussverkettung  $\Psi_{1\delta} = 0$ , während für die Wicklung 2 gilt  $\Psi_{2\delta} = w_2 \Phi_\delta$ . Damit erhält man für die Gesamtstreureaktanz unter Beachtung von (1.2.25) und (1.2.41)

$$X_\sigma = \frac{\omega(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_1)}{i_1} = \omega \mu_0 w_1^2 \frac{u}{h} \delta.$$

Eine kleine Gesamtstreureaktanz erfordert demnach, dass die Wicklungen nahe aneinander gerückt werden, also  $\delta$  möglichst klein wird. Andererseits lässt sich  $X_\sigma$  durch die Wahl der Streukanalbreite  $\delta$  beeinflussen. Wenn man die endliche Breite der Wicklungszylinder berücksichtigt, ergibt sich für die Gesamtstreureaktanz ohne Beweis

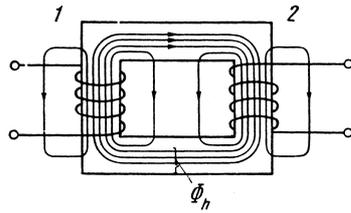
$$X_\sigma = \omega \mu_0 w_1^2 \frac{u}{h} \left( \delta + \frac{a_1 + a_2}{3} \right).$$

#### g) Sonderfall trennbarer Streufelder

Um in Übereinstimmung mit einer in der Literatur vielfach verwendeten Darstellungsform zu gelangen, wird im Folgenden der Sonderfall behandelt, dass beide Wicklungen in sämtlichen Windungen vom gleichen Hauptfluss  $\Phi_h$  durchsetzt werden und darüber hinaus nur solche Streuflussverkettungen aufweisen, die jeweils vom eigenen Strom hervorgerufen werden. Dieser Fall soll als *Sonderfall trennbarer Streufelder* bezeichnet werden. Er erlaubt es, dass als Proportionalitätsfaktoren zwischen den Streuflussverkettungen der beiden Wicklungen und ihren Strömen Einzelstreureaktanz  $L_{\sigma 1}$  und  $L_{\sigma 2}$  eingeführt werden. Damit lässt sich formulieren:

$$\left. \begin{aligned} \underline{\Psi}_1 &= L_{\sigma 1} i_1 + w_1 \Phi_h \\ \underline{\Psi}_2 &= L_{\sigma 2} i_2 + w_2 \Phi_h \end{aligned} \right\}. \quad (1.2.47)$$

Die für den Sonderfall trennbarer Streufelder vorausgesetzten Verhältnisse sind annähernd erfüllt, wenn beide Wicklungen wie in der Prinzipanordnung des Einphasentransformators nach Bild 1.2.1 auf verschiedenen Schenkeln untergebracht sind. Bild 1.2.27 zeigt das Feld eines derartigen Transformators bei Belastung für einen



**Bild 1.2.27** Darstellung des magnetischen Felds eines belasteten Transformators bei trennbaren Streufeldern als Überlagerung des durch den Hauptfluss  $\Phi_h$  gekennzeichneten gemeinsamen Hauptfelds und der Einzelstrefelder für einen bestimmten Zeitpunkt

betrachteten Zeitpunkt als Überlagerung des durch den Hauptfluss  $\Phi_h$  gekennzeichneten gemeinsamen Hauptfelds und der Einzelstrefelder.

Ausgehend von (1.2.47) erhält man die Streuspannung  $\underline{u}_\sigma$  nach (1.2.39) unter Beachtung von (1.2.22) und (1.2.25) sowie mit  $\dot{i}_1 + \dot{i}'_2 = 0$  zu

$$\begin{aligned} \underline{u}_\sigma &= j\omega(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2) \\ &= j\omega(L_{\sigma 1} + L'_{\sigma 2})\dot{i}_1 = j(X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2})\dot{i}_1 \end{aligned} \quad (1.2.48)$$

mit

$$L'_{\sigma 2} = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 L_{\sigma 2} \text{ bzw. } X'_{\sigma 2} = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 X_{\sigma 2}.$$

Ein Vergleich mit (1.2.44) zeigt, dass im vorliegenden Sonderfall trennbarer Streufelder

$$X_\sigma = X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2}$$

ist. Die Gesamtstreureaktanz setzt sich additiv aus der Streureaktanz der Wicklung 1 und der über das Quadrat des Übersetzungsverhältnisses auf die Seite 1 bezogenen Streureaktanz der Wicklung 2 zusammen.

*Einzelstreureaktanzen* lassen sich bei realen Transformatoren i. Allg. nicht sinnvoll einführen. Sie wurden an dieser Stelle unter Angabe der notwendigen Voraussetzungen betrachtet, um die Verbindung zur Darstellungsform in vielen Lehrbüchern herzustellen. Außerdem wird später bei der Behandlung der rotierenden Maschinen eine Trennbarkeit der Streufelder im dargelegten Sinne möglich sein, und es erschien sinnvoll, ein analoges Vorgehen beim Transformator zu demonstrieren.

### 1.2.2.5 Wirkungsweise des noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators

#### a) Kennzeichen

Ein Transformator verhält sich hinsichtlich der Spannungen ideal, wenn

$$u_1 - u'_2 = 0$$

ist. Voraussetzung dafür ist entsprechend Tabelle 1.2.1

$$\mu_{\text{Luft}} = 0, \quad \kappa_{\text{w}} = \infty. \quad (1.2.49)$$

Diese idealen Werkstoffeigenschaften werden bei der folgenden Analyse vorausgesetzt, während der magnetische Kreis nunmehr reale Eigenschaften besitzen soll. Es wird also berücksichtigt, dass

$$\mu_{\text{Fe}} \neq \infty, \quad \kappa_{\text{Fe}} \neq 0$$

ist. Die Permeabilität des magnetischen Kreises ist dabei nicht nur endlich, sondern es wird der nichtlineare Zusammenhang zwischen der Induktion  $B$  und der magnetischen Feldstärke  $H$  in Form einer Hystereseschleife berücksichtigt. Aufgrund der endlichen elektrischen Leitfähigkeit bilden sich im magnetischen Kreis Wirbelströme aus (s. Bild 1.2.15). Die idealisierenden Annahmen nach (1.2.49) bewirken jedoch, dass keine Spannungsabfälle in den Wicklungen auftreten und außerhalb des magnetischen Kreises keine Feldlinien existieren. Es wird  $\Psi_1 = w_1 \Phi$  und  $\Psi_2 = w_2 \Phi$ , so dass die allgemeinen Spannungsgleichungen (1.2.33) übergehen in

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{d\Psi_1}{dt} = w_1 \frac{d\Phi}{dt} \\ u_2 &= \frac{d\Psi_2}{dt} = w_2 \frac{d\Phi}{dt} \end{aligned} \right\}. \quad (1.2.50)$$

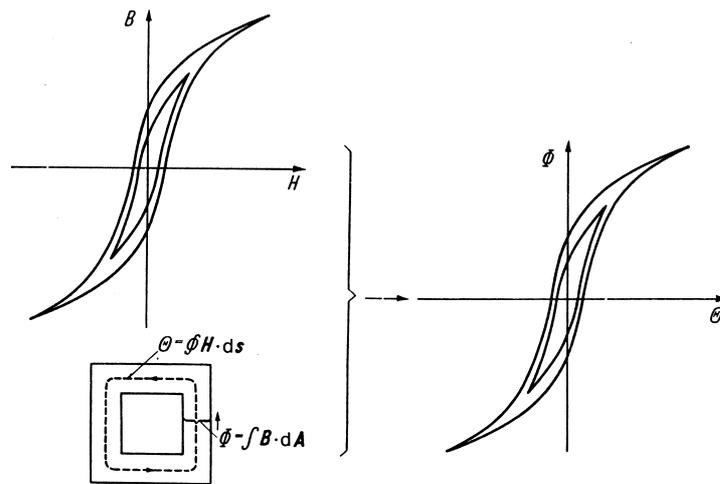
Bei Betrieb an der starren, sinusförmigen Spannung  $u_1 = \hat{u}_1 \cos(\omega t + \varphi_{u1})$  wird damit auch der Fluss zeitlich sinusförmig und – wie beim idealen Transformator – nach Betrag und Phasenlage durch die Spannung diktiert zu

$$\Phi = \frac{\hat{u}_1}{\omega w_1} \cos\left(\omega t + \varphi_{u1} - \frac{\pi}{2}\right). \quad (1.2.51)$$

#### b) Magnetisierungserscheinungen bei Betrieb am starren Netz 1

Die Magnetisierungskurve  $B = f(H)$  des verwendeten Werkstoffs liefert zusammen mit den geometrischen Abmessungen über  $\Phi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$  und  $\Theta = \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s}$  die *Magnetisierungskennlinie*  $\Phi = f(\Theta)$  des magnetischen Kreises nach Bild 1.2.28. Diese Kennlinie ist eine Hystereseschleife, die sich mit wachsender Aussteuerung aufweitet. Die starre Spannung  $u_1$  diktiert den zeitlich sinusförmigen Flussverlauf nach (1.2.51). Um diesen Fluss aufzubauen, ist wegen des nichtlinearen Zusammenhangs  $\Phi = f(\Theta)$  eine nichtsinusförmige Durchflutung erforderlich. Ihr Verlauf ist im Bild 1.2.29 durch punktweise Konstruktion gewonnen worden. Man erkennt, dass  $\Theta = \Theta(t)$  außer der Grundschwingung auch Oberschwingungen aufweist; und zwar treten wegen der Symmetrieeigenschaft  $\Theta(t + \frac{T}{2}) = -\Theta(t)$  alle ungeradzahigen Harmonischen in Erscheinung.<sup>2)</sup>

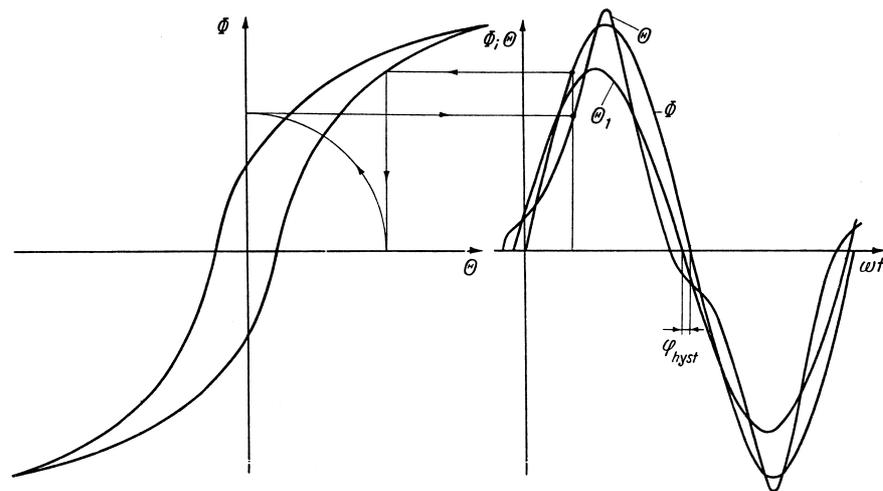
2) Die Fourier-Koeffizienten wichtiger periodischer Funktionen sowie der Einfluss einiger Symmetrieeigenschaften auf das Spektrum sind im Anhang I zusammengestellt.



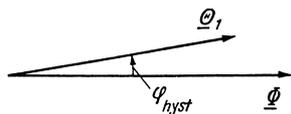
**Bild 1.2.28** Entstehung der Magnetisierungskennlinie  $\Phi = f(\Theta)$  des magnetischen Kreises

Außerdem wird deutlich, dass die Grundschiwingung  $\Theta_1(t)$  der Durchflutung  $\Theta(t)$  gegenüber dem Fluss um einen gewissen Winkel

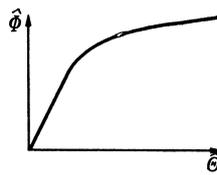
$$\varphi_{\text{hyst}} = \varphi_{\Theta} - \varphi_{\Phi} \tag{1.2.52}$$



**Bild 1.2.29** Erforderlicher Verlauf  $\Theta = \Theta(t)$  und dessen Grundschiwingung  $\Theta_1 = \Theta_1(t)$  bei sinusförmigem Verlauf des Flusses  $\Phi = \hat{\Phi} \cos(\omega t + \varphi_{\Phi})$ ; die punktweise Konstruktion ist in einem Punkt angedeutet



**Bild 1.2.30** Zeigerdarstellung des Flusses  $\underline{\Phi}$  und der Grundschiwingung  $\underline{\Theta}_1$  der Durchflutung



**Bild 1.2.31** Zusammenhang zwischen den Amplituden  $\hat{\Phi}$  und  $\hat{\Theta}_1$

voraussetzt, so dass man eine Zeigerdarstellung nach Bild 1.2.30 erhält. Dabei besteht zwischen den Amplituden  $\hat{\Phi}$  und  $\hat{\Theta}$  ein Zusammenhang nach Bild 1.2.31, der Sättigungscharakter aufweist. Der Winkel  $\varphi_{\text{hyst}}$  ist ebenfalls eine nichtlineare Funktion der Aussteuerung.

Mit der Hysterese verbunden ist das Auftreten der *Hystereseverluste*. Bei einmaligem Durchlaufen der Hystereseschleife, was innerhalb einer Periodendauer  $T$  erfolgt, wird die Hysteresearbeit

$$W_{\text{hyst}} = \int_t^{t+T} \Theta \, d\Phi \quad (1.2.53)$$

im magnetischen Kreis in Wärme umgesetzt. Dem entspricht, dass die mittlere Leistung

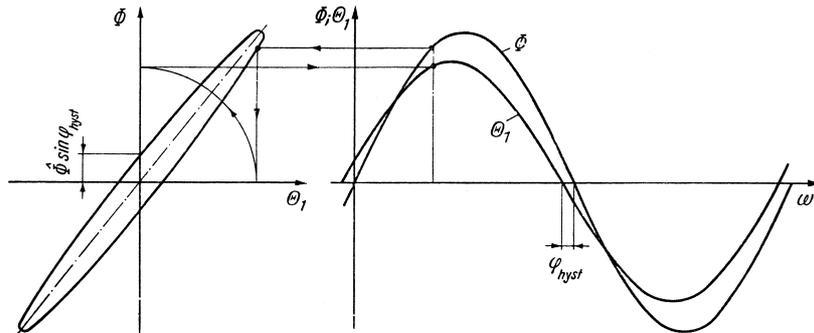
$$P_{\text{vhyst}} = \frac{W_{\text{hyst}}}{T} = f \int_t^{t+T} \Theta \, d\Phi = f W_{\text{hyst}}(\hat{\Phi}) = P_{\text{vhyst}}(f, \hat{\Phi}) \quad (1.2.54)$$

als Hystereseverluste in Erscheinung tritt. Die Hysteresearbeit nach (1.2.53) und damit die Hystereseverluste nach (1.2.54) sind also der Fläche proportional, die von der Hystereseschleife  $\Phi = f(\Theta)$  eingeschlossen wird. Diese Fläche ist eine Funktion der Aussteuerung, d. h. des Flusses  $\hat{\Phi}$ ; näherungsweise lässt sich demnach formulieren

$$P_{\text{vhyst}} \sim f \hat{\Phi}^2. \quad (1.2.55)$$

Wenn man sich darauf beschränkt, die erste Harmonische der Durchflutung zu berücksichtigen, so entspricht dem, dass die tatsächliche Hystereseschleife  $\Phi = f(\Theta)$  durch eine Ellipse angenähert wird. Diese Ellipse kann man sich rückwärts aus den um  $\varphi_{\text{hyst}}$  gegeneinander phasenverschobenen Sinusgrößen  $\Phi$  und  $\Theta_1$  als Lissajousche Figur entstanden denken, wie dies Bild 1.2.32 demonstriert.

Die *Wirbelströmung* stellt eine räumliche elektrische Strömung im magnetischen Kreis dar (s. Bild 1.2.15), deren analytische Behandlung mit einfachen Mitteln nicht möglich ist. Um den Einfluss der Wirbelströmung dennoch wenigstens näherungsweise erfassen zu können, muss deshalb mit einem stark vereinfachten Modell gearbeitet werden. Dazu wird entsprechend Bild 1.2.33 angenommen, dass der eigentliche magnetische Kreis elektrisch nichtleitend ist und die Wirbelströme in einer dünnen, leitenden Oberflächenschicht konzentriert sind. Diese Oberflächenschicht

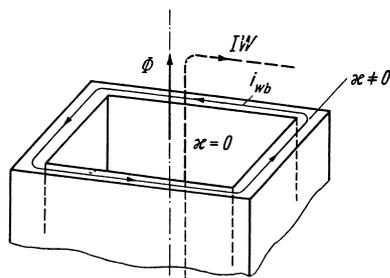


**Bild 1.2.32** Genäherte Hystereseschleife  $\Phi = f(\Theta_1)$ , die zwischen dem sinusförmigen Fluss  $\Phi(t)$  und der Grundschiwingung der Durchflutung  $\Theta_1(t)$  vermittelt

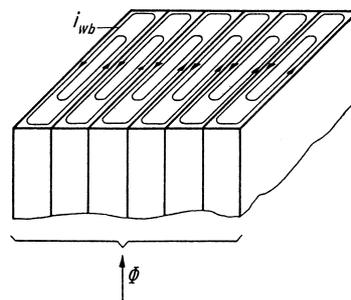
bildet dann eine Kurzschlusswindung, die vom Fluss des magnetischen Kreises durchsetzt wird und einen gewissen Widerstand  $R_{wb}$  aufweist. In der Oberflächenschicht fließt gleichmäßig verteilt der Wirbelstrom  $i_{wb}$ . Um den Einfluss der Wirbelströme zu verkleinern, wird der reale magnetische Kreis als *Blechkpaket* ausgebildet. Die Wirbelströme müssen sich dann, wie im Bild 1.2.34 angedeutet, innerhalb jedes Einzelblechs schließen, so dass ihre Intensität wegen des kleineren zur Verfügung stehenden Querschnitts sinkt. Im Modell nach Bild 1.2.33 bedeutet dies, dass der Widerstand  $R_{wb}$  der fiktiven Oberflächenschicht mit zunehmender Unterteilung des magnetischen Kreises wächst.

Der sinusförmige Fluss  $\underline{\Phi}$  des magnetischen Kreises induziert in der Oberflächenschicht eine Spannung

$$e_{wb} = -j\omega \underline{\Phi}$$



**Bild 1.2.33** Modell des magnetischen Kreises zur genäherten Erfassung des Einflusses der Wirbelströme



**Bild 1.2.34** Wirbelströmung in einem magnetischen Kreis, der als Blechkpaket ausgebildet ist

Aus der Spannungsgleichung des Kurzschlusskreises  $0 = R_{wb} \dot{i}_{wb} - \underline{e}_{wb}$  folgt damit für den Wirbelstrom

$$\dot{i}_{wb} = \frac{\underline{e}_{wb}}{R_{wb}} = -j \frac{\omega}{R_{wb}} \underline{\Phi}. \quad (1.2.56)$$

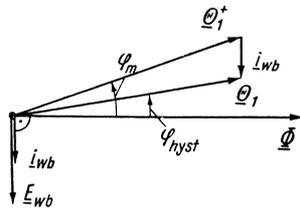
Dieser Wirbelstrom liefert einen Beitrag zur Durchflutung für den Integrationsweg IW durch den magnetischen Kreis. Es gilt also [s. (1.2.34)]

$$\Theta_1 = \dot{i}_1 w_1 + \dot{i}_2 w_2 + \dot{i}_{wb}. \quad (1.2.57)$$

Die Durchflutung  $\Theta_1$  wird nach Amplitude und Phasenlage über die (elliptisch angenäherte) Magnetisierungskennlinie des magnetischen Kreises allein durch den Fluss  $\underline{\Phi}$  bestimmt. Das gleiche gilt jedoch im vorliegenden Fall konstanter Frequenz entsprechend (1.2.56) für den Wirbelstrom  $\dot{i}_{wb}$ . Da im Folgenden nur dieser Fall interessiert, liegt es nahe,  $\Theta_1$  und  $\dot{i}_{wb}$  zu einer Durchflutung

$$\Theta_1^+ = \Theta_1 - \dot{i}_{wb} = \dot{i}_1 w_1 + \dot{i}_2 w_2 \quad (1.2.58)$$

zusammenzufassen, die allein durch die Ströme  $\dot{i}_1$  und  $\dot{i}_2$  der beiden Wicklungen 1 und 2 aufgebracht werden muss. Im Bild 1.2.35 ist das Zeigerbild von (1.2.56) und (1.2.58) dargestellt.



**Bild 1.2.35** Einführung der Durchflutung  $\Theta_1^+ = \Theta_1 - \dot{i}_{wb}$  im Zeigerbild

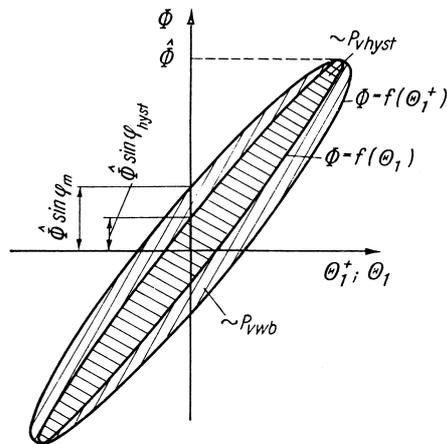
Entsprechend den oben angestellten Überlegungen ist der Zusammenhang zwischen  $\underline{\Phi}$  und  $\Theta_1^+$  keine Funktion der äußeren Betriebsbedingungen; er ist bei konstanter Frequenz allein durch die elektrischen und magnetischen Eigenschaften des magnetischen Kreises gegeben. Den Zusammenhang zwischen  $\Theta_1^+$  und  $\Phi$  kann man sich demnach durch eine Kennlinie  $\Phi = f(\Theta_1^+)$  hervorgerufen denken. Diese *dynamische Magnetisierungskennlinie* stellt analog zu Bild 1.2.32 eine Ellipse dar, da sie aus der Zusammensetzung zweier gegeneinander phasenverschobener Sinusgrößen entstanden ist. Die Ellipse  $\Phi = f(\Theta_1^+)$  nach Bild 1.2.36 weist eine größere Fläche auf als die reine Magnetisierungskennlinie  $\Phi = f(\Theta_1)$ , da die Phasenverschiebung zwischen  $\Theta_1^+$  und  $\Phi$  größer ist als die zwischen  $\Theta_1$  und  $\Phi$  (s. Bild 1.2.35).

Der Wirbelstrom  $\dot{i}_{wb}$  ruft im Widerstand  $R_{wb}$  der Wirbelstrombahn die *Wirbelstromverluste*

$$P_{vwb} = R_{wb} I_{wb}^2 = \frac{\omega^2}{2R_{wb}} \hat{\Phi}^2 = P_{vwb}(f, \hat{\Phi}) \quad (1.2.59)$$

hervor. Sie bilden mit den Hystereseverlusten zusammen die gesamten *Ummagnetisierungsverluste*

$$P_{vu} = P_{vhyst} + P_{vwb} = P_{vu}(f, \hat{\Phi}), \quad (1.2.60)$$



**Bild 1.2.36** Dynamische Magnetisierungskennlinie  $\Phi = f(\Theta_1^+)$

die entsprechend (1.2.55) und (1.2.59) für eine gegebene Anordnung nur von der Frequenz  $f$  und vom Fluss  $\hat{\Phi}$  abhängen. In der dynamischen Magnetisierungskennlinie nach Bild 1.2.36 entspricht die Vergrößerung der Ellipsenfläche den hinzukommenden Wirbelstromverlusten. Die gesamten Ummagnetisierungsverluste sind der Gesamtfläche der Ellipse  $\Phi = f(\Theta_1^+)$  proportional.

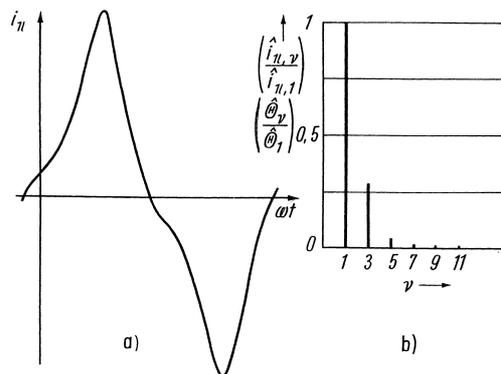
Dem Verlauf der erforderlichen Durchflutung  $\Theta(t)$  nach Bild 1.2.29 entsprechend, müssen in den Strömen der Wicklungen wegen  $\Theta^+ = i_1 w_1 + i_2 w_2$  Oberschwingungen auftreten. Bei Betrieb am starren Netz 1 fließen die Stromoverschwingungen nur auf der Seite 1, denn der sinusförmige Fluss induziert in der Wicklung 2 eine sinusförmige Spannung, die durch den linearen Belastungszweipol auf der Seite 2 einen sinusförmigen Strom  $i_2$  antreibt. Sie sind außerdem die gleichen wie im Leerlauf, so dass es sich anbietet, ausschließlich diesen Betriebszustand zu betrachten. Es ist dann  $i_2 = 0$  und  $i_1 = i_{11}$ , und man erhält aus der allgemeinen Beziehung (1.2.34)

$$i_{11} = \frac{\Theta}{w_1} - \frac{i_{wb}}{w_1}. \quad (1.2.61)$$

Der Wirbelstrom  $i_{wb}$  ist sinusförmig, hat also nur Einfluss auf die Grundschwingung des Leerlaufstroms. Darauf wird bei der Behandlung des Leerlaufs im Punkt d) nochmals einzugehen sein. Die Oberschwingungen in  $i_{11}$  rühren von den Oberschwingungen in  $\Theta$  her. Aus dem Verlauf  $\Theta(t)$  nach Bild 1.2.29 war bereits entnommen worden, dass die Durchflutung alle ungeradzahigen Harmonischen enthalten muss. Diese Harmonischen treten demnach auch im Leerlaufstrom auf, so dass man formulieren kann

$$i_{11} = i_{11,1} + i_{11,3} + i_{11,5} + \dots$$

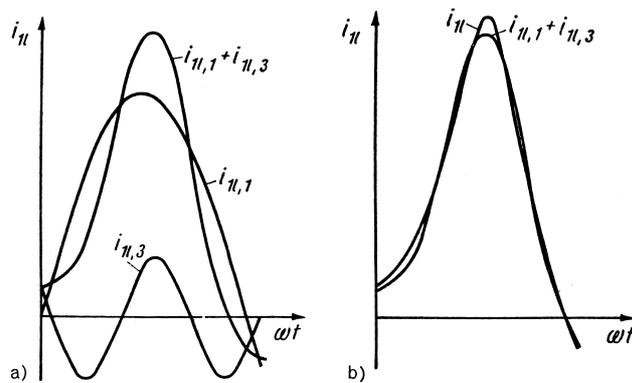
Die Amplituden der einzelnen Harmonischen sinken mit wachsender Ordnungszahl. Im Bild 1.2.37b ist das Amplitudenspektrum dargestellt, das dem Verlauf  $\Theta(t)$  nach



**Bild 1.2.37** Oberschwingungen im Leerlaufstrom.

a) Verlauf des Leerlaufstroms  $i_{11}$ ;  
 b) Amplitudenspektrum  $\hat{i}_{11,\nu} / \hat{i}_{11,1}$   
 bzw.  $\hat{\Theta}_\nu / \hat{\Theta}_1$  für den Verlauf  $\Theta(t)$   
 nach Bild 1.2.29

Bild 1.2.29 entspricht. Man erkennt, dass zur richtigen Wiedergabe des Stroms  $i_{11}(t)$  vor allem die dritte Harmonische wichtig ist. Diese Erkenntnis wird bei der Behandlung der Dreiphasentransformatoren besondere Bedeutung gewinnen. Um den Einfluss der Harmonischen niedriger Ordnungszahl zu demonstrieren, wird im Bild 1.2.38b die Summe der ersten und dritten Harmonischen mit dem tatsächlichen Leerlaufstrom verglichen.



**Bild 1.2.38** Vergleich der Zusammensetzung von  $i_{11,1}$  und  $i_{11,3}$  mit dem tatsächlichen Leerlaufstrom  $i_{11}(t)$ .

a)  $i_{11,1}(t)$ ,  $i_{11,3}(t)$  und  $(i_{11,1}(t) + i_{11,3}(t))$ ;  
 b)  $(i_{11,1}(t) + i_{11,3}(t))$  und  $i_{11}(t)$

c) Gleichungen des noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators unter Vernachlässigung der Durchflutungserschwingungen

Wenn die höheren Harmonischen der Durchflutung vernachlässigt werden, sind alle Größen sinusförmig, und es kann von vornherein zur komplexen Darstellung überge-

gangen werden. Die Spannungsgleichungen lauten dann ausgehend von (1.2.50)

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_1 &= j\omega\underline{\Psi}_1 = j\omega w_1 \underline{\Phi} \\ \underline{u}_2 &= j\omega\underline{\Psi}_2 = j\omega w_2 \underline{\Phi} \end{aligned} \right\}. \quad (1.2.62)$$

Die zweite Gleichung (1.2.62) geht durch Einführen transformierter Größen der Seite 2 entsprechend (1.2.22) und (1.2.25) über in

$$\underline{u}'_2 = j\omega\underline{\Psi}'_2 = j\omega w_1 \underline{\Phi}. \quad (1.2.63)$$

Aus der ersten Gleichung (1.2.62) und aus (1.2.63) folgen nochmals die Aussagen

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_1 - \underline{u}'_2 &= 0 \\ \underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2 &= 0, \end{aligned} \right\}$$

die das hinsichtlich der Spannungen ideale Verhalten zum Ausdruck bringen. Das Durchflutungsgleichgewicht des magnetischen Kreises ist durch (1.2.58) gegeben zu

$$\dot{i}_1 w_1 + \dot{i}_2 w_2 = \underline{\Theta}_1 - \dot{i}_{wb} = \underline{\Theta}_1^+.$$

Diese Beziehung geht durch Einführen transformierter Größen der Seite 2 mit der zweiten Gleichung (1.2.22) über in

$$\boxed{\dot{i}_1 + \dot{i}'_2 = \frac{1}{w_1} (\underline{\Theta}_1 - \dot{i}_{wb}) = \frac{\underline{\Theta}_1^+}{w_1}}. \quad (1.2.64)$$

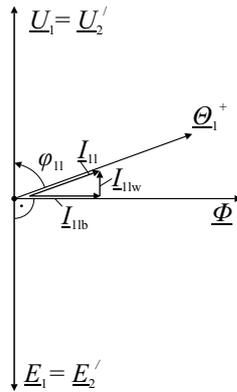
Die Abweichung vom idealen Verhalten ist einmal durch die Durchflutung  $\underline{\Theta}_1$  gegeben, die für den magnetischen Kreis erforderlich ist, und zum anderen durch die Rückwirkung der Wirbelströme. Beide Einflüsse können auf die Wirkung der fiktiven Durchflutung  $\underline{\Theta}_1^+$  zurückgeführt werden.

*d) Leerlauf des noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators*

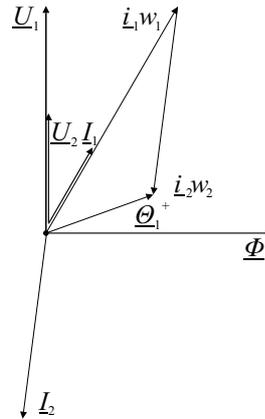
Unter den Betriebsbedingungen  $\underline{u}_1 = \underline{u}_1$  und  $\dot{i}_2 = 0$ , die bereits aus Bild 1.2.8 in (1.2.14) formuliert wurden, wird

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}'_2 &= \underline{u}_1 \\ \underline{\Phi} &= \frac{\underline{u}_1}{j\omega w_1} \\ \dot{i}_1 = \dot{i}_{11} &= \frac{\underline{\Theta}_1 - \dot{i}_{wb}}{w_1} = \frac{\underline{\Theta}_1^+}{w_1} \end{aligned} \right\}. \quad (1.2.65)$$

Die erste Gleichung (1.2.65) bringt das hinsichtlich der Spannungen ideale Verhalten zum Ausdruck. Die starre Spannung  $\underline{u}_1$  diktiert den Fluss  $\underline{\Phi}$  nach Betrag und Phasenlage. Im Gegensatz zum idealen Transformator fließt ein Leerlaufstrom. Sein Betrag



**Bild 1.2.39** Zeigerbild des noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators im Leerlauf



**Bild 1.2.40** Zeigerbild des noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators bei Belastung mit  $\underline{Z}_B = R_B + jX_B$  und  $w_1/w_2 = 2$

und seine Phasenlage sind durch die fiktive Durchflutung  $\Theta_1^+$  bzw. durch die Durchflutung  $\Theta_1$  und den Wirbelstrom  $i_{wb}$  entsprechend Bild 1.2.35 gegeben. Damit nimmt das Zeigerbild des leerlaufenden Transformators die im Bild 1.2.39 dargestellte Form an. Der *Leerlaufstrom*  $I_{11}$  hat bezüglich der Spannung  $\underline{U}_1$  eine Blindkomponente  $I_{11b}$  und eine Wirkkomponente  $I_{11w}$ . Die Blindkomponente wird auch als *Magnetisierungsstrom*  $I_{1\mu}$  bezeichnet. Dieser Strom wird zum Aufbau des Felds benötigt, wenn keine Wirbelströme fließen und die Magnetisierungskennlinie keine Hysterese aufweist. Mit dem Vorhandensein der Hysterese eilt  $\Theta_1$  gegenüber  $\Phi$  voraus (s. Bild 1.2.30), und die Kompensation des Wirbelstroms  $i_{wb}$  erfordert eine gegenüber  $\Phi$  um  $90^\circ$  voreilende Komponente der fiktiven Durchflutung  $\Theta_1^+$  (s. Bild 1.2.35). Beide Einflüsse rufen die Wirkkomponenten  $I_{11w}$  des Leerlaufstroms hervor. Dem entspricht energetisch gesehen, dass dem Netz 1 eine Wirkleistung  $P_{11}$  entnommen wird. Diese Wirkleistung dient allein dazu, die Hysterese- und die Wirbelstromverluste, also die gesamten Umagnetisierungsverluste, zu decken, denn auf der Seite 2 fließt keine Leistung ab. Es ist also

$$P_{11} = P_{vu} = P_{vhyst} + P_{vwb} = \operatorname{Re}\{\underline{U}_1 \underline{I}_{11}^*\} = U_1 I_{11} \cos \varphi_{11}. \quad (1.2.66)$$

#### e) Belastung des noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators

Aus dem Prinzipschaltbild 1.2.10 folgen die Betriebsbedingungen nach (1.2.17). Da hinsichtlich der Spannungen ideales Verhalten besteht, fließt bei gleichem  $u_1$  und gleichem Belastungszweipol der gleiche Strom

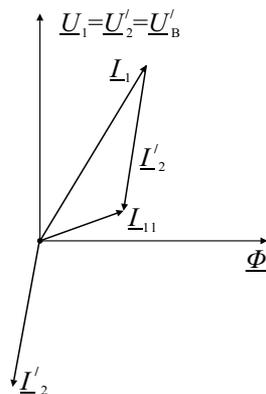
$$i_2 = -i_B = -\frac{u_B}{Z_B} = -\frac{u_2}{Z_B} = -\frac{w_2}{w_1} \frac{u_1}{Z_B}$$

wie im Fall des idealen Transformators [s. Abschn. 1.2.2.2d)]. Außerdem diktiert die starre Spannung  $\underline{u}_1$  nach wie vor Betrag und Phasenlage des Flusses gemäß  $\underline{\Phi} = \underline{u}_1 / (j\omega w_1)$ . Damit bleibt die aufzubringende fiktive Durchflutung  $\underline{\Theta}_1^+$  ebenfalls nach Betrag und Phasenlage gegenüber dem Leerlauf unverändert. Da andererseits der Strom  $\underline{i}_2$  das Durchflutungsgleichgewicht nach (1.2.58) stören würde, muss ein entsprechender Strom  $\underline{i}'_1$  fließen, der dafür sorgt, dass  $\underline{i}'_1 w_1 + \underline{i}_2 w_2$  wieder den Wert  $\underline{\Theta}_1^+$  annimmt, der zu  $\underline{\Phi}$  gehört und auch im Leerlauf vorhanden war. Andernfalls würde sich der Fluss  $\underline{\Phi}$  ändern und eine Spannung  $\underline{e}_1$  induzieren, die nicht mit der Klemmenspannung  $\underline{u}_1$  im Gleichgewicht steht. Damit verbunden wäre eine Änderung des Stroms  $\underline{i}'_1$  in Richtung auf Wiederherstellung des Gleichgewichts.<sup>3)</sup> Im Bild 1.2.40 ist das vollständige Zeigerbild des noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators bei Belastung – zunächst noch ohne Einführung transformierter Größen der Seite 2 – dargestellt. Dabei wurde wiederum angenommen, dass der Belastungszweig ohmsch-induktiv ist und das Übersetzungsverhältnis  $w_1/w_2 = 2$  beträgt (s. Bild 1.2.12).

Wenn man transformierte Größen der Seite 2 einführt, geht das Durchflutungsgleichgewicht nach (1.2.58) über in (1.2.64). Dabei ist entsprechend der dritten Gleichung (1.2.65)  $\underline{\Theta}_1^+ / w_1$  der zur anliegenden Spannung  $\underline{u}_1$  gehörende Leerlaufstrom  $\underline{i}_{11}$ , so dass man formulieren kann

$$\underline{i}'_1 + \underline{i}'_2 = \underline{i}_{11} \quad (1.2.67)$$

Jede Änderung des Stroms  $\underline{i}'_2$  zieht auch eine Änderung von  $\underline{i}'_1$  nach sich, die dafür sorgt, dass  $\underline{i}_{11}$  konstant bleibt. Im Bild 1.2.41 ist das Zeigerbild unter Einführung transformierter Größen der Seite 2 dargestellt. Dabei wurden die gleichen äußeren Bedingungen wie im Bild 1.2.40 angenommen. Gegenüber dem idealen Transformator (s. Bild 1.2.14) enthält der Strom  $\underline{i}_{11}$  einen zusätzlichen Wirkanteil, der die Ummag-



**Bild 1.2.41** Zeigerbild des noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators bei Belastung mit  $\underline{Z}_B = R_B + jX_B$  nach Einführung transformierter Größen der Seite 2

3) An dieser Stelle sollte man sich den Übergang zum idealen Verhalten nochmals vor Augen halten, wie bereits im Abschnitt 1.2.2.2d) empfohlen wurde.

netisierungsverluste deckt, und einen zusätzlichen Blindanteil, der zum Aufbau des Felds benötigt wird.

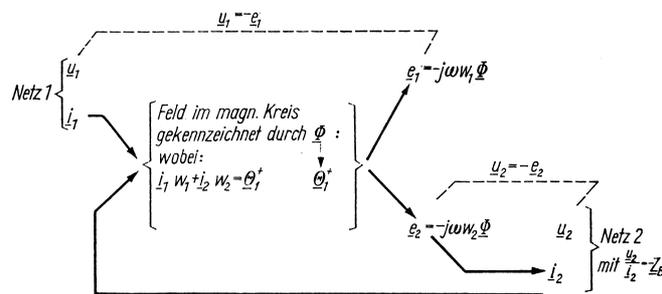
Für die aufgenommene Wirkleistung des noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators erhält man mit (1.2.66) und (1.2.67) sowie mit  $\underline{U}_1 = \underline{U}'_2 = \underline{U}'_B$  und  $-\underline{I}'_2 = \underline{I}'_B$

$$P_1 = \operatorname{Re}\{\underline{U}_1 \underline{I}'_1\} = \operatorname{Re}\{\underline{U}'_B \underline{I}'_B + \underline{U}_1 \underline{I}'_{11}\} = P_B + P_{vu}.$$

Die aufgenommene Wirkleistung  $P_1$  deckt außer der an den Verbraucher abgegebenen Wirkleistung  $P_B$  die Ummagnetisierungsverluste  $P_{vu}$ . Es fehlen gegenüber dem realen Transformator die Wicklungsverluste.

### f) Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus

Das Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus eines noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators, der auf der Seite 1 an einem starren Netz liegt und dessen Seite 2 auf einen Belastungszweipol  $\underline{Z}_B$  arbeitet, zeigt Bild 1.2.42. Die Oberschwingungserscheinungen wurden dabei vernachlässigt.



**Bild 1.2.42** Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus eines noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators, der an der starren Spannung  $\underline{u}_1$  liegt und dessen Seite 2 auf einen Belastungszweipol  $\underline{Z}_B$  arbeitet, bei Vernachlässigung der Oberschwingungserscheinungen

## 1.2.3

### Analytische Behandlung

#### 1.2.3.1 Allgemeine Gleichungen für den stationären Betrieb

Im Abschnitt 1.2.2 ist die Wirkungsweise des Transformators auf verschiedenen Näherungsebenen untersucht worden. Dabei sollte der physikalische Mechanismus des Transformators vermittelt werden. Aufgabe der folgenden Betrachtungen ist es, eine geschlossene analytische Behandlung durchzuführen. Dabei können jedoch, um übersichtliche Ergebnisse zu erhalten, nicht alle Einflüsse berücksichtigt werden.

Deshalb müssen auch diese Untersuchungen auf einer gewissen Näherungsebene vorgenommen werden. Sie ist hinsichtlich der Werkstoffeigenschaften durch folgende Annahmen gekennzeichnet:

$$\begin{array}{ll} \mu_{\text{Fe}} = \text{konst.} & \mu_{\text{luft}} = \mu_0 = \text{konst.} \\ \kappa_{\text{Fe}} = 0 & \kappa_{\text{w}} = \text{konst.} \end{array}$$

Ein Transformator mit diesen Werkstoffeigenschaften ist weder hinsichtlich der Spannungen noch hinsichtlich der Ströme ideal. Es herrschen jedoch wegen  $\mu_{\text{Fe}} = \text{konst.}$  lineare magnetische Verhältnisse, und es treten wegen  $\mu_{\text{Fe}} = \text{konst.}$  und  $\kappa_{\text{Fe}} = 0$  keine Ummagnetisierungsverluste auf. Damit erhält man eine *lineare Theorie des Transformators, der keine Ummagnetisierungsverluste besitzt.*

Aufgrund der vorausgesetzten linearen magnetischen Verhältnisse bestehen lineare Beziehungen zwischen den Flussverkettungen und den Strömen. Sie lauten entsprechend (0.4.26)

$$\left. \begin{array}{l} \Psi_1 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2 \\ \Psi_2 = L_{21}i_1 + L_{22}i_2 \end{array} \right\}. \quad (1.2.68)$$

Dabei ist  $L_{21} = L_{12}$  die Gegeninduktivität zwischen den Wicklungen 1 und 2, während  $L_{11}$  und  $L_{22}$  ihre Selbstinduktivitäten darstellen. Die Gleichungen (1.2.68) beschreiben den Transformator zusammen mit den allgemeinen Spannungsgleichungen (1.2.33) vollständig. Da im vorliegenden Rahmen nur eingeschwungene stationäre Betriebszustände interessieren, bei denen sämtliche Größen zeitlich sinusförmig sind, kann von vornherein zur komplexen Darstellung übergegangen werden. Wenn gleichzeitig die Flussverkettungsgleichungen (1.2.68) in die Spannungsgleichungen (1.2.33) eingesetzt und Reaktanzen  $X_{\nu\mu} = \omega L_{\nu\mu}$  eingeführt werden, erhält man

$$\boxed{\begin{array}{l} \underline{u}_1 = R_1 \underline{i}_1 + j\omega \underline{\Psi}_1 = R_1 \underline{i}_1 + jX_{11} \underline{i}_1 + jX_{12} \underline{i}_2 \\ \underline{u}_2 = R_2 \underline{i}_2 + j\omega \underline{\Psi}_2 = R_2 \underline{i}_2 + jX_{21} \underline{i}_1 + jX_{22} \underline{i}_2 \end{array}}. \quad (1.2.69)$$

Bereits bei der Behandlung des noch hinsichtlich der Ströme idealen Transformators war die Gesamtstreureaktanz  $X_\sigma$  eingeführt worden. Sie ist entsprechend (1.2.45) mitverantwortlich für die Größe des Kurzschlussstroms. Bei hinreichend großer Frequenz ( $\omega \rightarrow \infty$ ) wird  $R \ll X_\sigma$ , und die Gesamtstreureaktanz bestimmt den Kurzschlussstrom allein. Der gleiche Betriebszustand, der als *ideeller Kurzschluss* bezeichnet sei und durch  $\underline{u}_2 = 0$  bei  $\omega \rightarrow \infty$  gekennzeichnet ist, soll nunmehr ausgehend von den allgemeinen Gleichungen (1.2.69) betrachtet werden. Mit  $\underline{u}_2 = 0$  folgt aus der zweiten Gleichung (1.2.69), da die ohmschen Spannungsabfälle wegen  $\omega \rightarrow \infty$  vernachlässigbar klein bleiben,

$$\underline{i}_2 = -\frac{X_{21}}{X_{22}} \underline{i}_1.$$

Wenn man damit den Strom  $i_2$  in der ersten Gleichung (1.2.69) eliminiert, erhält man schließlich

$$\underline{u}_1 = j \left( X_{11} - \frac{X_{12}^2}{X_{22}} \right) i_1. \quad (1.2.70)$$

Da andererseits im ideellen Kurzschluss entsprechend den oben angestellten Überlegungen

$$\underline{u}_1 = j X_\sigma i_1$$

ist, lässt sich die Gesamtstreureaktanz  $X_\sigma$  offenbar ausdrücken als

$$X_\sigma = X_{11} - \frac{X_{12}^2}{X_{22}} = \left( 1 - \frac{X_{12}^2}{X_{11}X_{22}} \right) X_{11} = \sigma X_{11}, \quad (1.2.71)$$

wenn der Klammerausdruck als *Streukoeffizient*

$$\sigma = 1 - \frac{X_{12}^2}{X_{11}X_{22}} \quad (1.2.72)$$

eingeführt wird. Dabei bedeutet  $\sigma = 1$ , dass zwischen  $\underline{u}_1$  und  $i_1$  im ideellen Kurzschluss dieselbe Reaktanz vermittelt wie im Leerlauf. Die beiden Wicklungen sind also vollständig entkoppelt. Demgegenüber ist bei  $\sigma = 0$  mit  $\underline{u}_2 = 0$  auch  $\underline{u}_1 = 0$  bzw. mit  $\underline{\Psi}_2 = 0$  auch  $\underline{\Psi}_1 = 0$ . Es liegt also eine vollständige Kopplung vor. Der Streukoeffizient  $\sigma$  kann demnach Werte im Bereich

$$0 \leq \sigma \leq 1$$

annehmen. Praktisch ausgeführte Transformatoren besitzen Werte von  $\sigma$ , die i. Allg. unterhalb von 0,1 liegen.

### 1.2.3.2 Gleichungen mit transformierten Größen

Bereits bei der Behandlung der Wirkungsweise des Transformators im Abschnitt 1.2.2.2e) hatte es sich als vorteilhaft erwiesen, über die Transformationsbeziehungen

$$\underline{u}'_2 = \frac{w_1}{w_2} \underline{u}_2; \quad i'_2 = \frac{w_2}{w_1} i_2; \quad \underline{\Psi}'_2 = \frac{w_1}{w_2} \underline{\Psi}_2 \quad (1.2.73)$$

transformierte Größen der Seite 2 einzuführen. Mit ihrer Hilfe konnten insbesondere die Abweichungen vom idealen Verhalten recht einfach als  $(\underline{u}_1 - \underline{u}'_2)$ ,  $(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2)$  und  $(i_1 - i'_2)$  ausgedrückt werden. Es sollen deshalb nunmehr auch die allgemeinen Gleichungen (1.2.69) den Transformationen nach (1.2.73) unterworfen werden. Man erhält

$$\begin{aligned} \underline{u}_1 &= R_1 i_1 + j\omega \underline{\Psi}_1 = R_1 i_1 + jX_{11} i_1 + jX'_{12} i'_2 \\ \underline{u}'_2 &= R'_2 i'_2 + j\omega \underline{\Psi}'_2 = R'_2 i'_2 + jX'_{21} i_1 + jX'_{22} i'_2 \end{aligned} \quad (1.2.74)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} X'_{12} = X'_{21} &= \frac{w_1}{w_2} X_{12} = \frac{w_1}{w_2} X_{21} \\ X'_{22} &= \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 X_{22} \\ R'_2 &= \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 R_2 \end{aligned} \right\}. \quad (1.2.75)$$

Die Abweichung vom idealen Verhalten hinsichtlich der Spannungen gewinnt man unmittelbar aus (1.2.74) zu

$$\underline{u}_1 - \underline{u}'_2 = R_1 \dot{i}_1 - R'_2 \dot{i}'_2 + j\omega(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2). \quad (1.2.76)$$

Dabei stellt  $(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2)$  die Gesamtstreuf Flussverkettung zwischen den beiden Wicklungen dar. Für den Sonderfall des idealen Kurzschlusses ( $\underline{u}_2 = 0, \omega \rightarrow \infty$ ) folgt aus (1.2.74)  $\underline{\Psi}'_2 = 0$  und damit

$$\dot{i}'_2 = -\frac{X'_{21}}{X'_{22}} \dot{i}_1$$

sowie

$$\omega \underline{\Psi}_1 = \omega(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2) = \left(X_{11} - \frac{X'^2_{12}}{X'_{22}}\right) \dot{i}_1 = X_\sigma \dot{i}_1. \quad (1.2.77)$$

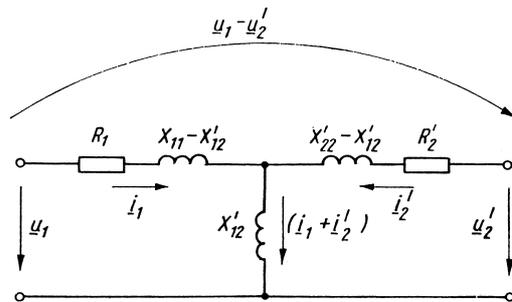
Die Gesamtstreuf Flussverkettung zwischen den beiden Wicklungen erscheint im ideellen Kurzschluss als Flussverkettung  $\underline{\Psi}_1$  der Wicklung 1 und wird durch die Gesamtstreureaktanz  $X_\sigma$  nach (1.2.71) bestimmt.

### 1.2.3.3 Ersatzschaltbild

Die Gleichungen (1.2.74) können rein formal als Aussagen des Maschensatzes für ein Netzwerk ausgelegt werden, das aus zwei Maschen mit einem gemeinsamen Zweig besteht. Um das deutlich werden zu lassen, muss dafür gesorgt werden, dass der Spannungsabfall über dem gemeinsamen Zweig in beiden Gleichungen erscheint. Dabei ist zu beachten, dass dieser Zweig, entsprechend der Anwendung des Knotenpunktsatzes auf einen der beiden Verbindungspunkte der beiden Maschen, von der Summe (oder der Differenz) der beiden Ströme durchflossen sein muss. Die übrigen Glieder der beiden Gleichungen dürfen dann nur noch vom eigenen Strom abhängen. Eine Betrachtung von (1.2.74) zeigt, dass eine derartige Form entsteht, wenn zur ersten Gleichung  $\pm jX'_{12}\dot{i}'_2$  und zur zweiten  $\pm jX'_{21}\dot{i}'_1$  hinzugefügt wird. Bei zweckmäßiger Zusammenfassung der Glieder erhält man dann

$$\boxed{\begin{aligned} \underline{u}_1 &= R_1 \dot{i}_1 + j\omega \underline{\Psi}_1 = R_1 \dot{i}_1 + j(X_{11} - X'_{12})\dot{i}_1 + jX'_{12}(\dot{i}_1 + \dot{i}'_2) \\ \underline{u}'_2 &= R'_2 \dot{i}'_2 + j\omega \underline{\Psi}'_2 = R'_2 \dot{i}'_2 + j(X'_{22} - X'_{21})\dot{i}'_2 + jX'_{21}(\dot{i}_1 + \dot{i}'_2) \end{aligned}}. \quad (1.2.78)$$

Die Gleichungen (1.2.78) werden von der Schaltung nach Bild 1.2.43 befriedigt. Diese Schaltung bildet deshalb ein Ersatzschaltbild des Transformators. Prinzipiell lassen



**Bild 1.2.43** Ersatzschaltbild des Transformators auf Basis von (1.2.78) unter Einführung transformierter Größen der Seite 2

sich auch andere Ersatzschaltbilder angeben als das nach Bild 1.2.43, z.B. auch solche, die unmittelbar aus (1.2.69) entstehen. Das Ersatzschaltbild 1.2.43 hat jedoch gegenüber allen anderen den Vorteil, dass man aus ihm unmittelbar die Abweichungen des Verhaltens eines realen Transformators vom idealen Verhalten ablesen kann. Die Abweichung vom idealen Verhalten hinsichtlich der Spannungen tritt als Spannungsabfall ( $u_1 - u_2'$ ) über den Längsgliedern und die Abweichung vom idealen Verhalten hinsichtlich der Ströme als Strom ( $i_1 + i_2'$ ) durch das Querglied in Erscheinung. Als Kopplungselement der beiden Maschen erscheint die der Gegeninduktivität zugeordnete, auf die Seite 1 bezogene Reaktanz  $X'_{12}$ . Die ohmschen Widerstände der beiden Maschen sind der Wicklungswiderstand  $R_1$  der Wicklung 1 und der auf die Seite 1 bezogene Wicklungswiderstand  $R_2'$  der Wicklung 2. Schwieriger ist es, die induktiven Schaltelemente ( $X_{11} - X'_{12}$ ) und ( $X'_{22} - X'_{21}$ ) der beiden Maschen zu deuten. Sie werden oft leichthin als Streureaktanzen der Wicklungen 1 und 2 bezeichnet. Es ist aber bereits mehrfach herausgearbeitet worden, dass nur eine Gesamtstreuung zwischen den beiden Wicklungen existiert und Einzelstreureaktanzen nicht ohne weiteres eingeführt werden können, es sei denn, sie werden über das Ersatzschaltbild 1.2.43 bzw. über (1.2.78) definiert. In diesem Fall ist aber festzuhalten, dass die so eingeführten Streureaktanzen zunächst nur als Abkürzungen für Ausdrücke anzusehen sind, die der mathematische Formalismus in Erscheinung treten lässt. Eine von diesem Formalismus losgelöste physikalische Interpretation ist dann natürlich nicht mehr statthaft. Da das Schaltelement ( $X_{11} - X'_{12}$ ) in der Masche 1 liegt, wird es auch dann wirksam, wenn  $i_2' = 0$  ist. Betrachtet man in diesem Betriebszustand die Gesamtstreuflussverkettung in (1.2.76), so erhält man aus (1.2.74) oder (1.2.78)

$$\omega(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2) = (X_{11} - X'_{12})i_1.$$

Die Reaktanz ( $X_{11} - X'_{12}$ ) ist also der Gesamtstreuung des Transformators bei Leerlauf der Seite 2 zugeordnet. Analog dazu ist die Reaktanz ( $X'_{22} - X'_{21}$ ) der Gesamtstreuung des Transformators bei Leerlauf der Seite 1 zugeordnet. Dabei soll ohne Beweis erwähnt werden, dass eine der beiden Reaktanzen ( $X_{11} - X'_{12}$ ) oder ( $X'_{22} - X'_{21}$ ) auch negativ werden kann. Das trifft z.B. für den Fall zu, dass eine Zylinderwicklung ausgeführt wird wie im Bild 1.2.3 (s. auch Bild 1.8.3).

An dieser Stelle soll nochmals auf den im Abschnitt 1.2.2.4f) bereits erörterten Sonderfall trennbarer Streufelder zurückgekommen werden. In diesem Fall lassen sich die beiden Flussverkettungen entsprechend (1.2.47) formulieren. Dabei ist  $\underline{\Phi}_h$  der Hauptfluss, der im magnetischen Kreis existiert und beide Wicklungen in sämtlichen Windungen durchsetzt. Er lässt sich unter den hier vorausgesetzten linearen magnetischen Verhältnissen formulieren als

$$\Phi_h = \frac{V_o}{R_m} = \frac{i_1 w_1 + i_2 w_2}{R_m}, \quad (1.2.79)$$

wenn  $R_m$  der resultierende magnetische Widerstand des magnetischen Kreises ist. Führt man (1.2.79) in (1.2.47) ein, so erhält man

$$\left. \begin{aligned} \omega \underline{\Psi}_1 &= \left( X_{\sigma 1} + \omega \frac{w_1^2}{R_m} \right) i_1 + \omega \frac{w_1 w_2}{R_m} i_2 = X_{11} i_1 + X_{12} i_2 \\ \omega \underline{\Psi}_2 &= \left( X_{\sigma 2} + \omega \frac{w_2^2}{R_m} \right) i_2 + \omega \frac{w_2 w_1}{R_m} i_1 = X_{22} i_2 + X_{21} i_1 \end{aligned} \right\}. \quad (1.2.80)$$

Dabei wurden die aus (1.2.69) folgenden Ausdrücke für  $\omega \underline{\Psi}_1$  und  $\omega \underline{\Psi}_2$  mit angegeben. Aus (1.2.80) erhält man für die induktiven Schaltelemente des Ersatzschaltbilds durch Vergleich einander zugeordneter Reaktanzen unter Beachtung der Transformationsbeziehungen nach (1.2.73) und (1.2.75)

$$\left. \begin{aligned} X_{11} - X'_{12} &= X_{\sigma 1} \\ X'_{22} - X'_{21} &= \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2 X_{\sigma 2} = X'_{\sigma 2} \end{aligned} \right\}. \quad (1.2.81)$$

Im Sonderfall trennbarer Streufelder entsprechen die induktiven Schaltelemente im Längszweig des Ersatzschaltbilds den Einzelstreureaktanzen.

Die Gesamtstreureaktanz  $X_\sigma$  ist über (1.2.71) bzw. durch Einführen von  $X'_{12}$  und  $X'_{22}$  nach (1.2.75) als

$$X_\sigma = X_{11} - \frac{X'_{12}}{X'_{22}}$$

definiert. Um die Schaltelemente des Ersatzschaltbilds einzuführen, lässt sich diese Beziehung umformen in

$$\begin{aligned} X_\sigma &= X_{11} - X'_{12} \frac{X'_{12} + (X'_{22} - X'_{21}) - (X'_{22} - X'_{21})}{(X'_{22} - X'_{21}) + X'_{12}} \\ &= (X_{11} - X'_{12}) + \frac{1}{\frac{1}{X'_{12}} + \frac{1}{(X'_{22} - X'_{21})}}. \end{aligned}$$

Das ist die im idellen Kurzschluss ( $R = 0$ ) von der Seite 1 her gesehene Reaktanz, wie sie für diesen Betriebszustand auch aus dem Ersatzschaltbild abgelesen werden kann. Da i. Allg.  $(X'_{22} - X'_{21}) \ll X'_{12}$  ist, folgt näherungsweise

$$X_\sigma \approx (X_{11} - X'_{12}) + (X'_{22} - X'_{21}). \quad (1.2.82)$$

Für den Sonderfall trennbarer Streufelder geht (1.2.82) unter Beachtung von (1.2.81) über in

$$X_\sigma \approx X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2}.$$

#### 1.2.3.4 Näherungsbeziehungen

Eine erste Stufe einer genäherten Betrachtungsweise erhält man, wenn berücksichtigt wird, dass  $R_1 \ll X'_{12}$  und  $(X_{11} - X'_{12}) \ll X'_{12}$  bzw.  $R_1 + jX_{11} \approx jX'_{12}$  ist, und wenn der Betrieb im Leerlauf bzw. in unmittelbarer Nähe des Leerlaufs ausgeklammert wird. In diesem Fall folgt aus der ersten Gleichung (1.2.74), wenn gleichzeitig  $X'_{12} = X_h$  gesetzt wird,

$$\underline{u}_1 = (R_1 + jX_{11}) \left( \underline{i}_1 + \frac{jX'_{12}}{R_1 + jX_{11}} \underline{i}'_2 \right) \approx jX_h (\underline{i}_1 + \underline{i}'_2) \quad (1.2.83)$$

und daraus

$$\underline{i}'_2 = -\underline{i}_1 + \frac{\underline{u}_1}{jX_h} \quad (1.2.84)$$

bzw.

$$\boxed{\underline{i}_1 + \underline{i}'_2 = \frac{\underline{u}_1}{jX_h}}. \quad (1.2.85)$$

Andererseits erhält man aus beiden Gleichungen (1.2.74) bzw. (1.2.78) durch Einführen der Gesamtstreureaktanz nach (1.2.82), des Gesamtwiderstands  $R = R_1 + R'_2$  und der Kurzschlussimpedanz  $\underline{Z}_k = R + jX_\sigma$  nach (1.2.46) sowie mit (1.2.84)

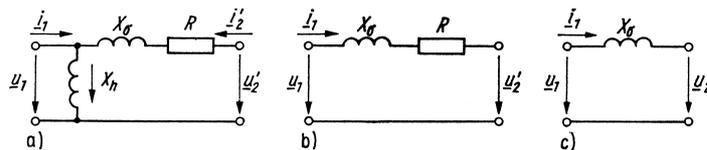
$$\begin{aligned} \underline{u}_1 - \underline{u}'_2 &= [R_1 + j(X_{11} - X'_{12})] \underline{i}_1 - [R'_2 + j(X'_{22} - X'_{12})] \underline{i}'_2 \\ &= (R + jX_\sigma) \underline{i}_1 - \frac{\underline{u}_1}{jX_h} [R'_2 + j(X'_{22} - X'_{12})], \end{aligned}$$

d.h. es wird

$$\boxed{\underline{u}_1 - \underline{u}'_2 \approx (R + jX_\sigma) \underline{i}_1 = \underline{Z}_k \underline{i}_1}. \quad (1.2.86)$$

Die Gleichungen (1.2.85) und (1.2.86) befriedigen das Ersatzschaltbild nach Bild 1.2.44a. Vom Ersatzschaltbild nach Bild 1.2.43 ausgehend besteht die Näherung darin, dass der Strom  $(\underline{i}_1 + \underline{i}'_2)$  im Querglied unter Vernachlässigung des Spannungsabfalls  $[R_1 + j(X_{11} - X'_{12})] \underline{i}_1$  ermittelt wird, während andererseits der Einfluss des Stroms  $(\underline{i}_1 + \underline{i}'_2)$  auf die Spannungsabfälle über den Längsgliedern keine Berücksichtigung findet.

Eine zweite Stufe der genäherten Betrachtungsweise lässt sich einführen, sobald eine nennenswerte Belastung des Transformators vorliegt, so dass er sich praktisch hinsichtlich der Ströme ideal verhält, also entsprechend  $\underline{i}'_2 = -\underline{i}_1$ . Dem entspricht in (1.2.84), dass  $\hat{u}_1/X_h \ll \hat{i}_1$  ist, während (1.2.86) erhalten bleibt. Das Verhalten wird dann durch Beziehungen beschrieben, die bereits bei der Behandlung der Wirkungsweise des noch hinsichtlich der Ströme idealen Transformators im Abschnitt 1.2.2.4 als (1.2.42) erhalten wurden. Sie befriedigen das Ersatzschaltbild 1.2.44b. Bei größeren Transformatoren ist  $X_\sigma > 3R$ , so dass der Gesamtwiderstand  $R$  keinen Einfluss mehr



**Bild 1.2.44** Vereinfachte Ersatzschaltbilder des Transformators.  
 a) Entsprechend (1.2.84) und (1.2.86); b) als noch hinsichtlich der Ströme idealer Transformator; c) als noch hinsichtlich der Ströme idealer Transformator unter zusätzlicher Vernachlässigung des Gesamtwiderstands  $R$  bzw. der Wicklungsverluste

auf den Kurzschlussstrom nimmt. Für die Kurzschlussstromberechnung wird dann mit

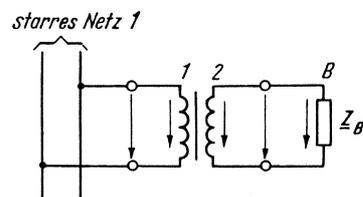
$$\underline{u}_1 - \underline{u}'_2 = jX_\sigma i_1 \tag{1.2.87}$$

gearbeitet. Das Ersatzschaltbild vereinfacht sich weiter und entartet entsprechend Bild 1.2.44c in eine im Kurzschlusskreis liegende Reaktanz von der Größe der Gesamtstreureaktanz des Transformators. Bei der Berechnung der Kurzschlussströme in einem Netz der Energieversorgung erscheint an der Stelle jedes Transformators eine Reaktanz, wenn alle Spannungsebenen über die entsprechenden Transformationsbeziehungen auf ein Spannungsniveau umgerechnet werden.

1.2.4

**Betriebsverhalten am Netz starrer Spannung**

Der praktische Einsatz des Transformators im System der Energieversorgung kommt dem Betrieb an einem Netz starrer Spannung i. Allg. sehr nahe. Deshalb wurde auch bei der Behandlung der Wirkungsweise im Abschnitt 1.2.2 stets von diesem Betriebszustand ausgegangen. Aus dem gleichen Grund wird in den folgenden Betrachtungen das Betriebsverhalten für diesen Fall näher untersucht. Dabei steht jetzt nicht mehr der innere Mechanismus des Transformators, sondern das nach außen in Erscheinung tretende Verhalten im Vordergrund. Um einfache Ergebnisse zu erhalten, soll der Transformator als hinsichtlich der Ströme ideal angesehen werden. Die folgenden Untersuchungen gehen also von den entsprechenden Erkenntnissen der Abschnitte 1.2.2.4 und 1.2.3.4 aus. Das Schaltbild der betrachteten Anordnung zeigt Bild 1.2.45, wobei genormte Schaltzeichen verwendet wurden.



**Bild 1.2.45** Schaltbild zum Betrieb des Transformators am starren Netz 1

Transformatoren, die an einer praktisch vorgegebenen Spannung arbeiten, werden auch als *Spannungstransformatoren* bezeichnet.

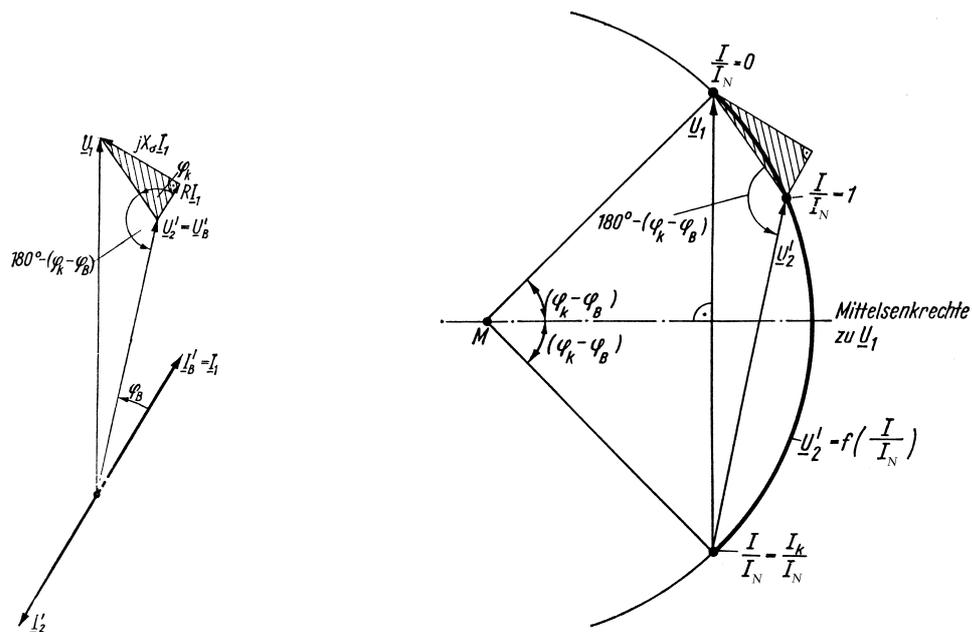
1.2.4.1 Ortskurven  $\underline{U}'_2 = f(I/I_N)$  und  $\underline{U}'_2 = f(\varphi_B)$

Entsprechend (1.2.86), die durch Einführen von Effektivwertzeigern übergeht in

$$\underline{U}_1 - \underline{U}'_2 = (R + jX_\sigma) \underline{I}_1 = \underline{Z}_k \underline{I}_1, \tag{1.2.88}$$

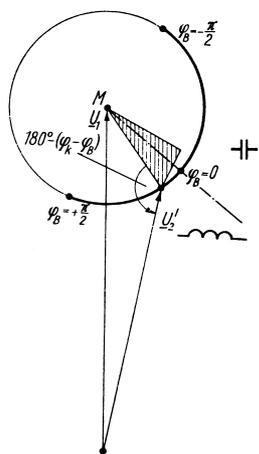
ändert sich  $\underline{U}'_2$  und damit  $\underline{U}_2$  bei starrer Spannung  $\underline{U}_1$  in Abhängigkeit vom Betrag und der Phasenlage von  $\underline{I}_1 = -\underline{I}'_2 = \underline{I}'_B$ . Für einen Belastungsfall mit ohmsch-induktiver Belastung der Seite 2 ist das Zeigerbild nach (1.2.88) im Bild 1.2.46 nochmals dargestellt (vgl. Bild 1.2.21).

Bei  $\varphi_B = \text{konst.}$  und  $\underline{U}_1 = \text{konst.}$  ist der Winkel zwischen  $\underline{U}'_2$  und der Hypotenuse des Kappschen Dreiecks entsprechend Bild 1.2.46 unveränderlich und beträgt  $180^\circ - (\varphi_k - \varphi_B)$ . Damit muss sich die Zeigerspitze von  $\underline{U}'_2$  bei Verändern des Betrags des Belastungsstroms auf einem Kreis bewegen, in dem  $\underline{U}_1$  eine Sehne mit dem Peripheriewinkel  $180^\circ - (\varphi_k - \varphi_B)$  bildet. Der zugehörige Zentrumswinkel im Mittelpunkt  $M$  des Kreises beträgt dann  $2(\varphi_k - \varphi_B)$ . Bild 1.2.47 zeigt die Konstruktion der Ortskurve  $\underline{U}'_2 = f(I/I_N)$  ausgehend vom Zeigerbild 1.2.46 für den dort verwen-

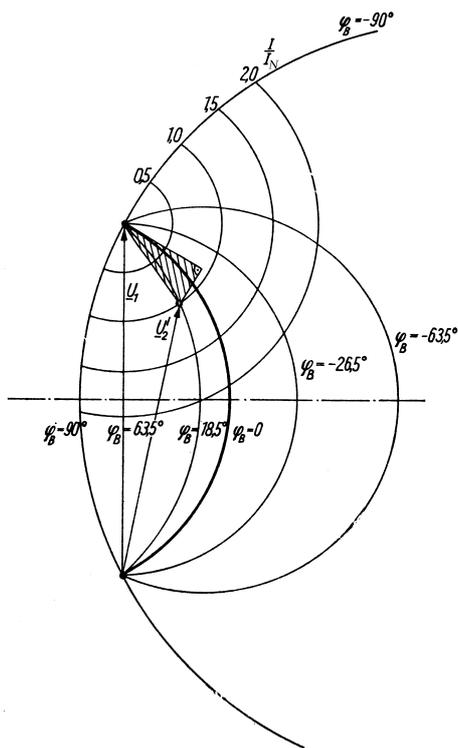


**Bild 1.2.46** Zeigerbild nach (1.2.88) bei ohmsch-induktiver Belastung der Seite 2 und noch hinsichtlich der Ströme idealem Verhalten

**Bild 1.2.47** Entwicklung der Ortskurve  $\underline{U}'_2 = f(I/I_N)$  bei  $\underline{U}_1 = \text{konst.}$  und  $\varphi_B = \text{konst.}$  für  $\varphi_B = 18,5^\circ$ ,  $\varphi_k = 63,5^\circ$ . Im Bereich des Energieflusses von der Seite 1 zur Seite 2 ist die Ortskurve stark ausgezogen



**Bild 1.2.48** Entwicklung der Ortskurve  $\underline{U}'_2 = f(\varphi_B)$  bei  $\underline{U}_1 = \text{konst.}$  und  $I = \text{konst.}$  für  $(I/I_N) = 1$ ,  $\varphi_k = 63,5^\circ$ . Im Bereich des Energieflusses von der Seite 1 zur Seite 2 ist die Ortskurve stark ausgezogen



**Bild 1.2.49** Gemeinsame Darstellung von Ortskurvenscharen  $\underline{U}'_2 = f(I/I_N)$  und  $f(\varphi_B)$  im Bereich des Energieflusses von der Seite 1 zur Seite 2

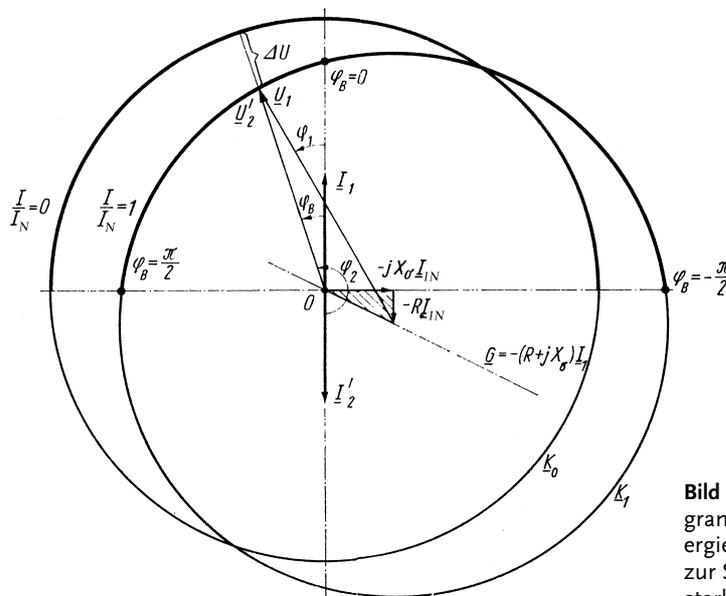
deten Wert von  $\varphi_B$ . Dabei wurde die Ortskurve nur im Bereich des Energieflusses von der Seite 1 zur Seite 2 stark ausgezogen. Ihre Bezifferung in  $(I/I_N)$  kann ausgehend von der Überlegung gewonnen werden, dass die Hypotenuse des Kappschen Dreiecks stromproportional ist.

Bei  $I'_2 = \text{konst.}$  bzw.  $I_1 = \text{konst.}$  und  $\underline{U}_1 = \text{konst.}$  ist die Hypotenuse des Kappschen Dreiecks konstant und ändert bei Variation von  $\varphi_B$  ihre Lage zu  $\underline{U}_1$ . Damit ist die Ortskurve von  $\underline{U}'_2$  bei  $\underline{U}_1 = \text{konst.}$  und  $I_1 = \text{konst.}$  ein Kreis, dessen Mittelpunkt  $M$  im Endpunkt des Zeigers  $\underline{U}_1$  liegt. Bild 1.2.48 zeigt die Konstruktion des Kreises ausgehend vom Zeigerbild 1.2.46. Dabei wurde wiederum nur jener Teil des Kreises stark ausgezogen, der dem Energiefluss von der Seite 1 zur Seite 2 zugeordnet ist. Der Durchmesser des Kreises ist dem Betrag des Stroms proportional.

Die Bezifferung der Ortskurve in  $\varphi_B$  kann punktweise ausgehend von der Überlegung gewonnen werden, dass der Winkel zwischen  $\underline{U}'_2$  und der Hypotenuse des

Kapschen Dreiecks  $180^\circ - (\varphi_k - \varphi_B)$  beträgt. Man erkennt aus der Ortskurve nach Bild 1.2.48, dass die inneren Spannungsabfälle  $(R + jX_\sigma)I_1$  des Transformators nicht notwendig zu einer Spannungsabsenkung bei Belastung führen. Vielmehr erhält man im Bereich stark kapazitiver Belastung einen Spannungsanstieg. Er entsteht dadurch, dass die Kapazität des Belastungszweipols und die Gesamtstreuinduktivität des Transformators einen Reihenresonanzkreis bilden. Je größer die Kapazität wird, um so niedriger liegt dessen Resonanzfrequenz, und um so näher kommt sie der Betriebsfrequenz, so dass sich die Spannungsüberhöhung über der Kapazität schließlich bemerkbar macht.

Um die Lage des Zeigers  $\underline{U}'_2$  vollständig zu fixieren, ist im Bild 1.2.49 sowohl eine Schar von Ortskurven  $\underline{U}'_2 = f(I/I_N)$  bei  $\varphi_B = \text{konst.}$  als auch eine Schar von Ortskurven  $\underline{U}'_2 = f(\varphi_B)$  bei  $(I/I_N) = \text{konst.}$  für den Bereich des Energieflusses von der Seite 1 zur Seite 2 dargestellt.

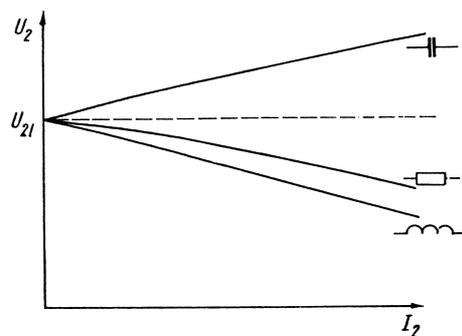


**Bild 1.2.50** Kapsches Diagramm. Im Bereich des Energieflusses von der Seite 1 zur Seite 2 ist die Ortskurve stark ausgezogen

#### 1.2.4.2 Kapsches Diagramm

Der Einfluss des Phasenwinkels  $\varphi_B$  der Belastung auf Größe und Phasenlage der Spannung  $\underline{U}'_2$  bei  $\underline{U}_1 = \text{konst.}$  folgt aus der Ortskurve nach Bild 1.2.48. Die praktische Anwendung dieser Ortskurve ist dadurch erschwert, dass sich ihre  $\varphi_B$ -Bezeichnung nur mühsam ermitteln lässt. Diesen Nachteil vermeidet das im Folgenden behandelte Kapsche Diagramm. Dabei wird nicht von  $\underline{U}_1 = \text{konst.}$  ausgegangen, sondern von  $\underline{I}_1 = \text{konst.}$ , so dass sich die Phasenlage von  $\underline{U}_1$  in Abhängigkeit von  $\varphi_B$  ändern wird. Das spielt jedoch keine Rolle, da nur die relativen Phasenverschiebungen zwi-

schen den einzelnen Größen interessieren. Dagegen wirkt sich vorteilhaft aus, dass mit  $\underline{I}_1 = \text{konst.}$  auch die Lage des Kappschen Dreiecks unverändert bleibt. Entsprechend  $\underline{U}'_2 = -(R + jX_\sigma)\underline{I}_1 + \underline{U}_1$  liegt  $\underline{U}'_2$  auf einem Kreis mit dem Radius  $U_1$  um den festliegenden Punkt  $-(R + jX_\sigma)\underline{I}_1$ , wie im Bild 1.2.50 dargestellt. Die  $\varphi_B$ -Bezifferung lässt sich unmittelbar angeben, da  $\varphi_B$  der Winkel zwischen  $\underline{U}'_2 = \underline{U}'_B$  und  $\underline{I}_1 = \underline{I}'_B$  ist. Die Bezifferung kann natürlich auch in  $\varphi_2$  vorgenommen werden. Das empfiehlt sich, wenn die Ortskurve für den Bereich beider Energieflussrichtungen dargestellt werden soll, wie dies auch im Bild 1.2.50 geschehen ist. In Abhängigkeit von  $\underline{I}_1$  verschiebt sich der Kreismittelpunkt auf der Ursprungsgeraden  $\underline{G} = -(R + jX_\sigma)\underline{I}_1$ . Für den Sonderfall  $\underline{I}_1 = 0$  erhält man einen Ursprungskreis, den Leerlaufkreis  $\underline{K}_0$ . Für diesen gilt  $U'_2 = U'_{21} = U_1$  unabhängig von  $\varphi_B$ . Als zu  $\varphi_B$  gehörender Differenzabschnitt zwischen dem Leerlaufkreis  $\underline{K}_0$  und dem Lastkreis  $\underline{K}_1$  kann aus dem Kappschen Diagramm unmittelbar die *Spannungsänderung*  $\Delta U = U_1 - U'_2$  gegenüber Leerlauf abgelesen werden. Damit liefert Bild 1.2.50 auch den prinzipiellen Verlauf der Belastungskennlinien  $U_2 = f(I_2)$  bei  $U_1 = \text{konst.}$  Man erhält Kennlinien, die bei ohmscher Last schwach und mit zunehmend induktiverer Last stärker abfallen, während sie im Gebiet stark kapazitiver Last ansteigen. Ihr Verlauf ist im Bild 1.2.51 für den in allen Zeigerbildern betrachteten Transformator mit einem relativen Streuspannungsabfall von  $u_\sigma^* = 0,25$  und einem relativen ohmschen Spannungsabfall von  $u_r^* = 0,125$  dargestellt.<sup>4)</sup> Größere, praktisch ausgeführte Transformatoren haben wesentlich kleinere Werte von  $u_r^*$ . Dadurch wird die Spannungsänderung bei ohmscher Last wesentlich geringer als Bild 1.2.51 zeigt.



**Bild 1.2.51** Belastungskennlinie  $U_2 = f(I_2)$  bei  $U_1 = \text{konst.}$  für  $\varphi_k = 63,5^\circ$

#### 1.2.4.3 Spannungsänderung bei Belastung

Bei Belastung ändert sich die Spannung  $U'_2$  des Transformators bei konstanter Spannung  $U_1$  gegenüber der Leerlaufspannung  $U'_{21} = U_1$  um

$$\Delta U = U'_{21} - U'_2 = U_1 - U'_2 . \quad (1.2.89)$$

4) Die relativen – auf die Bemessungsspannung bezogenen – Spannungsabfälle werden im Abschnitt 1.6.3 im Zusammenhang mit der Prüfung von Transformatoren eingeführt.

Die Ermittlung von  $\Delta U$  aus den Ortskurven, insbesondere aus dem Kappschen Diagramm nach Bild 1.2.50, ist bereits im Abschnitt 1.2.4.2 gezeigt worden. Im Folgenden soll nunmehr eine analytische Beziehung für  $\Delta U$  hergeleitet werden.

Wenn  $\underline{U}'_2$  auf die rechte Seite gebracht wird und alle Größen  $\underline{g}$  als  $\hat{g}^{j\varphi_g}$  geschrieben werden, folgt aus (1.2.88)

$$U_1 e^{j\varphi_{u1}} = U'_2 e^{j\varphi_{u2}} + (R + jX_\sigma) I_1 e^{j\varphi_i}.$$

Nach Multiplikation mit  $e^{-j\varphi_{u2}}$  und durch Einführen von  $\varphi_B = \varphi_{u2} - \varphi_i$ ,  $U_r = RI_1$  sowie  $U_\sigma = X_\sigma I_1$  folgt daraus

$$U_1 e^{j(\varphi_{u1} - \varphi_{u2})} = U'_2 + U_r \cos \varphi_B + U_\sigma \sin \varphi_B + j(U_\sigma \cos \varphi_B - U_r \sin \varphi_B). \quad (1.2.90)$$

Wenn die Abkürzungen

$$\Delta U'_\varphi = U_r \cos \varphi_B + U_\sigma \sin \varphi_B \quad (1.2.91)$$

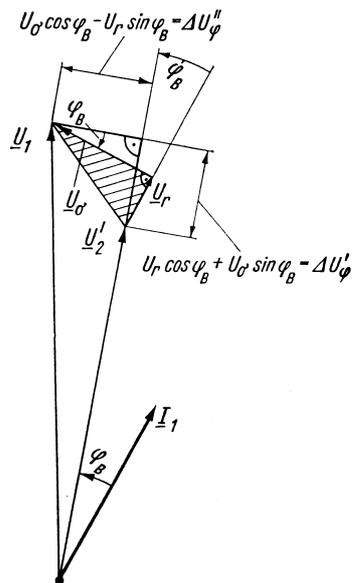
$$\Delta U''_\varphi = U_\sigma \cos \varphi_B - U_r \sin \varphi_B \quad (1.2.92)$$

eingeführt werden, liefert (1.2.90) die Beziehung

$$U_1^2 = (U'_2 + \Delta U'_\varphi)^2 + \Delta U''_\varphi{}^2. \quad (1.2.93)$$

Diese Beziehung kann auch aus dem Zeigerbild 1.2.52 abgelesen werden, das für einen speziellen Belastungsfall dargestellt ist und in dem die entsprechenden Hilfslinien eingetragen worden sind. Aus (1.2.93) erhält man

$$U'_2 = \sqrt{U_1^2 - \Delta U''_\varphi{}^2} - \Delta U'_\varphi$$



**Bild 1.2.52** Ermittlung der Spannungsänderung  $\Delta U = U_1 - U'_2$  aus dem Zeigerbild

bzw. genähert mit  $\sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{x}{2}$

$$U_2' = U_1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta U_\varphi''^2}{U_1} - \Delta U_\varphi' \quad (1.2.94)$$

Wenn (1.2.94) in (1.2.89) eingesetzt wird, nimmt der Ausdruck für die Spannungsänderung die Form

$$\Delta U = U_1 - U_2' = \Delta U_\varphi' + \frac{1}{2} \frac{\Delta U_\varphi''^2}{U_1} \quad (1.2.95)$$

an. Die *relative Spannungsänderung gegenüber der Bemessungsspannung*  $U_{1N}$  folgt daraus zu

$$\Delta u^* = \frac{\Delta U}{U_{1N}} = \frac{\Delta U_\varphi'}{U_{1N}} + \frac{1}{2} \frac{\Delta U_\varphi''^2}{U_{1N}^2} = \Delta u_\varphi'^* + \frac{1}{2} \Delta u_\varphi''^{*2} \quad (1.2.96)$$

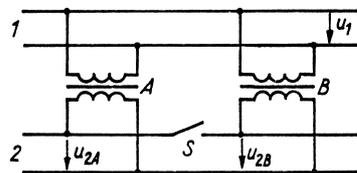
In (1.2.96) kann das zweite Glied meist gegenüber dem ersten wegen  $\Delta u_\varphi''^{*2} \ll 1$  vernachlässigt werden. Damit erhält man durch Einführen der relativen Spannungsabfälle nach (1.6.5) und (1.6.6) sowie mit (1.2.91) genähert

$$\Delta u^* \approx \Delta u_\varphi'^* = u_r^* \cos \varphi_B + u_\sigma^* \sin \varphi_B \quad (1.2.97)$$

Da i. Allg.  $u_r^*$  sehr klein ist, folgt aus (1.2.97) nochmals, dass die Spannungsänderung im Gebiet rein ohmscher und nahezu rein ohmscher Last gering ist. Außerdem erkennt man, dass  $\Delta u^*$  im Gebiet induktiver Belastung ( $\varphi_B \rightarrow \frac{\pi}{2}$ ) groß und positiv ist, während man im Gebiet kapazitiver Belastung ( $\varphi_B \rightarrow -\frac{\pi}{2}$ ) große und negative Werte von  $\Delta u^*$  erhält.

#### 1.2.4.4 Parallelbetrieb

Wenn eine bestehende Anlage erweitert werden soll, ist es erforderlich, zu vorhandenen Transformatoren weitere parallelzuschalten. Im Folgenden soll deshalb untersucht werden, unter welchen Bedingungen ein Parallelbetrieb möglich ist. Dazu wird eine Anordnung nach Bild 1.2.53 betrachtet. Die beiden Transformatoren A und B liegen auf der Seite 1 am gemeinsamen Netz 1 mit der starren Spannung  $\underline{u}_1$ . Auf der Seite 2 ist die Verbindung zunächst noch nicht hergestellt; der Schalter S ist offen. Augenscheinlich kann der Schalter S, ohne dass Ausgleichsströme fließen, geschlossen und damit die Parallelschaltung der beiden Transformatoren stoßfrei hergestellt werden, wenn bereits vor dem Schließen des Schalters  $\underline{u}_{2A} = \underline{u}_{2B}$  ist. Für den anderen Fall, dass



**Bild 1.2.53** Ausgangsanordnung zur Untersuchung der Möglichkeit des Parallelbetriebs zweier Transformatoren A und B

bei offenem Schalter  $\underline{u}_{2A} \neq \underline{u}_{2B}$  ist, wird zwar die Gleichheit der beiden Spannungen durch das Schließen des Schalters erzwungen, es werden jedoch Ausgleichsströme fließen. Wie das im Einzelnen geschieht, werden die folgenden Überlegungen zeigen.

Im Leerlauf können die Transformatoren als hinsichtlich der Spannungen ideal angesehen werden, so dass entsprechend der ersten Gleichung (1.2.65) gilt

$$\underline{u}_{2A} = \left( \frac{w_2}{w_1} \right)_A \underline{u}_1; \quad \underline{u}_{2B} = \left( \frac{w_2}{w_1} \right)_B \underline{u}_1.$$

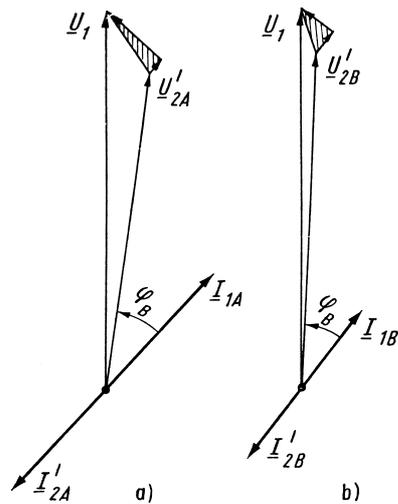
Aus der Forderung  $\underline{u}_{2A} = \underline{u}_{2B}$  folgt als *erste Bedingung für einwandfreien Parallelbetrieb*

$$\left( \frac{w_1}{w_2} \right)_A = \left( \frac{w_1}{w_2} \right)_B. \quad (1.2.98)$$

Die beiden parallelzuschaltenden Transformatoren müssen das gleiche Übersetzungsverhältnis haben. Selbstverständlich wird dabei vorausgesetzt, dass die Schaltung von vornherein für die Gleichphasigkeit der Spannungen  $\underline{u}_{2A}$  und  $\underline{u}_{2B}$  sorgt. Im Bild 1.2.53 soll das erfüllt sein.

Bei Belastung ist zu fordern, dass sich eine gegebene Scheinleistung nach Wirk- und Blindanteil im Verhältnis der Bemessungsscheinleistungen auf die beiden Transformatoren verteilt. Nur in diesem Fall können beide Transformatoren zusammen eine Scheinleistung übertragen, die gleich der Summe ihrer Bemessungsscheinleistungen ist. Um die Voraussetzungen dafür zu finden, wird davon ausgegangen, dass die beiden Transformatoren bei offenem Schalter S durch getrennte Belastungszweipole abgeschlossen sind, die gleiches  $\varphi_B$  haben und jeweils Belastungen entsprechend den Bemessungsbedingungen hervorrufen. Die Betrachtungen können unter der Annahme idealen Verhaltens hinsichtlich der Ströme durchgeführt werden. Man erhält Spannungen  $\underline{u}'_2$ , deren Beträge und Phasenlagen von den Parametern der Kappschen Dreiecke abhängen. Im Bild 1.2.54 wird diese Überlegung demonstriert, wobei für den Transformator A mit  $u_{\sigma A}^* = 20\%$ ,  $u_{rA}^* = 5\%$  und für den Transformator B mit  $u_{\sigma B}^* = 10\%$ ,  $u_{rB}^* = 7\%$  gerechnet wurde.<sup>5)</sup> Außerdem ist angenommen worden, dass der Transformator B die halbe Bemessungsscheinleistung des Transformators A hat. Wie die beiden Zeigerbilder erkennen lassen, unterscheiden sich die sekundären Spannungen  $\underline{U}'_{2A}$  und  $\underline{U}'_{2B}$  sowohl im Betrag als auch in der Phasenlage. Wenn durch Schließen des in der Anordnung nach Bild 1.2.53 vorgesehenen Schalters  $\underline{U}'_{2A} = \underline{U}'_{2B}$  erzwungen wird, müssen sich die Ströme der beiden Transformatoren dahingehend ändern, dass sie jeweils den gleichen Spannungsabfall  $\underline{U}_1 - \underline{U}'_2$  hervorrufen. Dementsprechend ändert sich dann auch die Leistungsverteilung gegenüber der geforderten, von der ausgegangen worden war. Umgekehrt erkennt man aus den Zeigerbildern 1.2.54, dass die Bedingung  $\underline{U}'_{2A} = \underline{U}'_{2B}$  bei der geforderten Leistungsverteilung nur erfüllt sein kann, wenn beide Transformatoren unter Bemessungs-

5) Die Werte wurden mit Rücksicht auf die Darstellbarkeit gewählt. Ausgeführte Transformatoren weisen andere Wertekombinationen von  $u_{\sigma}^*$  und  $u_r^*$  auf; insbesondere ist  $u_r^*$  wesentlich kleiner.



**Bild 1.2.54** Zeigerbild zweier Transformatoren, die bei gleichem  $\varphi_B = 35^\circ$  unter Bemessungsbedingungen an der gleichen Spannung  $\underline{U}_1$  arbeiten.

a) Transformator A mit  $u_\sigma^* = 20\%$ ,  $u_r^* = 5\%$ ;  
 b) Transformator B mit  $u_\sigma^* = 10\%$ ,  $u_r^* = 7\%$ .  
 Der Transformator B hat die halbe Bemessungsleistung des Transformators A

bedingungen die gleichen Kapschen Dreiecke aufweisen. Dem entsprechen die *zweite und dritte Bedingung für einwandfreien Parallelbetrieb*

$$u_{\sigma A}^* = u_{\sigma B}^*, \quad u_{rA}^* = u_{rB}^*,$$

die sich auch formulieren lassen als

$$u_{kA}^* = u_{kB}^* \tag{1.2.99}$$

$$\left( \frac{u_r^*}{u_\sigma^*} \right)_A = \left( \frac{u_r^*}{u_\sigma^*} \right)_B \tag{1.2.100}$$

Parallelzuschaltende Transformatoren müssen gleiche relative Kurzschlussspannungen<sup>6)</sup> und gleiche Verhältnisse  $u_r^*/u_\sigma^*$  bzw. gleiche Winkel  $\varphi_k$  besitzen. Letzteres ist näherungsweise nur bei Transformatoren erfüllt, die sich um nicht mehr als den Faktor 3 in den Bemessungsleistungen unterscheiden. Ein Parallelbetrieb von Transformatoren mit größerem Leistungsunterschied ist deshalb meist nicht möglich.

Um die Erscheinungen aufzuzeigen, die beim gewaltsamen Herstellen der Parallelschaltung durch Schließen des Schalters S auftreten, werden im Folgenden zwei Sonderfälle hinsichtlich des Nichteinhaltens der Bedingungen nach (1.2.99) und (1.2.99) untersucht.

Wenn lediglich die zweite Bedingung für einwandfreien Parallelbetrieb (1.2.99) nicht erfüllt ist, sind die Kapschen Dreiecke der beiden Transformatoren ähnlich, aber bei Bemessungsstrom ungleich groß. Die dem Bild 1.2.54 entsprechenden Zeigerbilder mit  $u_{kA}^* = 20\%$  und  $u_{kB}^* = 10\%$  sind in den Bildern 1.2.55a und b dargestellt,

6) Die relative – auf die Bemessungsspannung bezogene – Kurzschlussspannung ist der relative Wert der Hypotenuse des Kapschen Dreiecks. Sie wird im Abschnitt 1.6.3 im Zusammenhang mit der Prüfung von Transformatoren eingeführt.

wobei beide Transformatoren wiederum jeweils unter einer Belastung entsprechend den Bemessungsbedingungen bei gleichem  $\varphi_B$  arbeiten. Man erkennt, dass sich die Spannungen  $\underline{U}'_{2A}$  und  $\underline{U}'_{2B}$  unterscheiden. Wird der Parallelbetrieb nunmehr durch Schließen des Schalters S hergestellt, so muss  $\underline{I}_{1A}$  sinken und  $\underline{I}_{1B}$  ansteigen, bis die Hypotenusen der Kappschen Dreiecke bzw. die Spannungen  $\underline{U}_1 - \underline{U}'_2$  gleich geworden sind. Aufgrund des gleichen Verhältnisses ( $u_r^*/u_\sigma^*$ ) sind die Kappschen Dreiecke dann deckungsgleich und damit die Ströme  $\underline{I}_{1A}$  und  $\underline{I}_{1B}$  in Phase. Ihre Summe muss gerade den Strom ergeben, den die neue Spannung  $\underline{U}'_2$  durch die entstandene Parallelschaltung der beiden Belastungszweipole treibt. Die Phasenverschiebung dieses Stroms ( $\underline{I}_{1A} + \underline{I}_{1B}$ ) und damit die der Ströme  $\underline{I}_{1A}$  und  $\underline{I}_{1B}$  zur Spannung  $\underline{U}'_2$  bleibt dabei unverändert. Im Bild 1.2.55c ist der neue Betriebszustand im Zeigerbild dargestellt. Da die Ausgangszeigerbilder nach Bild 1.2.55a und b den Betrieb unter Bemessungsbedingungen darstellen sollten, erkennt man, dass der Transformator mit der kleineren Kurzschlussspannung nunmehr überlastet wird. Diese Erscheinung wird besonders dann gefährlich, wenn der Transformator mit der kleineren Kurzschlussspannung auch die kleinere Bemessungsleistung hat. Das ist aber bei normal ausgeführten Transformatoren gerade der Fall. Analytische Beziehungen für die Leistungsverteilung erhält man, wenn (1.2.88) für beide Transformatoren niedergeschrieben wird. Es folgt dann aus  $(\underline{U}_1 - \underline{U}'_2)_A = (\underline{U}_1 - \underline{U}'_2)_B$  die Beziehung

$$\frac{\underline{I}_{1A}}{\underline{I}_{1B}} = \frac{\underline{Z}_{kB}}{\underline{Z}_{kA}} \quad (1.2.101)$$

und damit für die Beträge

$$\frac{I_{1A}}{I_{1B}} = \frac{Z_{kB}}{Z_{kA}}. \quad (1.2.102)$$

Damit gewinnt man für das Verhältnis der übertragenen Scheinleistungen bei  $U_1 = U_{1N}$

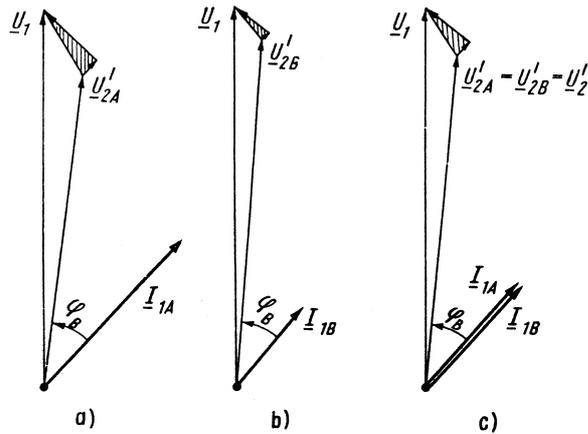
$$\frac{P_{sA}}{P_{sB}} = \frac{U_{1N} I_{1A}}{U_{1N} I_{1B}} = \frac{Z_{kB}}{Z_{kA}} = \frac{U_{1N} I_{1AN}}{U_{1N} I_{1BN}} \cdot \frac{I_{1BN} Z_{kB}}{I_{1AN} Z_{kA}} = \frac{P_{sAN} u_{kB}^*}{P_{sBN} u_{kA}^*} \quad (1.2.103)$$

mit  $Z_k I_N = U_{kN} = u_k^* U_N$ . Die Gleichung (1.2.103) kann auch als

$$\frac{P_{sA}/P_{sAN}}{P_{sB}/P_{sBN}} = \frac{u_{kB}^*}{u_{kA}^*} \quad (1.2.104)$$

geschrieben werden. Die auf die Bemessungsscheinleistung bezogenen Scheinleistungen der beiden Transformatoren verhalten sich bei Betrieb an Bemessungsspannung umgekehrt wie die Kurzschlussspannungen. Für den im Bild 1.2.55 betrachteten Fall mit  $u_{kB}^*/u_{kA}^* = 0,5$  und  $P_{sAN}/P_{sBN} = 2$  wird  $P_{sA}/P_{sB} = 1$ , d.h. trotz unterschiedlicher Bemessungsscheinleistungen übertragen beide Transformatoren gerade die gleiche Scheinleistung. Der Transformator B wird also überlastet.

Für den Sonderfall gleicher Verhältnisse  $u_r^*/u_\sigma^*$  lassen sich weitere einfache Aussagen über die Leistungsverteilung gewinnen. Mit  $\underline{I}_{1A}/\underline{I}_{1B} = \underline{Z}_{kB}/\underline{Z}_{kA}$  entsprechend



**Bild 1.2.55** Zum Parallelbetrieb zweier Transformatoren A und B, die lediglich die Bedingung  $u_{kA}^* = u_{kB}^*$  nicht erfüllen.  
 a) Zeigerbild des Transformators A mit  $u_k^* = 20\%$ ,  $u_r^*/u_\sigma^* = 0,25$  unter einer Belastung entsprechend den Bemessungsbedingungen bei  $\varphi_B = 35^\circ$ ;

b) Zeigerbild des Transformators B mit  $u_k^* = 10\%$ ,  $u_r^*/u_\sigma^* = 0,25$  unter einer Belastung entsprechend den Bemessungsbedingungen bei  $\varphi_B = 35^\circ$ ;  
 c) Zeigerbild nach gewaltsamer Herstellung des Parallelbetriebs.  
 Der Transformator B hat die halbe Bemessungsscheinleistung des Transformators A

(1.2.101) ist für  $\varphi_{kA} = \varphi_{kB}$  und damit  $\varphi_{i1A} = \varphi_{i1B}$  die Gesamtscheinleistung  $P_s = P_{sA} + P_{sB}$ , und man erhält für deren Verteilung auf die beiden Transformatoren aus (1.2.103)

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_{sA}}{P_{sA} + P_{sB}} &= \frac{1}{1 + \frac{P_{sBN} u_{kA}^*}{P_{sAN} u_{kB}^*}} \\ \frac{P_{sB}}{P_{sA} + P_{sB}} &= \frac{1}{1 + \frac{P_{sAN} u_{kB}^*}{P_{sBN} u_{kA}^*}} \end{aligned} \right\} \quad (1.2.105)$$

Wenn gerade die Summe der Bemessungsscheinleistungen übertragen werden soll, also  $P_{sA} + P_{sB} = P_{sAN} + P_{sBN}$  ist, folgt aus (1.2.105)

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_{sA}}{P_{sAN}} &= \frac{1 + \frac{P_{sBN}}{P_{sAN}}}{1 + \frac{P_{sBN} u_{kA}^*}{P_{sAN} u_{kB}^*}} \\ \frac{P_{sB}}{P_{sBN}} &= \frac{1 + \frac{P_{sAN}}{P_{sBN}}}{1 + \frac{P_{sAN} u_{kB}^*}{P_{sBN} u_{kA}^*}} \end{aligned} \right\} \quad (1.2.106)$$

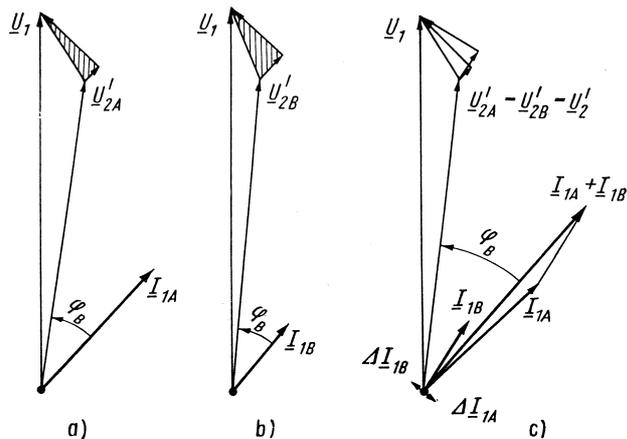
Für den im Zeigerbild 1.2.55 betrachteten Fall mit  $P_{sAN}/P_{sBN} = 2$  und  $u_{kB}^*/u_{kA}^* = 0,5$  wird demnach  $P_{sA}/P_{sAN} = 1,5/(1+1) = 0,75$  und  $P_{sB}/P_{sBN} = (1+2)/(1+1) = 1,5$ . Der Transformator B wird um 50% überlastet. Die Überlastung steigt mit dem Unterschied der Bemessungsscheinleistungen. Für  $P_{sAN}/P_{sBN} = 5$  und gleiches  $u_{kB}^*/u_{kA}^* = 0,5$  wird  $P_{sB}/P_{sBN} = (1+5)/(1+2,5) = 1,7$ . Selbst wenn die Kurzschlussspannungen sich nur noch wenig unterscheiden, also etwa mit  $u_{kB}^*/u_{kA}^* = 0,8$ , wird in diesem Fall  $P_{sB}/P_{sBN} = (1+4)/(1+5) = 1,2$ .

Wenn lediglich die dritte Bedingung (1.2.99) für einwandfreien Parallelbetrieb nicht erfüllt ist, sind die Kappschen Dreiecke zwar nicht mehr ähnlich, sie weisen jedoch bei Bemessungsstrom gleiche Hypotenusen auf. In den Bildern 1.2.56a und b sind die den Bildern 1.2.54a und b entsprechenden Zeigerbilder mit  $u_{kA}^* = u_{kB}^*$ , aber  $(u_r^*/u_\sigma^*)_A = 0,25$  und  $(u_r^*/u_\sigma^*)_B = 0,5$  dargestellt. Dabei arbeiten beide Transformatoren vor dem sekundärseitigen Parallelschalten unter einer Belastung entsprechend den Bemessungsbedingungen mit gleichem  $\varphi_B$ . Wegen  $u_{kA}^* = u_{kB}^*$  ist zwar  $|\underline{U}_1 - \underline{U}'_2|_A = |\underline{U}_1 - \underline{U}'_2|_B$ , die Phasenlagen der Gesamtspannungsabfälle  $(\underline{U}_1 - \underline{U}'_2)$  unterscheiden sich jedoch, da die Verhältnisse  $u_r^*/u_\sigma^*$  verschieden sind. Wenn die Parallelschaltung hergestellt wird, müssen sich die Ströme  $\underline{I}_{1A}$  und  $\underline{I}_{1B}$  so ändern, dass die Spannungen  $\underline{U}_1 - \underline{U}'_2$ , d.h. die Hypotenusen der Kappschen Dreiecke, in beiden Zeigerbildern aufeinanderfallen. Dabei muss die Summe der Ströme  $(\underline{I}_{1A} + \underline{I}_{1B})$  wiederum gerade jenen Strom ergeben, den die neue Spannung  $\underline{U}'_2$  durch die Parallelschaltung der Belastungszweipole treibt und der gegenüber dieser Spannung die Phasenverschiebung  $\varphi_B$  hat. Wie aus einem Vergleich der Bilder 1.2.56a und b folgt, muss der Strom des Transformators B mit dem kleineren Verhältnis  $u_r^*/u_\sigma^*$  dazu gegenüber dem Ausgangszustand etwas voreilend und der des Transformators A mit dem größeren Verhältnis  $u_r^*/u_\sigma^*$  etwas nacheilend werden. Die Summe der beiden Ströme behält, wie bereits festgestellt wurde, die Phasenlage  $\varphi_B$ . Im Bild 1.2.56c ist das Zeigerbild für den neuen Betriebszustand dargestellt. Seine Richtigkeit lässt sich nachträglich leicht überprüfen. Man erkennt, dass die Transformatoren zusätzlich durch Ausgleichsströme  $\Delta \underline{I}_{1A}$  und  $\Delta \underline{I}_{1B}$  belastet werden, die keinen Beitrag zum Gesamtstrom liefern. Sie können als überlagerter Kurzschlussstrom im Kreis der beiden durch die primären und sekundären Sammelschienen parallelgeschalteten Transformatoren angesehen werden.

### 1.2.5

#### Betriebsverhalten bei vorgegebenem Strom

Dem Extremfall, dass der Transformator an einer starren Spannung  $\underline{u}_1$  arbeitet, steht der andere Extremfall gegenüber, dass der Strom  $\underline{i}_1$  fest vorgegeben und die Seite 2 mit einem Belastungszweipol abgeschlossen ist. Im Bild 1.2.57 ist die betrachtete Anordnung dargestellt. Dabei kann natürlich – auch bei einer den speziellen Verhältnissen angepassten Dimensionierung des Transformators – im praktischen Fall nicht

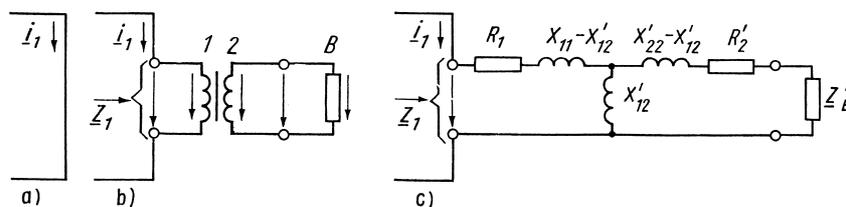


**Bild 1.2.56** Zum Parallelbetrieb zweier Transformatoren A und B, die lediglich die Bedingung  $(u_r^*/u_\sigma^*)_A = (u_r^*/u_\sigma^*)_B$  nicht erfüllen.  
 a) Zeigerbild des Transformators A mit  $u_k^* = 20\%$ ,  $u_r^*/u_\sigma^* = 0,25$  unter einer Belastung entsprechend den Bemessungsbedingungen bei  $\varphi_B = 35^\circ$ ;

b) Zeigerbild des Transformators B mit  $u_k^* = 20\%$ ,  $u_r^*/u_\sigma^* = 0,5$  unter einer Belastung entsprechend den Bemessungsbedingungen bei  $\varphi_B = 35^\circ$ ;  
 c) Zeigerbild nach gewaltsamer Herstellung des Parallelbetriebs

damit gerechnet werden, dass der Strom eines Stromkreises durch das Einfügen des Transformators unverändert bleibt. Über dem Transformator stellt sich ein endlicher Spannungsabfall ein, durch den eine Rückwirkung auf den Stromkreis erfolgt. Der Betrieb bei vorgegebenem, unveränderlichem Strom stellt also ebenso einen Idealfall dar wie der bei vorgegebener, unveränderlicher Spannung, der im Abschnitt 1.2.4 untersucht wurde.

Transformatoren, die mit einem praktisch vorgegebenen Strom arbeiten, werden auch als *Stromtransformatoren* bezeichnet. Der wichtigste Stromtransformator ist der



**Bild 1.2.57** Zum Stromtransformator.

- a) Ausschnitt aus einem Stromkreis mit dem Strom  $i_1$ ;
- b) Einfügen des Stromtransformators in den Stromkreis;
- c) Ersatz des Stromtransformators durch seine Ersatzschaltung zur Demonstration des Einflusses der Transformatoreigenschaften auf die Abweichung des komplexen Widerstands  $Z_1$  von  $Z'_B$

*Stromwandler*, auf den im Abschnitt 1.4.4.2 besonders eingegangen wird. Der Stromtransformator wird eingesetzt, um einen dem Strom  $i_1$  proportionalen Strom  $i_2$  in einen Kreis einzuführen, der galvanisch vom Kreis 1 getrennt ist.

Das Verhalten soll zunächst unter Voraussetzung idealer Eigenschaften des Transformators untersucht werden. In diesem Fall gilt für die Ströme (1.2.13), d.h. es ist

$$i_2 = -\frac{w_1}{w_2}i_1.$$

Der Strom  $i_B = -i_2$  im Belastungszweigpol mit dem komplexen Widerstand  $Z_B$  ruft einen Spannungsabfall

$$u_B = u_2 = Z_B i_B = -Z_B i_2$$

hervor. Aufgrund der Beziehung (1.2.6) zwischen den Spannungen des idealen Transformators beobachtet man dann auf der Seite 1 den Spannungsabfall

$$u_1 = \frac{w_1}{w_2}u_2 = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 Z_B i_1 = Z'_B i_1 \quad (1.2.107)$$

mit  $Z'_B = (w_1/w_2)^2 Z_B$ . Das Einfügen des Stromtransformators in den Kreis 1 nach Bild 1.2.57 kann also nur dann ohne merkliche Rückwirkung auf den Strom  $i_1$  bleiben, wenn  $Z'_B$  klein gegenüber der Impedanz im Kreis 1 ist, die den Strom  $i_1$  bestimmt.

Wenn ein realer Transformator betrachtet wird, wie er der analytischen Behandlung nach Abschnitt 1.2.3 zugrunde liegt, erhält man aus der zweiten Gleichung (1.2.69) mit  $u_2 = -Z_B i_2 = -(R_B + jX_B)i_2$  als Beziehung zwischen den Strömen

$$i_2 = -\frac{jX_{12}}{(R_2 + R_B) + j(X_{22} + X_B)}i_1. \quad (1.2.108)$$

Der Strom  $i_2$  ist nach wie vor dem Strom  $i_1$  proportional. Die Phasenverschiebung zwischen beiden Strömen beträgt jedoch nicht mehr  $180^\circ$ . Der Proportionalitätsfaktor ist außerdem von den Eigenschaften des Belastungszweigpols abhängig. Gleichung (1.2.108) geht mit  $\mu_{Fe} = \infty$  und damit  $X_{12} = \infty$  sowie  $X_{22}/X_{12} = w_2/w_1$  wiederum in (1.2.13) über. Der Spannungsabfall über der Wicklung 1 folgt aus der ersten Gleichung (1.2.69) mit  $i_2$  aus (1.2.108) zu

$$u_1 = \left[ R_1 + jX_{11} + \frac{X_{12}^2}{R_2 + jX_{22} + Z_B} \right] i_1 = Z_1 i_1. \quad (1.2.109)$$

Der Einfluss der realen Transformatoreigenschaften auf den im Kreis 1 wirksamen komplexen Widerstand  $Z_1$  lässt sich anschaulicher als aus (1.2.109) erkennen, wenn man das Ersatzschaltbild 1.2.43 zur Hilfe nimmt. Wie im Bild 1.2.57c dargestellt, ist dieses Ersatzschaltbild jetzt auf der Seite 2 durch den komplexen Widerstand  $Z'_B$  abgeschlossen. Den komplexen Widerstand  $Z_1$  erhält man aus Bild 1.2.57c als den von der Seite 1 aus hineingesehenen Widerstand. Man erkennt, dass dieser gegenüber  $Z'_B$  in (1.2.107) durch die Längsglieder vergrößert und durch das Querglied  $X'_{12}$  verkleinert wird.

### 1.3

#### Wirkungsweise und Betriebsverhalten des Dreiphasentransformators

Die Erzeugung und Verteilung der elektrischen Energie erfolgt zum überwiegenden Teil unter Verwendung eines Dreiphasensystems der Ströme und Spannungen. Einer der Gründe ist, dass die Gesamtleistung in einem symmetrischen Dreiphasensystem im Gegensatz zur Leistung des Einphasensystems keinen Wechselanteil besitzt (s. Abschnitt 0.6). Das ist besonders für die im Prozess der elektromechanischen Energiewandlung eingesetzten rotierenden elektrischen Maschinen vorteilhaft. Außerdem können diese Maschinen unter Verwendung des Dreiphasensystems mit einem sog. Drehfeld arbeiten, wodurch sich konstruktiv günstige Ausführungsformen ergeben. Darauf wird bei der Behandlung der rotierenden elektrischen Maschinen ausführlicher einzugehen sein. Für das Elektroenergiesystem bedeutet die Verwendung des Dreiphasensystems, dass auch Transformatoren bereitgestellt werden müssen, die zwei Dreiphasensysteme mit unterschiedlichem Spannungsniveau zu verbinden gestatten. Mit diesen Dreiphasentransformatoren befassen sich die folgenden Abschnitte.

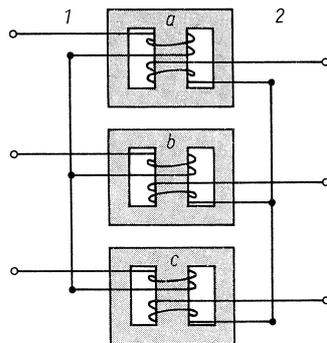
#### 1.3.1

##### Ausführungsformen

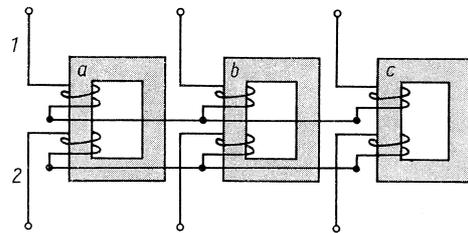
###### 1.3.1.1 Transformatorenbank

Wie im Abschnitt 0.6 der Einleitung in Erinnerung gebracht wurde, entstehen die Erzeuger und Verbraucher elektrischer Energie im Dreiphasensystem durch das Zusammenschalten von jeweils drei für den Einphasenbetrieb vorgesehenen Schaltungselementen. Daraus folgt, dass ein Dreiphasentransformator aus drei Einphasentransformatoren aufgebaut werden kann. Eine derartige Anordnung wird als Transformatorenbank bezeichnet. Das Zusammenschalten der drei Wicklungen auf der Seite 1 und ebenso das der drei Wicklungen auf der Seite 2 kann in Stern oder in Dreieck erfolgen.<sup>7)</sup> Gesichtspunkte für die Auswahl zwischen den damit möglichen Schaltungskombinationen werden sich erst später bei der Behandlung der Magnetisierungserscheinungen und der Erscheinungen bei unsymmetrischer Belastung herleiten lassen. Im Folgenden wird daher zunächst auf beiden Seiten Sternschaltung der Wicklungen vorausgesetzt. Im Bild 1.3.1 ist die entsprechende Anordnung unter Verwendung von drei Einphasen-Manteltransformatoren dargestellt, die mit Rücksicht auf die weiteren Betrachtungen übereinander angeordnet wurden. Bild 1.3.2 zeigt eine Transformatorenbank aus drei Einphasen-Kerntransformatoren, wobei – wiederum mit Rücksicht auf die folgenden Untersuchungen – beide Wicklungen auf jeweils einem Schenkel untergebracht sind (s. Bild 1.2.3a).

7) Auf die außerdem noch anzutreffende Zickzack-Schaltung wird im Rahmen des vorliegenden Buchs nicht eingegangen.



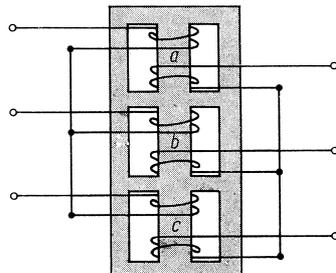
**Bild 1.3.1** Transformatorbank aus drei Einphasen-Manteltransformatoren bei Sternschaltung beider Wicklungen



**Bild 1.3.2** Transformatorbank aus drei Einphasen-Kerntransformatoren bei Sternschaltung beider Wicklungen

### 1.3.1.2 Vereinigung von drei Einphasen-Manteltransformatoren zum Dreiphasen-Manteltransformator

Es ist naheliegend, die magnetischen Kreise der drei Einphasen-Manteltransformatoren im Bild 1.3.1 dadurch zu vereinigen, dass die Transformatoren *a* und *b* sowie *b* und *c* je ein Joch gemeinsam benutzen. Dazu brauchen die im Bild 1.3.1 bereits übereinander dargestellten Einphasentransformatoren lediglich zusammengeschoben zu werden. Man erhält eine Anordnung nach Bild 1.3.3, die als Dreiphasen-Manteltransformator bezeichnet wird.



**Bild 1.3.3** Entstehung des Dreiphasen-Manteltransformators durch Vereinigen der magnetischen Kreise dreier Einphasen-Manteltransformatoren nach Bild 1.3.1

Hinsichtlich der magnetischen Eigenschaften ist der Dreiphasen-Manteltransformator offensichtlich nicht vollständig symmetrisch. In dieser Hinsicht unterscheidet er sich von der Transformatorbank. Um einen bestimmten Fluss  $\Phi$  durch den mittleren Schenkel *b* zu treiben, wird offensichtlich eine andere (etwas kleinere) Durchflutung benötigt, als wenn der gleiche Fluss durch einen der äußeren Schenkel *a*

oder  $c$  gedrückt werden soll. Die Unterschiede und damit der Grad der magnetischen Unsymmetrie sind jedoch gering. Hinsichtlich des magnetischen Rückschlusses entstehen beim magnetischen Kreis des Dreiphasen-Manteltransformators keinerlei Bedingungen für die Flüsse der wicklungstragenden Schenkel. Diese können beliebige Werte annehmen; es besteht stets die Möglichkeit, dass sie sich über die vorgegebenen Wege des magnetischen Kreises schließen. Diese Eigenschaft ist dem Dreiphasen-Manteltransformator und den Transformatorenbanken gemeinsam. Sie wird als *freier magnetischer Rückschluss* bezeichnet. Die Bedeutung des freien magnetischen Rückschlusses wird erst erkennbar werden, wenn die Magnetisierungserscheinungen und die Erscheinungen bei unsymmetrischer Belastung von Dreiphasentransformatoren behandelt werden.

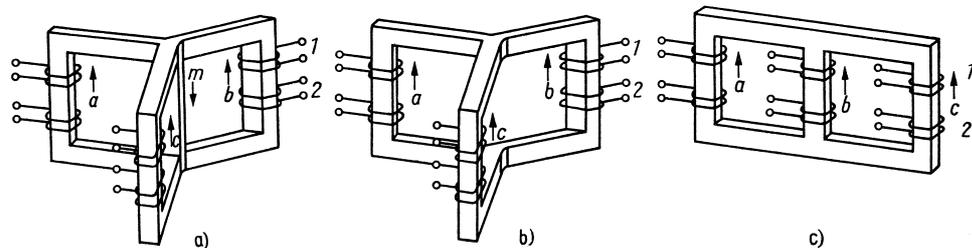
### 1.3.1.3 Vereinigung von drei Einphasen-Kerntransformatoren zum Dreiphasen-Kerntransformator

Es ist naheliegend, die magnetischen Kreise der drei Einphasen-Kerntransformatoren im Bild 1.3.2 dadurch zu vereinigen, dass die drei unbewickelten Schenkel gemeinsam genutzt werden. Das kann geschehen, indem man die drei Einphasen-Kerntransformatoren wie im Bild 1.3.4a sternförmig zusammenrückt. Zwischen den Flüssen der Schenkel besteht dann, unter Beachtung der Quellenfreiheit des magnetischen Felds, die Beziehung

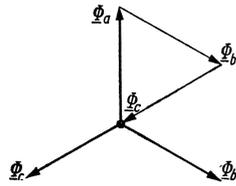
$$\Phi_m = \Phi_a + \Phi_b + \Phi_c, \quad (1.3.1)$$

wobei  $\Phi_m$  der Fluss im gemeinsamen Mittelschenkel ist. Wenn der Transformator nach Bild 1.3.4a in einem symmetrischen Dreiphasensystem arbeitet und symmetrisch belastet ist, werden sämtliche Ströme und Spannungen sowie auch die Flüsse der wicklungstragenden Schenkel symmetrische Dreiphasensysteme darstellen. Wie aus Bild 1.3.5 folgt, verschwindet in diesem Fall die Summe der drei Flüsse  $\Phi_a$ ,  $\Phi_b$  und  $\Phi_c$ . Die Folge ist, dass mit (1.3.1)

$$\Phi_m = 0$$



**Bild 1.3.4** Entstehung des Dreiphasen-Kerntransformators.  
a) Vereinigung der magnetischen Kreise dreier Einphasen-Kerntransformatoren;  
b) symmetrischer Dreiphasen-Kerntransformator;  
c) Dreiphasen-Kerntransformator



**Bild 1.3.5** Flüsse der wicklungstragenden Schenkel bei Betrieb eines Dreiphasentransformators an einem symmetrischen Spannungssystem und unter symmetrischer Belastung. Zeigerbild der Schenkelflüsse und Erläuterung zu  $\underline{\Phi}_a + \underline{\Phi}_b + \underline{\Phi}_c = 0$

wird. Der Mittelschenkel führt keinen Fluss und kann deshalb weggelassen werden. Damit gelangt man zu der Anordnung nach Bild 1.3.4b, die als *symmetrischer Dreiphasen-Kerntransformator* bezeichnet wird. Daraus entsteht der normale Dreiphasen-Kerntransformator nach Bild 1.3.4c, indem die drei wicklungstragenden Schenkel in eine Ebene geschoben werden. Hinsichtlich der magnetischen Eigenschaften ist der symmetrische Kerntransformator nach Bild 1.3.4b vollständig symmetrisch. Demgegenüber besitzt der normale Kerntransformator nach Bild 1.3.4c eine ausgeprägte magnetische Unsymmetrie, wie schon aus der Lage des magnetischen Knotenpunkts hervorgeht, der die drei Schenkel miteinander verbindet. Um zu veranschaulichen, wie sich das Feld im magnetischen Kreis des Dreiphasen-Kerntransformators unter der Bedingung  $\underline{\Phi}_a + \underline{\Phi}_b + \underline{\Phi}_c = 0$  ausbildet, ist sein prinzipieller Verlauf im Bild 1.3.6 für drei aufeinanderfolgende charakteristische Zeitpunkte dargestellt.

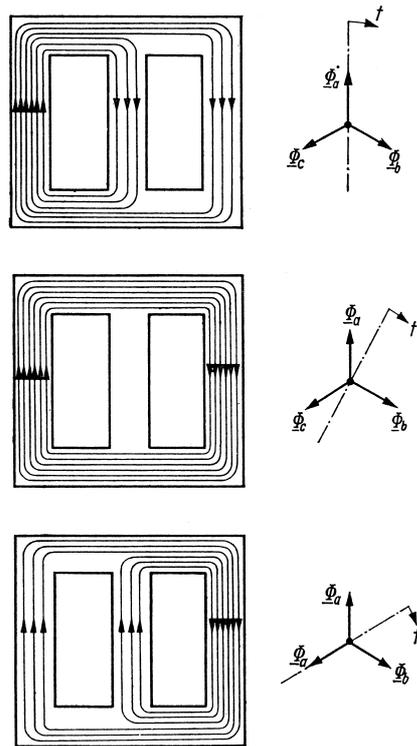
Beiden Ausführungsformen des Dreiphasen-Kerntransformators ist gemeinsam, dass sie keinen *freien magnetischen Rückschluss* aufweisen. Die Flüsse der drei wicklungstragenden Schenkel müssen der Bedingung  $\Phi_a + \Phi_b + \Phi_c = 0$  genügen, wenn es nicht zwangsweise zur Ausbildung eines Flusses  $\Phi_{\text{Luft}}$  durch den Luftraum kommen soll, der sich außerhalb des magnetischen Kreises von Joch zu Joch schließt. Derartige Flüsse müssen jedoch vermieden werden, da sie sich auch über äußere Konstruktionsteile aus Eisen zu schließen suchen und dort Verluste hervorrufen.<sup>8)</sup>

Da kein freier magnetischer Rückschluss vorhanden ist, zeigen Dreiphasen-Kerntransformatoren hinsichtlich der Magnetisierungserscheinungen und hinsichtlich des Verhaltens bei unsymmetrischer Belastung gewisse Unterschiede zum Dreiphasen-Manteltransformator bzw. zur Transformatorenbank.

#### 1.3.1.4 Fünfschenkel-Transformator

Der Fünfschenkel-Transformator entsteht aus dem Dreiphasen-Kerntransformator, wenn entsprechend Bild 1.3.7 außerhalb der wicklungstragenden Außenschenkel zwei unbewickelte Rückschlussschenkel vorgesehen werden. Sie bewirken, dass in den Jochen nur noch etwa der halbe Fluss eines wicklungstragenden Schenkels auftritt. Dadurch kann der Jochquerschnitt verringert werden, so dass sich eine kleinere Kernhöhe ergibt. Das ist bei Grenzleistungstransformatoren bedeutsam, die deshalb gewöhnlich als Fünfschenkel-Transformatoren ausgeführt werden. Die

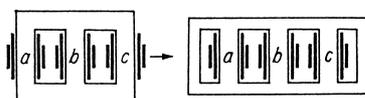
<sup>8)</sup> Das betrifft vor allem das Gefäß der Öltransformatoren (s. Abschnitt 1.8.3).



**Bild 1.3.6** Prinzipeller Verlauf des Felds im magnetischen Kreis des Dreiphasen-Kerntransformators für drei aufeinanderfolgende charakteristische Zeitpunkte, die um jeweils  $T/12$  auseinanderliegen

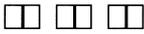
Außenschenkel werden ebenfalls etwa mit dem halben Fluss eines wicklungstragen- den Schenkels belastet. Sie weisen dementsprechend etwa den gleichen Querschnitt wie die Joche auf. Im Bild 1.3.7 sind die Geometrieverhältnisse wiedergegeben. Die Außenschenkel bewirken weiterhin, dass der Grad der magnetischen Asymmetrie ver- ringert wird. Durch ihre Dimensionierung kann außerdem Einfluss auf die höheren Harmonischen des Magnetisierungsstroms genommen werden. Schließlich haben sie zur Folge, dass innerhalb gewisser Grenzen – nämlich solange keine Sättigungser- scheinungen in den Außenschenkeln auftreten – die Bedingung  $\Phi_a + \Phi_b + \Phi_c = 0$  zwischen den Flüssen der wicklungstragen- den Schenkel nicht erfüllt sein muss. Es herrscht also ein *freier magnetischer Rückschluss*.

In Tabelle 1.3.1 sind die prinzipiellen Eigenschaften der verschiedenen Ausführungs- formen von Dreiphasentransformatoren nochmals zusammengestellt.



**Bild 1.3.7** Entwicklung des Fünfschenkel-Transformators aus dem Dreiphasen- Kerntransformator

**Tabelle 1.3.1** Zusammenstellung der prinzipiellen Eigenschaften der verschiedenen Ausführungsformen von Dreiphasentransformatoren

Ausführungsform	Transformatorbank			Dreiphasen-Manteltransformator	Dreiphasen-Kerntransformator		Fünfschenkel-Transformator
	aus drei Einphasen-Manteltransformatoren	aus drei Einphasen-Kerntransformatoren			symmetrisch	normal	
Magnetischer Kreis schematisch							
Symmetrischer magnetischer Kreis	ja	ja	nicht in Streufe	ja	nein	nicht in Streufe	
Freier magnetischer Rückschluss	ja	ja	ja	nein	nein	ja	

### 1.3.1.5 Schaltungsmöglichkeiten der Wicklungen

Die Wicklungen der Dreiphasentransformatoren können sowohl – wie bisher betrachtet – in Stern als auch in Dreieck geschaltet werden.<sup>9)</sup> Eine in Stern geschaltete Wicklung wird mit Y bzw. y und eine in Dreieck geschaltete mit D bzw. d bezeichnet. Dreisträngige Wicklungen in offener Schaltung, d.h. solche, bei denen die Anfänge und Enden aller Stränge einzeln herausgeführt sind, werden mit III bzw. iii bezeichnet. Dabei ist der große Buchstabe jeweils der Oberspannungswicklung und der kleine der Unterspannungswicklung zugeordnet (s. Tabelle 1.3.2).

### 1.3.1.6 Beziehungen zwischen den Spannungen sowie zwischen den Strömen der Wicklungsstränge und denen der äußeren Zuleitungen

Die Beziehung zwischen den Spannungen  $u_1$  und  $u_2$  an den Klemmen hängt beim Einphasentransformator nur vom Verhältnis der Windungszahlen und dem Einfluss gewisser Abweichungen vom idealen Verhalten ab. Analoges gilt für die Ströme. Beim Dreiphasentransformator treten zu diesen Einflüssen noch jene, die von der vorliegenden Kombination der Schaltungsarten (Stern oder Dreieck) herrühren und von der Art, in der die Wicklungsstränge den Schenkeln zugeordnet sind. Diese letztgenannten Einflüsse sind unter symmetrischen Betriebsbedingungen nur davon abhängig, wie die Verbindungsleitungen zwischen den Klemmen und den Wicklungssträngen geführt sind, und lassen sich angeben, ohne dass der innere Mechanismus des Transformators betrachtet wird. Dabei genügt es, die Beziehungen zwischen den Größen eines Bezugsleiters ( $L1$ ) und eines Bezugsstrangs ( $a$ ) anzugeben. Die weiteren Beziehungen

9) s. Fußnote 7 auf Seite 101

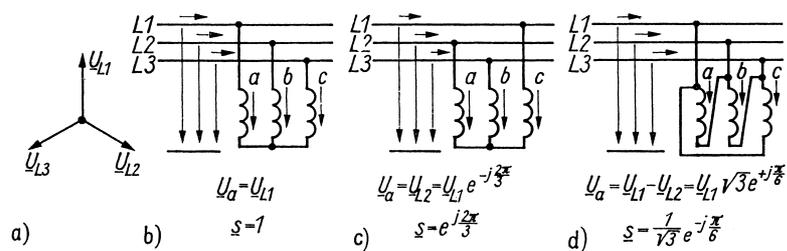
**Tabelle 1.3.2** Zusammenstellung der Schaltungsmöglichkeiten der Wicklungen von Dreiphasentransformatoren und deren Bezeichnung

Schaltung	Stern	Dreieck	Offen
<i>Kurzzeichen</i>	$\lambda$	$\Delta$	
<i>Bezeichnung als Oberspannungswicklung</i>	$Y$	$D$	$III$
<i>Bezeichnung als Unterspannungswicklung</i>	$y$	$d$	$iii$

erhält man durch zyklisches Vertauschen der Indizes. Ausgehend vom Zeigerbild 1.3.8a der Spannungen zwischen den äußeren Leitern L1, L2, L3 und dem (gedachten) Nullleiter erhält man z. B. für die Anordnung nach Bild 1.3.8b  $\underline{u}_a = \underline{u}_{L1}$ , für die Anordnung nach Bild 1.3.8c  $\underline{u}_a = e^{-j2\pi/3} \underline{u}_{L1}$  und für die nach Bild 1.3.8d  $\underline{u}_a = \sqrt{3} e^{j\pi/6} \underline{u}_{L1}$ . Allgemein lässt sich durch Einführen eines komplexen *Schaltungsfaktors*  $\underline{s}$  formulieren

$$\underline{u}_{L1} = \underline{s} \underline{u}_a \quad (1.3.2)$$

Die entsprechende Beziehung zwischen den Strömen erhält man – ausgehend von den Betrachtungen über die Gültigkeit von Erhaltungssätzen sowohl für die Wirkleistung als auch für die Blindleistung im Abschnitt 0.5 – aus der Überlegung, dass die über die äußeren Leitungen L1, L2, L3 zufließende komplexe Leistung  $\underline{P} = 3 \underline{U}_{L1} \underline{I}_{L1}^* = \frac{3}{2} \underline{u}_{L1} \underline{i}_{L1}^*$  gleich der komplexen Leistung  $\underline{P} = 3 \underline{U}_a \underline{I}_a^* = \frac{3}{2} \underline{u}_a \underline{i}_a^*$  sein muss, die den



**Bild 1.3.8** Ermittlung der Beziehung zwischen der Spannung  $\underline{U}_a$  des Strangs a und der Spannung  $\underline{U}_{L1}$  der äußeren Zuleitung L1.  
a) Zeigerbild des symmetrischen Dreiphasensystems der Spannung; b) bis d) Beispiele

Wicklungssträngen zugeführt wird, so dass

$$\dot{i}_{L1}^* = \frac{u_a}{u_{L1}} \dot{i}_a^* = \frac{1}{\underline{s}} \dot{i}_a^*$$

gilt bzw.

$$\dot{i}_{L1} = \frac{1}{\underline{s}^*} \dot{i}_a. \quad (1.3.3)$$

Vorsorglich soll an dieser Stelle darauf hingewiesen werden, dass bei der Einführung des komplexen Schaltungs-faktors von einer positiven Phasenfolge der Spannungen und Ströme ausgegangen wurde. Es lässt sich zeigen, dass sich bei einer Umkehrung der Phasenfolge auch das Vorzeichen des Winkels des Schaltungs-faktors  $\underline{s}$  umkehrt. Im Fall einer *negativen Phasenfolge* gilt also

$$\underline{s}_n = \frac{u_{L1}}{u_a} = \frac{\dot{i}_a^*}{\dot{i}_{L1}^*} = \underline{s}^*. \quad (1.3.4)$$

Dies wird z. B. im Zusammenhang mit Stromrichtertransformatoren (s. Abschnitt 1.4.3) noch eine Rolle spielen.

### 1.3.2

#### Wirkungsweise unter symmetrischen Betriebsbedingungen

Die Ausführungsformen der Dreiphasentransformatoren sind unter Voraussetzung symmetrischer Betriebsbedingungen im Abschnitt 1.3.1 entwickelt worden. Deshalb wird die Wirkungsweise auch zunächst ausschließlich für diesen Fall untersucht. Die Behandlung soll ebenso wie beim Einphasentransformator im Abschnitt 1.2.2 auf verschiedenen Näherungsebenen erfolgen, wobei das Ziel besteht, die Betrachtungen auf die dort angestellten zurückzuführen.

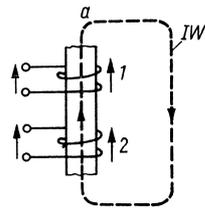
##### 1.3.2.1 Wirkungsweise als idealer Transformator

###### a) Spannungen, Ströme und Flüsse der Wicklungsstränge auf einem Schenkel

Die Kennzeichen eines idealen Transformators sind im Abschnitt 1.2.2.2a) zusammengestellt worden. Sie bewirken, wie bei der Analyse des Einphasentransformators erkannt wurde, dass der Transformator ein lineares Element darstellt. Wenn die äußeren Betriebsbedingungen zeitlich sinusförmige Größen vorgeben, werden also auch alle anderen Größen zeitlich sinusförmig. Es kann unmittelbar zur komplexen Darstellung übergegangen werden.

Die betrachtete Anordnung als Ausschnitt des magnetischen Kreises in Form des Schenkels  $a$  einer der möglichen Ausführungen nach Tabelle 1.3.1 zeigt Bild 1.3.9. Sämtliche  $w_1$  Windungen des Strangs  $a1$  und sämtliche  $w_2$  Windungen des Strangs  $a2$  werden vom gleichen Fluss

$$\underline{\Phi}_a = \underline{\Phi}_{a1} = \underline{\Phi}_{a2} \quad (1.3.5)$$



**Bild 1.3.9** Schenkel *a* eines beliebigen Dreiphasentransformators.  
IW Integrationsweg

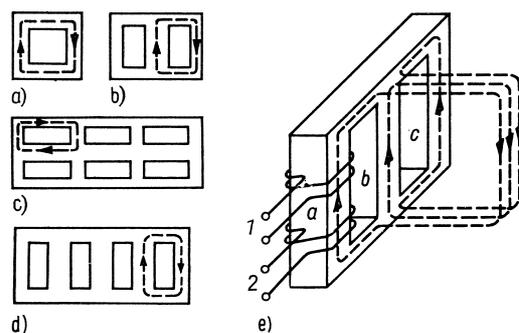
durchsetzt. Weitere Flussverkettings besitzen diese Stränge nicht. Damit lauten ihre Spannungsgleichungen

$$\left. \begin{aligned} u_{a1} &= j\omega w_1 \Phi_a \\ u_{a2} &= j\omega w_2 \Phi_a \end{aligned} \right\}, \tag{1.3.6}$$

und es gilt

$$\frac{u_{a1}}{u_{a2}} = \frac{w_1}{w_2}. \tag{1.3.7}$$

Einige Überlegungen sind erforderlich hinsichtlich der Aussage des Durchflutungsgesetzes für einen Integrationsweg durch den betrachteten Schenkel, da die Ausführung des magnetischen Kreises außerhalb des Schenkels verschieden ist. Bei den Transformatorenbanken, dem Dreiphasen-Manteltransformator und dem Fünfschenkel-Transformator sind die wicklungstragenden Schenkel in irgendeiner Form unmittelbar magnetisch kurzgeschlossen; der Integrationsweg im Bild 1.3.9 verläuft also vollständig im Gebiet mit  $\mu_{Fe} = \infty$ , ohne dass weitere Ströme als die der Stränge *a1* und *a2* umfasst werden. In den Bildern 1.3.10a bis d sind die maßgebenden Integrationswege für diese Anordnungen angedeutet. Damit wird



**Bild 1.3.10** Festlegung der maßgebenden Integrationswege zur Ermittlung der Beziehungen zwischen den Strömen über das Durchflutungsgesetz:

a) für einen Transformator einer Bank aus Einphasen-Kerntransformatoren;

b) für einen Transformator einer Bank aus Einphasen-Manteltransformatoren;

c) für den Dreiphasen-Manteltransformator;

d) für den Fünfschenkel-Transformator;

e) für den Dreiphasen-Kerntransformator

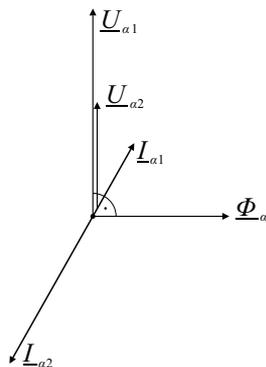
$$\dot{i}_{a1} + \frac{w_1}{w_2} \dot{i}_{a2} = 0 \quad (1.3.8)$$

bzw.

$$\frac{\dot{i}_{a1}}{\dot{i}_{a2}} = -\frac{w_2}{w_1}. \quad (1.3.9)$$

Für den verbleibenden Fall des Dreiphasen-Kerntransformators braucht eigentlich nur daran erinnert zu werden, dass auf den ursprünglich vorhandenen gemeinsamen Rückschlussschenkel (s. Bild 1.3.4a) verzichtet wurde, weil er keinen Fluss führt. Dann kann aber im Außenraum zwischen dem oberen und dem unteren Joch auch kein magnetischer Spannungsabfall existieren. Wenn der Integrationsweg entsprechend Bild 1.3.10e so geführt wird, dass er sich über den Außenraum schließt, liefert die Anwendung des Durchflutungsgesetzes wieder (1.3.8). Das gleiche Ergebnis wird erhalten, wenn man die Aussagen zweier Integrationswege im magnetischen Kreis benutzt, von denen der eine über die Schenkel  $a$  und  $b$  und der andere über die Schenkel  $a$  und  $c$  verläuft, und außerdem für beide Seiten 1 und 2 die durch den symmetrischen Betrieb bedingte Beziehung  $\dot{i}_a + \dot{i}_b + \dot{i}_c = 0$  beachtet.

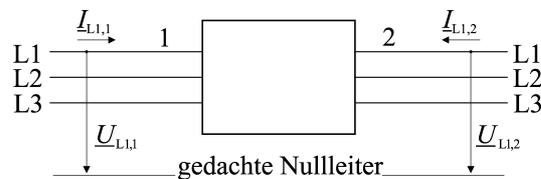
Die beiden Wicklungsstränge auf einem Schenkel eines beliebigen Dreiphasentransformators verhalten sich, wenigstens für den bisher betrachteten Fall idealer Werkstoffeigenschaften und unter Voraussetzung symmetrischer Betriebsbedingungen, entsprechend (1.3.6) und (1.3.8) wie ein einzelner Einphasentransformator. Diese Aussage ist für die Transformatorenbanken eine Selbstverständlichkeit. Sie bedeutet aber auf der anderen Seite, dass bei den weiteren Betrachtungen auf die Art der Ausführung des magnetischen Kreises keine Rücksicht mehr genommen zu werden braucht. Das Zeigerbild der Ströme und Spannungen sowie des Flusses der beiden Stränge auf einem Schenkel entspricht also dem eines Einphasentransformators und ist im Bild 1.3.11 für den Schenkel  $a$  nochmals dargestellt (s. auch Bild 1.2.12). Dabei wurde angenommen, dass  $w_1/w_2 = 2$  ist und die Energie von der Seite 1 zur Seite 2 fließt.



**Bild 1.3.11** Zeigerbild der Ströme und Spannungen sowie des Flusses der Wicklungsstränge des Schenkels  $a$  eines idealen Dreiphasentransformators für  $w_1/w_2 = 2$  bei Energiefluss von der Seite 1 zur Seite 2

b) Beziehungen zwischen den Spannungen sowie zwischen den Strömen der Zuleitungen auf der Seite 1 und denen der Zuleitungen auf der Seite 2

Aus dem Blickwinkel des Betreibers stellt der Dreiphasentransformator eine Anordnung nach Bild 1.3.12 dar, und es interessieren die Beziehungen zwischen den nach außen in Erscheinung tretenden Größen. Diese Größen sind die Ströme und Spannungen der Zuleitungen, wobei es unter den gegebenen symmetrischen Betriebsbedingungen genügt, eine der Zuleitungen (Bezugsleiter L1) zu betrachten.



**Bild 1.3.12** Einführung der nach außen in Erscheinung tretenden Größen des Dreiphasentransformators

Für die Spannungen gilt zunächst sowohl auf der Seite 1 als auch auf der Seite 2 eine Beziehung nach (1.3.2). Es ist also

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_{L1,1} &= s_1 \underline{u}_{a1} \\ \underline{u}_{L1,2} &= s_2 \underline{u}_{a2} \end{aligned} \right\}. \quad (1.3.10)$$

Damit werden die nach außen in Erscheinung tretenden Spannungen  $\underline{u}_{L1,1}$  und  $\underline{u}_{L1,2}$  durch die Spannungen  $\underline{u}_{a1}$  und  $\underline{u}_{a2}$  der Wicklungsstränge ausgedrückt, die auf einem gemeinsamen Schenkel sitzen und für die demzufolge (1.3.7) gilt. Damit wird

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\underline{u}_{L1,1}}{\underline{u}_{L1,2}} &= \frac{s_1 \underline{u}_{a1}}{s_2 \underline{u}_{a2}} = \frac{w_1 s_1}{w_2 s_2} = \underline{\ddot{u}} = \ddot{u} e^{j\varphi_{\ddot{u}}} \end{aligned}}. \quad (1.3.11)$$

Zwischen den Spannungen des idealen Dreiphasentransformators vermittelt ein *komplexes Übersetzungsverhältnis*

$$\underline{\ddot{u}} = \ddot{u} e^{j\varphi_{\ddot{u}}} = \frac{w_1 s_1}{w_2 s_2}. \quad (1.3.12)$$

Der Winkel  $\varphi_{\ddot{u}}$  dieses Übersetzungsverhältnisses gibt die Phasenverschiebung zwischen den Spannungen  $\underline{u}_{L1,1}$  und  $\underline{u}_{L1,2}$  der Bezugsleiter L1 an als

$$\varphi_{\ddot{u}} = \varphi_{uL1,1} - \varphi_{uL1,2}. \quad (1.3.13)$$

Beim Parallelbetrieb zweier Dreiphasentransformatoren muss natürlich in Fortsetzung der Überlegungen von Abschnitt 1.2.4.4 zusätzlich gefordert werden, dass beide Transformatoren den gleichen Winkel  $\varphi_{\ddot{u}}$  aufweisen.

Für die Ströme erhält man als Beziehungen zwischen den Strömen  $\dot{i}_{L1,1}$  und  $\dot{i}_{L1,2}$  der Bezugsleiter L1 und den Strömen  $\dot{i}_{a1}$  und  $\dot{i}_{a2}$  der Wicklungsstränge auf dem Bezugschenkel  $a$  nach (1.3.3)

$$\left. \begin{aligned} \dot{i}_{L1,1} &= \frac{1}{s_1^*} \dot{i}_{a1} \\ \dot{i}_{L1,2} &= \frac{1}{s_2^*} \dot{i}_{a2} \end{aligned} \right\} . \quad (1.3.14)$$

Zwischen den Strömen der auf einem Schenkel befindlichen Wicklungsstränge vermittelt (1.3.9), so dass man schließlich unter Beachtung von (1.3.12) erhält

$$\boxed{\frac{\dot{i}_{L1,1}}{\dot{i}_{L1,2}} = \frac{s_2^* \dot{i}_{a1}}{s_1^* \dot{i}_{a2}} = -\frac{w_2 s_2^*}{w_1 s_1^*} = -\frac{1}{\underline{u}^*}} . \quad (1.3.15)$$

Diese Beziehung muss natürlich für den betrachteten idealen Transformator auch aus einer Leistungsbilanz folgen. Man erhält sie aus  $\frac{3}{2} \underline{u}_{L1,2} \dot{i}_{L1,2}^* + \frac{3}{2} \underline{u}_{L1,1} \dot{i}_{L1,1}^* = 0$  mit (1.3.11).

Es soll noch einmal in Erinnerung gerufen werden, dass die zur Ermittlung des komplexen Übersetzungsverhältnisses verwendeten komplexen Schaltungsfaktoren eine positive Phasenfolge implizieren. Im Fall einer *negativen Phasenfolge* ergibt sich das Übersetzungsverhältnis aus (1.3.12) mit (1.3.4) zu

$$\underline{u}_n = \frac{w_1 s_{1n}}{w_2 s_{2n}} = \frac{w_1 s_1^*}{w_2 s_2^*} = \underline{u}^* = \underline{u} e^{-j\varphi_{\underline{u}}} , \quad (1.3.16)$$

was wie schon erwähnt im Zusammenhang mit Stromrichtertransformatoren (s. Abschnitt 1.4.3) noch eine Rolle spielen wird.

### c) Schaltungsbezeichnungen – Schaltgruppen

Die Kennzeichnung der Schaltungsart (Stern oder Dreieck) in der Ober- und der Unterspannungswicklung ist bereits im Abschnitt 1.3.1.5 erläutert worden (s. Tabelle 1.3.2). Darüber hinaus interessiert für einen betrachteten Transformator im Hinblick auf seine Parallelschaltbarkeit mit anderen Transformatoren der Winkel  $\varphi_{\underline{u}}$  zwischen Oberspannung und Unterspannung.

Dieser Winkel hängt von der Schaltung der Wicklungen sowie davon ab, wie die Stränge den Schenkeln zugeordnet sind. Er kann aufgrund der Symmetrie des Dreiphasensystems nur die Werte  $\varphi_{\underline{u}} = 0, \pi/6, \pi/3$  usw., d.h. Vielfache von  $30^\circ$  annehmen. Es ist also  $\varphi_{uL1,1} - \varphi_{uL1,2} (+2\pi) = n(\pi/6)$ . Daraus erhält man die Kennzahl  $n$  zu

$$n = \frac{\varphi_{uL1,1} - \varphi_{uL1,2} (+2\pi)}{\frac{\pi}{6}} = \frac{\varphi_{\underline{u}} (+2\pi)}{\frac{\pi}{6}} , \quad (1.3.17)$$

wobei die Addition von  $2\pi$  dann erfolgt, wenn andernfalls negative Werte von  $n$  entstehen würden. Somit nimmt die Kennzahl  $n$  die Werte

$$n = 0, \dots, 11$$

an. Die Schaltungsbezeichnung eines Transformators wird angegeben als

Schaltung der Oberspannungsseite	Schaltung der Unterspannungsseite	$n$
-------------------------------------	--------------------------------------	-----

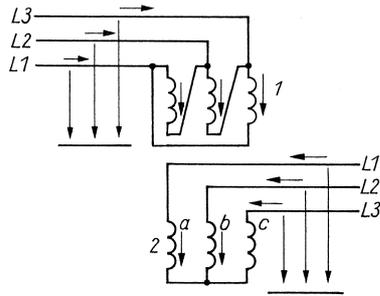
z. B. als Dy5 oder Yy6. Sie wird auch als *Schaltgruppe* bezeichnet.

Transformatoren mit gleicher Kennzahl  $n$  weisen die gleiche Phasenverschiebung zwischen Ober- und Unterspannung auf; nur sie sind in Parallelschaltung arbeitsfähig. Ausgeführt werden Transformatoren für die Kennzahlen  $n = 0; 5; 6$  und 11. Dazwischen liegende Werte von  $n$  können durch zyklisches Vertauschen der Klemmenbezeichnungen realisiert werden. Das geschieht i. Allg. auf der Unterspannungsseite. Durch einmaliges Vertauschen erhält man eine zusätzliche Phasenverschiebung von  $+120^\circ$  oder  $-120^\circ$ ; dem entspricht eine Änderung von  $n$  um  $\pm 4$ . In Tabelle 1.3.3 sind für die wichtigsten Schaltgruppen von Leistungstransformatoren die Bezeichnungen, die Zeigerbilder der Spannungen und die Schaltbilder als Auszug aus IEC 60076-4 (DIN EN 60076-4) zusammengestellt.

**Tabelle 1.3.3** Schaltgruppen von Dreiphasentransformatoren nach IEC 60076-4 (DIN EN 60076-4 bzw. VDE 0532 T.4) <sup>a)</sup>

Bezeichnung		Zeigerbild		Schaltbild	
Kennzahl	Schaltgruppe	OS	US	OS	US
0	Yy0				
5	Dy5				
5	Yd5				
6	Dd6				

<sup>a)</sup> Wobei die Seite 1 jetzt als Oberspannungsseite und die Seite 2 als Unterspannungsseite angesehen wird.



**Bild 1.3.13** Beispiel einer vollständigen Wicklungsanordnung eines Dreiphasentransformators

d) *Behandlung einer vollständigen Anordnung*

Zum Abschluss der Untersuchungen des idealen Dreiphasentransformators soll eine Anordnung vollständig behandelt werden. Dazu wird ein Transformator untersucht, der auf der Seite 1 die Schaltung nach Bild 1.3.8d ( $s_1 = e^{-j\pi/6}/\sqrt{3}$ ) und auf der Seite 2 die nach Bild 1.3.8a ( $s_2 = 1$ ) aufweist. Die gesamte Anordnung ist im Bild 1.3.13 dargestellt. Es gelten die durch die Schaltungsart und die Art der Strang-Schenkel-Zuordnung bedingten Beziehungen

$$\begin{aligned} \underline{u}_{a1} &= \underline{u}_{L1,1} - \underline{u}_{L2,1}; & \underline{u}_{a2} &= \underline{u}_{L1,2} \\ \underline{i}_{L1,1} &= \underline{i}_{a1} - \underline{i}_{c1}; & \underline{i}_{L1,2} &= \underline{i}_{a2} \end{aligned}$$

Im Bild 1.3.14 ist ausgehend vom symmetrischen Stern der Netzspannung  $\underline{U}_{L1,1}$ ,  $\underline{U}_{L2,1}$  und  $\underline{U}_{L3,1}$  unter Beachtung von (1.3.7) und (1.3.9) das vollständige Zeigerbild für den Fall entwickelt worden, dass die Seite 2 auf einen symmetrischen ohmsch-induktiven Verbraucher arbeitet und  $w_1/w_2 = 2$  ist. Man erhält zunächst aus den Netzspannungen der Seite 1 die Strangspannung  $\underline{U}_{a1}$  und damit über (1.3.7) die Strangspannung  $\underline{U}_{a2}$ , die gleich der Spannung  $\underline{U}_{L1,2}$  ist. Damit kann der Strom  $\underline{I}_{L1,2} = \underline{I}_{a2}$  mit einer Phasenlage zu  $\underline{U}_{L1,2}$ , die dem vorliegenden Belastungsfall entspricht, eingetragen werden. Die Ströme  $\underline{I}_{a2}$  usw. liefern über (1.3.9) die Ströme  $\underline{I}_{a1}$  usw., und damit gewinnt man schließlich die Ströme  $\underline{I}_{L1,1}$  usw. Die Reihenfolge der Schritte bei der Entwicklung des Zeigerbilds ist im Bild 1.3.14 angedeutet. Aus dem Zeigerbild kann entnommen werden

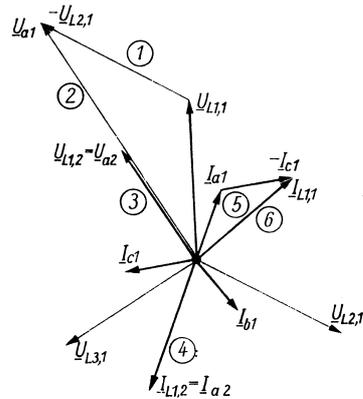
$$\underline{U}_{L1,2} = \frac{\sqrt{3}}{2} e^{j\pi/6} \underline{U}_{L1,1}$$

bzw.

$$\underline{I}_{L1,2} = -\frac{2}{\sqrt{3}} e^{j\pi/6} \underline{I}_{L1,1}$$

Durch Vergleich mit (1.3.11) bzw. (1.3.15) folgt aus beiden Beziehungen

$$\underline{\ddot{u}} = \frac{2}{\sqrt{3}} e^{-j\pi/6}$$



**Bild 1.3.14** Zeigerbild der Ströme und Spannungen des idealen Dreiphasentransformators nach Bild 1.3.13 für  $w_1/w_2 = 2$ , der an einem gegebenen symmetrischen Netz der Spannungen  $\underline{U}_{L1,1}$ ,  $\underline{U}_{L2,1}$  und  $\underline{U}_{L3,1}$  liegt und auf einen symmetrischen ohmsch-induktiven Verbraucher arbeitet.

1 bis 6: Reihenfolge der Entwicklung.

Der symmetrische Stern aller Größen des Dreiphasensystems ist der besseren Übersicht wegen nur für die Spannungen  $\underline{U}_{L1,1}$ ,  $\underline{U}_{L2,1}$  und  $\underline{U}_{L3,1}$  und die Ströme  $\underline{I}_{a1}$ ,  $\underline{I}_{b1}$  und  $\underline{I}_{c1}$  dargestellt

Die gleiche Beziehung erhält man mit den Schaltungsfaktoren nach Bild 1.3.8 und  $w_1/w_2 = 2$  aus (1.3.12). Die Schaltungsbezeichnung des behandelten Transformators lautet mit (1.3.17) Dy11.

### 1.3.2.2 Wirkungsweise bei noch hinsichtlich der Ströme idealem Verhalten

Wenn  $\mu_{Fe} = \infty$  und  $\kappa_{Fe} = 0$  als ideale Werkstoffeigenschaften beibehalten werden [s. Abschnitt 1.2.2.4a)], bleibt (1.3.8) als Beziehung zwischen den Strömen der Wicklungsstränge auf dem Bezugsschenkel  $a$  erhalten. Demgegenüber müssen jedoch die Spannungsgleichungen jetzt in der allgemeinen Form

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_{a1} &= R_{\text{str}1} \underline{i}_{a1} + j\omega \underline{\Psi}_{a1} \\ \underline{u}_{a2} &= R_{\text{str}2} \underline{i}_{a2} + j\omega \underline{\Psi}_{a2} \end{aligned} \right\} \quad (1.3.18)$$

formuliert werden, wobei  $R_{\text{str}1}$  und  $R_{\text{str}2}$  die Widerstände der beiden auf einem Schenkel untergebrachten Wicklungsstränge sind. Aus (1.3.18) folgt durch Einführen von (1.3.8) für die Abweichung vom idealen Verhalten der Strangspannungen [vgl. (1.2.39)]

$$\underline{u}_{a1} - \frac{w_1}{w_2} \underline{u}_{a2} = \left[ R_{\text{str}1} + \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2 R_{\text{str}2} \right] \underline{i}_{a1} + j\omega \left( \underline{\Psi}_{a1} - \frac{w_1}{w_2} \underline{\Psi}_{a2} \right). \quad (1.3.19)$$

Die Flussverkettung  $[\underline{\Psi}_{a1} - (w_1/w_2)\underline{\Psi}_{a2}]$  rührt entsprechend den Betrachtungen beim Einphasentransformator im Abschnitt 1.2.2.4c) nur vom Feld außerhalb des magnetischen Kreises her. Es soll angenommen werden, dass zu diesem Feld nur die Ströme der beiden betrachteten Wicklungsstränge Beiträge liefern. Die Kopplung zwischen Wicklungssträngen auf verschiedenen Schenkeln über Teile des Felds, die sich außerhalb des magnetischen Kreises ausbilden, wird also vernachlässigt. Dann gelten für  $[\underline{\Psi}_{a1} - (w_1/w_2)\underline{\Psi}_{a2}]$  die bereits bei der Behandlung des Einphasentransformators angestellten Überlegungen, und es lässt sich entsprechend Abschnitt 1.2.2.4c) formulieren

$$j\omega \left( \underline{\Psi}_{a1} - \frac{w_1}{w_2} \underline{\Psi}_{a2} \right) = jX_{\sigma\text{str}} \underline{i}_{a1}. \quad (1.3.20)$$

Dabei ist  $X_{\sigma\text{str}}$  die der Gesamtstreuung zwischen den beiden Wicklungssträngen auf einem Schenkel zugeordnete Streureaktanz von der Seite 1 her gesehen. Um die Beziehungen zwischen den nach außen in Erscheinung tretenden Größen, d.h. zwischen den Strömen und zwischen den Spannungen der äußeren Zuleitungen zu erhalten, müssen in (1.3.8) und (1.3.19) unter Beachtung von (1.3.20) die Beziehungen (1.3.2) und (1.3.3) eingeführt werden. Man erhält

$$\left. \begin{aligned} \underline{s}_1^* \underline{i}_{L1,1} + \frac{w_2}{w_1} \underline{s}_2^* \underline{i}_{L1,2} &= 0 \\ \frac{1}{\underline{s}_1} \underline{u}_{L1,1} - \frac{1}{\underline{s}_2} \frac{w_1}{w_2} \underline{u}_{L1,2} &= (R_{\text{str}} + jX_{\sigma\text{str}}) \underline{s}_1^* \underline{i}_{L1,1} \end{aligned} \right\} \quad (1.3.21)$$

mit

$$R_{\text{str}} = R_{\text{str1}} + \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2 R_{\text{str2}}.$$

Daraus folgt durch Einführen des komplexen Übersetzungsverhältnisses  $\underline{u}$  nach (1.3.12)

$$\left. \begin{aligned} \underline{i}_{L1,1} + \frac{1}{\underline{u}^*} \underline{i}_{L1,2} &= 0 \\ \underline{u}_{L1,1} - \underline{u} \underline{u}_{L1,2} &= (R_{\text{str}} + jX_{\sigma\text{str}}) \underline{s}_1^2 \underline{i}_{L1,1} \end{aligned} \right\}. \quad (1.3.22)$$

Wenn nunmehr zweckmäßig transformierte Größen der Seite 2 eingeführt werden und auf den Index L1 zur Kennzeichnung des betrachteten äußeren Leiters verzichtet wird, gehen die Gleichungen (1.3.22) über in

$$\boxed{\begin{aligned} \underline{i}'_1 + \underline{i}'_2 &= 0 \\ \underline{u}_1 - \underline{u}'_2 &= (R + jX_{\sigma}) \underline{i}'_1 \end{aligned}}. \quad (1.3.23)$$

Das sind die bereits von der Betrachtung des Einphasentransformators her bekannten Beziehungen [s. (1.2.35) und (1.2.42)]. Dabei gilt jetzt

$$\left. \begin{aligned} \underline{i}'_2 &= \frac{1}{\underline{u}^*} \underline{i}_{L1,2} = \frac{1}{\underline{u}} e^{j\varphi_{\underline{u}}} \underline{i}_{L1,2} \\ \underline{u}'_2 &= \underline{u} \underline{u}_{L1,2} = \underline{u} e^{j\varphi_{\underline{u}}} \underline{u}_{L1,2} \\ R &= \underline{s}_1^2 \left[ R_{\text{str1}} + \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2 R_{\text{str2}} \right] \\ X_{\sigma} &= \underline{s}_1^2 X_{\sigma\text{str}} \end{aligned} \right\} \quad (1.3.24)$$

mit  $\underline{u}$  nach (1.3.12).

Die Transformationsbeziehungen für  $\underline{i}_{L1,2}$  und  $\underline{u}_{L1,2}$  sorgen dafür, dass die schaltungsbedingte Phasenverschiebung zwischen den Größen  $\underline{g}_1$  und  $\underline{g}_2$  verschwindet.

Damit ist die Behandlung der Wirkungsweise des noch hinsichtlich der Ströme idealen Dreiphasentransformators auf die entsprechende im Abschnitt 1.2.2.4 durchgeführte Behandlung des Einphasentransformators zurückgeführt. Die Ergebnisse der dort angestellten Untersuchungen können unmittelbar übernommen werden. Es ist lediglich zu beachten, dass die wahren Größen der Seite 2 gegenüber den transformierten nicht nur im Betrag unterschiedlich sind, sondern auch eine Phasenverschiebung um den Winkel  $\varphi_{\text{ü}}$  aufweisen.

### 1.3.2.3 Wirkungsweise bei noch hinsichtlich der Spannungen idealem Verhalten

Der reale magnetische Kreis ist ein Gebilde mit nichtlinearen Eigenschaften. Deshalb muss für die folgenden Untersuchungen – ebenso wie bei den analogen Betrachtungen beim Einphasentransformator im Abschnitt 1.2.2.5 – zunächst von beliebig zeitlich veränderlichen Größen ausgegangen werden. Andererseits besitzt der Transformator mit  $\kappa_w = \infty$  keine Wicklungswiderstände, und es existiert mit  $\mu_{\text{lufte}} = 0$  innerhalb des Bereichs der Wicklungen kein Feld außerhalb des magnetischen Kreises. Damit lassen sich die Spannungsgleichungen der Wicklungsstränge auf dem Schenkel  $a$  als

$$\left. \begin{aligned} u_{a1} &= w_1 \frac{d\Phi_a}{dt} \\ u_{a2} &= w_2 \frac{d\Phi_a}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (1.3.25)$$

angeben. Für die Schenkel  $b$  und  $c$  gelten analoge Gleichungen. Die Beziehungen zwischen den Strömen müssen über die Anwendung des Durchflutungsgesetzes auf Integrationswege im Inneren des jeweiligen magnetischen Kreises gewonnen werden.

#### a) Magnetisierungserscheinungen

Wie bei der Behandlung des Einphasentransformators wird angenommen, dass die Seite 1 an einem starren Netz sinusförmiger Spannungen liegt. Die Seite 2 soll leerlaufen, damit die Magnetisierungserscheinungen deutlich hervortreten. Aufgrund der Nichtlinearität des magnetischen Kreises ist trotz der sinusförmigen Netzspannung damit zu rechnen, dass die Magnetisierungsströme und u. U. auch die Schenkelflüsse Oberschwingungen enthalten. Sowohl das Zusammenschalten der elektrischen Kreise zur Stern- oder Dreieckschaltung als auch die Vereinigung der magnetischen Kreise wurden unter der Voraussetzung als möglich und vorteilhaft erkannt, dass die Ströme einerseits und die Flüsse andererseits rein sinusförmig sind und symmetrische Dreiphasensysteme mit  $120^\circ$  Phasenverschiebung untereinander darstellen. Da die Oberschwingungen diese Eigenschaften z.T. nicht besitzen, treten neuartige Erscheinungen auf. Sie werden von der Art der elektrischen und der Art der magnetischen Zusammenschaltung abhängen, d.h. von der Schaltung der Wicklungen einerseits und der Ausführung des magnetischen Kreises andererseits. Dabei gewinnt nunmehr die Frage Bedeutung, ob der magnetische Kreis einen freien magnetischen Rückschluss

aufweist oder nicht (s. Tabelle 1.3.1). Im ersten Fall können die Flüsse voneinander unabhängige Werte annehmen, im zweiten hingegen muss  $\Phi_a + \Phi_b + \Phi_c = 0$  sein, wenn sich nicht ein Fluss  $\Phi_{\text{luft}} = \Phi_a + \Phi_b + \Phi_c$  von Joch zu Joch über den Außenraum schließen soll. Damit ein derartiges Feld überhaupt entstehen kann, darf die ideale Werkstoffeigenschaft  $\mu_{\text{luft}} = 0$  natürlich nicht auf den Bereich außerhalb der Wicklungen ausgedehnt werden.

Die folgenden Betrachtungen sollen die prinzipiellen Erscheinungen zeigen. Deshalb wird darauf verzichtet, die magnetische Asymmetrie zu berücksichtigen, die vor allem beim Dreiphasen-Kerntransformator von Bedeutung ist. Es ist erforderlich, eine Reihe von Fällen getrennt zu untersuchen.

#### Fall I: Sternschaltung der Seite 1 mit angeschlossenem Sternpunkt

Die Schaltung der betrachteten Anordnung zeigt Bild 1.3.15. Das gegebene Spannungssystem

$$\left. \begin{aligned} u_{L1} &= \hat{u} \cos(\omega t + \varphi_u) \\ u_{L2} &= \hat{u} \cos\left(\omega t + \varphi_u - \frac{2\pi}{3}\right) \\ u_{L3} &= \hat{u} \cos\left(\omega t + \varphi_u - \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned} \right\} \quad (1.3.26)$$

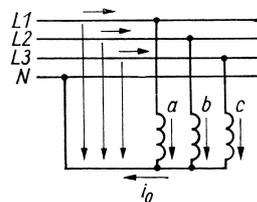
legt unmittelbar die Strangspannungen der Wicklung 1 fest als

$$u_a = u_{L1}; \quad u_b = u_{L2}; \quad u_c = u_{L3}.$$

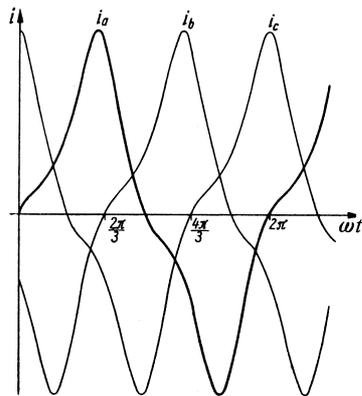
Diese sinusförmigen Strangspannungen diktieren über (1.3.25) zeitlich sinusförmige Flüsse

$$\left. \begin{aligned} \Phi_a &= \frac{\hat{u}}{\omega w_1} \cos\left(\omega t + \varphi_u - \frac{\pi}{2}\right) \\ \Phi_b &= \frac{\hat{u}}{\omega w_1} \cos\left(\omega t + \varphi_u - \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) \\ \Phi_c &= \frac{\hat{u}}{\omega w_1} \cos\left(\omega t + \varphi_u - \frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \right\}, \quad (1.3.27)$$

die ein symmetrisches Dreiphasensystem positiver Phasenfolge darstellen. Die Summe dieser drei Flüsse ist in jedem Augenblick Null, so dass hinsichtlich der Ausbildung



**Bild 1.3.15** Schaltung zum Fall I der untersuchten Magnetisierungserscheinungen



**Bild 1.3.16** Verlauf der Magnetisierungsströme  $i_a, i_b, i_c$  im Fall I der untersuchten Magnetisierungserscheinungen

des Felds auch dann keine Schwierigkeiten bestehen, wenn der magnetische Kreis keinen freien magnetischen Rückschluss aufweist. Unterscheidungen hinsichtlich der Ausführungsformen des magnetischen Kreises sind deshalb für den betrachteten Fall I nicht erforderlich.

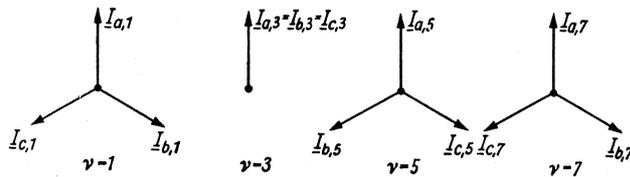
Zwischen dem Fluss  $\Phi$  im Schenkel und der Durchflutung  $\Theta$  für den maßgebenden Integrationsweg herrscht ein Zusammenhang, dessen prinzipieller Verlauf im Bild 1.2.28 wiedergegeben wurde. Entsprechend dieser Kennlinie  $\Phi = f(\Theta)$  erfordert ein sinusförmiger Fluss einen Durchflutungsverlauf, der außer der Grundschwingung auch alle ungeradzahligen Harmonischen enthält. Im betrachteten Leerlauf muss diese Durchflutung vom jeweiligen Strangstrom der Wicklung 1 aufgebracht werden, der deshalb denselben Zeitverlauf hat wie die Durchflutung. Die Zeitverläufe der drei Strangströme sind gemäß Bild 1.3.16 entsprechend der Phasenverschiebung der drei Flüsse um eine Drittel Periodendauer gegeneinander verschoben. Wenn also  $i_a = f(\omega t)$  ist, so gilt  $i_b = f(\omega t - 2\pi/3)$  und  $i_c = f(\omega t - 4\pi/3)$ . Der Verlauf des Stroms  $i_a$  kann dargestellt werden als

$$i_a = \hat{i}_1 \cos(\omega t + \varphi_{i1}) + \hat{i}_3 \cos(3\omega t + \varphi_{i3}) + \hat{i}_5 \cos(5\omega t + \varphi_{i5}) + \dots \quad (1.3.28)$$

Damit erhält man für die anderen beiden Strangströme

$$\left. \begin{aligned} i_b &= \hat{i}_1 \cos(\omega t + \varphi_{i1} - \frac{2\pi}{3}) + \hat{i}_3 \cos(3\omega t + \varphi_{i3} - 3\frac{2\pi}{3}) \\ &\quad + \hat{i}_5 \cos(5\omega t + \varphi_{i5} - 5\frac{2\pi}{3}) + \dots \\ i_c &= \hat{i}_1 \cos(\omega t + \varphi_{i1} - \frac{4\pi}{3}) + \hat{i}_3 \cos(3\omega t + \varphi_{i3} - 3\frac{4\pi}{3}) \\ &\quad + \hat{i}_5 \cos(5\omega t + \varphi_{i5} - 5\frac{4\pi}{3}) + \dots \end{aligned} \right\} \quad (1.3.29)$$

Die drei Grundschwingungsströme bilden ein symmetrisches Dreiphasensystem mit der gleichen positiven Phasenfolge wie die Flüsse nach (1.3.27) bzw. die Spannungen nach (1.3.26). Demgegenüber sind die drei dritten Harmonischen in den Gleichungen (1.3.28) und (1.3.29) gleichphasig. Die drei fünften Harmonischen bilden



**Bild 1.3.17** Phasenfolgen der Harmonischen  $\nu = 1$  bis  $\nu = 7$  der Magnetisierungsströme nach Bild 1.3.16

wieder ein symmetrisches Dreiphasensystem, das allerdings die umgekehrte Phasenfolge aufweist wie das der Grundschwingungen. Wie leicht einzusehen ist, liefern die siebenten Harmonischen ein symmetrisches Dreiphasensystem, das wiederum die gleiche Phasenfolge hat wie die Grundschwingungen, während die drei neunten Harmonischen wie die drei dritten phasengleich sind. Im Bild 1.3.17 sind die Zeigerbilder der einzelnen Harmonischen dargestellt. Dabei wurden die Amplituden gleich groß gezeichnet, also mit verschiedenen Maßstäben. Außerdem sind die Phasenwinkel willkürlich als  $\varphi_{i1} = \varphi_{i3} = \varphi_{i5} = \dots$  festgelegt worden, da nur die unterschiedliche Phasenfolge zum Ausdruck gebracht werden soll. Aus dem Schaltbild 1.3.15 folgt für die Ströme

$$i_{L1} = i_a; \quad i_{L2} = i_b; \quad i_{L3} = i_c.$$

In den äußeren Zuleitungen fließen Ströme, die durch (1.3.28) und (1.3.29) gegeben sind. Die Verbindungsleitung zum Sternpunkt führt entsprechend der Aussage des Knotenpunktsatzes den Strom

$$i_0 = i_a + i_b + i_c, \quad (1.3.30)$$

der sich mit (1.3.28) und (1.3.29) ausdrücken lässt als

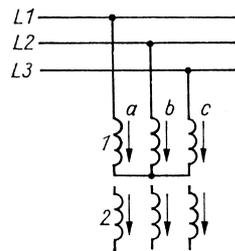
$$i_0 = 3\hat{i}_3 \cos(3\omega t + \varphi_{i3}) + 3\hat{i}_9 \cos(9\omega t + \varphi_{i9}) + \dots$$

Während sich die Harmonischen, die ein symmetrisches Dreiphasensystem positiver oder negativer Phasenfolge bilden, zu null addieren, können die gleichphasigen Harmonischen der Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. nur über den Nullleiter abfließen.

In den Strängen der Wicklung 2 werden von den sinusförmigen Flüssen nach (1.3.27) sinusförmige Spannungen induziert. Damit fließen in den unbelasteten Wicklungssträngen auch dann keine Ströme, wenn sie im Dreieck geschaltet sind. Eine Unterscheidung hinsichtlich der Art der Schaltung auf der Seite 2 ist also bei angeschlossenem Sternpunkt auf der Seite 1 nicht erforderlich.

#### Fall II: Sternschaltung der Wicklung 1 bei isoliertem Sternpunkt

Es soll angenommen werden, dass die Wicklungsstränge auf der Seite 2 noch nicht zusammengeschaltet sind. Die Schaltung der zunächst betrachteten Anordnung zeigt



**Bild 1.3.18** Schaltung der Seite 1 zum Fall II der untersuchten Magnetisierungserscheinungen

Bild 1.3.18. Die Vorgänge in der Wicklung 2 und deren Rückwirkung auf die Wicklung 1 werden im Anschluss behandelt. Vor den eigentlichen Untersuchungen sei nochmals daran erinnert, dass die magnetischen Kreise im Rahmen der vorliegenden Betrachtungen stets als symmetrisch vorausgesetzt werden. Dann ist zu erwarten, dass die Verläufe der Ströme  $i_b = i_b(\omega t)$  und  $i_c = i_c(\omega t)$  die gleiche Form haben wie der Strom  $i_a = i_a(\omega t)$ . Die Verläufe sind lediglich um ein Drittel bzw. zwei Drittel der Periodendauer gegeneinander verschoben. Das traf z. B. auch für die Ströme nach Bild 1.3.16 zu. Analoge Überlegungen gelten für die Flüsse oder irgendwelche Teilspannungen, die durchaus nicht immer rein sinusförmig sind. Daraus folgt, dass die einzelnen Harmonischen der drei Größen  $g_a$ ,  $g_b$  und  $g_c$  einer Veränderlichen jeweils gleiche Amplitude besitzen und nur in solchen Phasenfolgen auftreten können, wie sie im Bild 1.3.17 für die Ströme angegeben wurden.

Angewendet auf den vorliegenden Fall II folgt aus den soeben angestellten Überlegungen, dass die Harmonischen der Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. in den Strangströmen nicht auftreten können, denn der isolierte Sternpunkt erzwingt  $i_a + i_b + i_c = 0$ . Ein Rückblick auf die Ergebnisse der Betrachtungen zu Fall I zeigt, dass diese Harmonischen dort gerade in dem angeschlossenen Nullleiter geflossen sind, der jetzt abgetrennt worden ist. Wenn aber nicht das vollständige Oberschwingungsgemisch der Magnetisierungsströme vorhanden ist, können natürlich andererseits keine sinusförmigen Flüsse aufgebaut werden. Das wiederum ist auch nicht erforderlich, denn das Netz legt nicht mehr unmittelbar die Strangspannungen, sondern entsprechend Bild 1.3.18 jeweils die Differenz zweier Strangspannungen als sinusförmig fest, z. B. ausgehend von (1.3.26) in der Form

$$u_{L1L2} = \hat{u}\sqrt{3} \cos(\omega t + \varphi_u + \frac{\pi}{6}) = u_a - u_b. \quad (1.3.31)$$

Dann können aber die Strangspannungen  $u_a$ ,  $u_b$  und  $u_c$  außer der Grundschwingung auch Harmonische der Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. aufweisen, die stets gleichphasig sind und sich bei der Differenzbildung nach (1.3.31) herausheben. Diesen Harmonischen der Strangspannungen sind über (1.3.25) Harmonische der Flüsse mit gleicher Ordnungszahl zugeordnet. Die in den Strömen fehlenden Harmonischen sind also bei den Flüssen zu beobachten.

Mit dem Auftreten von Flussharmonischen der Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. ist es für die weiteren Betrachtungen erforderlich, die Art des magnetischen Rück-

schlusses zu beachten. Wenn der betrachtete Transformator freien magnetischen Rückschluss aufweist, können sich die einzelnen Harmonischen der Schenkelflüsse ebenso wie ihre Grundschwingungen über den stets vorhandenen Rückschlussweg schließen. Fehlt dagegen der freie magnetische Rückschluss wie bei den Dreiphasen-Kerntransformatoren (s. Tabelle 1.3.1), so müssen sich die Flussharmonischen über den Außenraum von Joch zu Joch schließen, denn sie sind als Harmonische der Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. entsprechend den eingangs angestellten Überlegungen gleichphasig. Damit gilt z.B. für die dritten Harmonischen

$$\Phi_{\text{luft},3} = \Phi_{a,3} + \Phi_{b,3} + \Phi_{c,3} = 3\Phi_{a,3}.$$

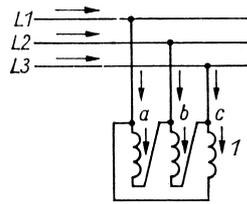
Diese Flussharmonischen werden sich natürlich vorzugsweise über äußere ferromagnetische Konstruktionsteile schließen und rufen dort Ummagnetisierungsverluste hervor.

Mit dem Auftreten von Flussharmonischen der Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. wird es außerdem notwendig, die Art der Schaltung der Wicklung 2 zu beachten, denn die Flussharmonischen induzieren in den Wicklungssträngen der Wicklung 2 Spannungsharmonische gleicher Ordnungszahlen.

Bei Sternschaltung der Seite 2 werden zwischen den äußeren Zuleitungen nur Spannungen der Grundschwingung beobachtet, denn die jeweils gleichphasigen Harmonischen der Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. heben sich durch die Differenzbildung entsprechend  $u_{L1L2,2} = u_{a2} - u_{b2}$  usw. heraus.

Bei Dreieckschaltung der Seite 2 entsteht für die gleichphasigen Harmonischen der Strangspannungen mit den Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. ein Kurzschluss, denn die Dreieckschaltung erzwingt auf der Seite 2  $u_{a2} + u_{b2} + u_{c2} = 0$ . Die induzierten Spannungen dieser Ordnungszahlen treiben deshalb Kurzschlussströme gleicher Ordnungszahlen an. Diese Kurzschlussströme in der in Dreieck geschalteten Wicklung 2 bauen Felder jeweils gleicher Frequenz auf, die unter Vernachlässigung der Streuung die ursprünglichen Felder dieser Frequenz kompensieren, so dass in den Schenkeln wieder sinusförmige Flüsse vorhanden sind. Die Durchflutung dieser Ströme ist gleich der des Stroms  $i_0$  im Fall I. Die Dreieckschaltung der Wicklung 2 bietet somit eine Möglichkeit, die bei der Sternschaltung der Wicklung 1 und isoliertem Sternpunkt zu erwartenden Flussharmonischen zu vermeiden. Das ist insbesondere dann wünschenswert, wenn der verwendete magnetische Kreis keinen freien magnetischen Rückschluss hat, da sich die Flussüberschwingungen sonst über äußere Bauteile (vor allem über das Gefäß) schließen würden, was zu starken örtlichen Erwärmungen führen kann.

Wenn die Sternschaltung der Wicklung 2 aus anderen Gründen beibehalten werden soll, kann man zusätzlich eine in Dreieck geschaltete Wicklung vorsehen, die mit keinerlei äußeren Zuleitungen verbunden wird. In dieser sog. *Ausgleichswicklung* oder auch *Tertiärwicklung* fließen dann – entsprechend dem Mechanismus, der bei der Betrachtung der in Dreieck geschalteten Wicklung beschrieben wurde – die im



**Bild 1.3.19** Schaltung der Seite 1 zum Fall III der untersuchten Magnetisierungserscheinungen

Magnetisierungsstrom fehlenden Harmonischen. Die Ausgleichswicklung kann aus diesem Grunde unter Einsatz von relativ wenig Leitermaterial dimensioniert werden.

#### Fall III: Dreieckschaltung der Wicklung 1

Die Schaltung der betrachteten Anordnung zeigt Bild 1.3.19. Daraus ist abzulesen, dass die Netzspannungen unmittelbar die Strangspannungen der Wicklung 1 als sinusförmige Spannungen festlegen. Es gilt z. B. ausgehend von (1.3.26) für den Strang  $a$

$$u_a = u_{L1L2} = \hat{u}\sqrt{3} \cos(\omega t + \varphi_u + \frac{\pi}{6}).$$

Damit müssen entsprechend (1.3.25) auch die Schenkelflüsse sinusförmig werden. Dazu wiederum ist erforderlich, dass in den Strangströmen sämtliche ungeradzahigen Harmonischen enthalten sind. Diese müssen sich also durch (1.3.28) und (1.3.29) darstellen lassen. Die Ströme in den äußeren Zuleitungen erhält man durch Anwenden des Knotenpunktsatzes als Differenz zweier Strangströme z. B. in der Form

$$i_{L1} = i_a - i_c.$$

Durch diese Differenzbildung fließen keine gleichphasigen Harmonischen der Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. in den äußeren Zuleitungen. Diese Aussage erhält man auch aus der Beziehung  $i_{L1} + i_{L2} + i_{L3} = 0$  zwischen den Strömen in den äußeren Zuleitungen, die unmittelbar aus der Quellenfreiheit der elektrischen Strömung folgt (s. Abschnitt 0.4, Bild 0.4.3). Die gleichphasigen Harmonischen der Magnetisierungsströme mit den Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. fließen demnach nur als Kurzschlussströme innerhalb der Dreieckschaltung. Sie entstehen dort als Folge der Spannungen, die von den Flussharmonischen gleicher Ordnungszahl induziert werden. Diese Flussharmonischen sind wegen des Fehlens einzelner Harmonischer des Magnetisierungsstroms zunächst vorhanden. Sie verschwinden mit dem Wirksamwerden der Kurzschlussströme vollständig, da die Wicklungen widerstandslos angenommen wurden.

Mit dem Fehlen von Harmonischen der Schenkelflüsse übt die Ausführung des magnetischen Kreises auf den Charakter der Vorgänge im Transformator keinen Einfluss aus. Aus dem gleichen Grund ist es für diese Vorgänge gleichgültig, in welcher Schaltung die Wicklung 2 ausgeführt wird.

*b) Folgen der Oberschwingungen im Magnetisierungsstrom*

Die Folgen der Oberschwingungen im Magnetisierungsstrom sind Spannungsabfälle höherer Frequenz über den Leitungsreaktanzen und den Gesamtstreureaktanzen vorgeschalteter Transformatoren sowie den inneren Reaktanzen der Generatoren. Diese Spannungsabfälle können merkliche Werte annehmen, obwohl die Magnetisierungsströme klein gegenüber den Bemessungsströmen der Transformatoren und in diesen wiederum die Oberschwingungen klein gegenüber der Grundschwingung sind, da sämtliche Reaktanzen des Netzes frequenzproportional sind. Durch die Spannungsabfälle höherer Frequenz werden die Spannungen in den einzelnen Netzpunkten selbst verzerrt. Aus diesem Grund strebt man von seiten der Energieversorgung Transformatoren mit möglichst sinusförmigem Magnetisierungsstrom an. Einen ersten Schritt hierzu bildet die Verwendung von Transformatoren, die eine in Dreieck geschaltete Wicklung aufweisen, da diese Wicklung die erforderlichen Harmonischen mit durch 3 teilbaren Ordnungszahlen als Kurzschlussstrom führt. Durch Kunstgriffe im Aufbau des magnetischen Kreises (Fünfschenkel-Transformator) und mit Hilfe zusätzlicher Wicklungen gelingt es, auch die fünfte Harmonische vom Netz fernzuhalten.

*c) Wirkungsweise bei noch hinsichtlich der Spannungen idealem Verhalten unter Vernachlässigung der Oberschwingungserscheinungen*

Wenn sämtliche Oberschwingungen vernachlässigt werden, sind alle Größen sinusförmig, und es kann zur komplexen Darstellung übergegangen werden. Die Spannungsgleichungen (1.3.25) der Wicklungsstränge  $a1$  und  $a2$  auf dem Schenkel  $a$  nehmen dann die Form

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_{a1} &= j\omega w_1 \underline{\Phi}_a \\ \underline{u}_{a2} &= j\omega w_2 \underline{\Phi}_a \end{aligned} \right\} \quad (1.3.32)$$

an. Die Oberschwingungserscheinungen verschwinden, wenn die Magnetisierungskennlinie wie beim Einphasentransformator durch eine Ellipse angenähert wird. Dabei weist die durch eine Ellipse angenäherte dynamische Magnetisierungskennlinie außer der Hysterese auch den Einfluss der Wirbelströme aus (s. Bild 1.2.36). Wenn der Dreiphasentransformator auf der gleichen Näherungsebene behandelt werden soll, muss von der durch eine Ellipse angenäherten dynamischen Magnetisierungskennlinie  $\Phi = f(\Theta_1^+)$  ausgegangen werden, die zwischen dem Fluss  $\Phi$  durch einen Schenkel und der Durchflutung  $\Theta_1^+$  für den jeweils maßgebenden Integrationsweg nach Bild 1.3.10 vermittelt. Damit erhält man über das Durchflutungsgesetz für den Schenkel  $a$  entsprechend (1.2.58)

$$\dot{i}_{a1} w_1 + \dot{i}_{a2} w_2 = \underline{\Theta}_1^+ . \quad (1.3.33)$$

Aus (1.3.32) folgt

$$\underline{u}_{a1} - \frac{w_1}{w_2} \underline{u}_{a2} = 0$$

und durch Einführen der Spannungen  $\underline{u}_{L1,1} = \underline{u}_1$  und  $\underline{u}_{L1,2} = \underline{u}_2$  an den Klemmen der Bezugsleiter L1 mit Hilfe von (1.3.2)

$$\underline{u}_1 - \frac{w_1 s_1}{w_2 s_2} \underline{u}_2 = \underline{u}_1 - \underline{\ddot{u}} \underline{u}_2 = 0 \quad (1.3.34)$$

mit  $\underline{\ddot{u}}$  nach (1.3.12). Wenn man über (1.3.3) die Ströme  $\underline{i}_{L1,1} = \underline{i}_1$  und  $\underline{i}_{L1,2} = \underline{i}_2$  in den äußeren Zuleitungen L1 einführt, folgt aus (1.3.33)

$$\underline{i}_1 + \frac{w_2 s_2^*}{w_1 s_1^*} \underline{i}_2 = \underline{i}_1 + \frac{1}{\underline{\ddot{u}}^*} \underline{i}_2 = \frac{\Theta_1^+}{w_1 s_1^*}. \quad (1.3.35)$$

Die Gleichungen (1.3.34) und (1.3.35) gehen durch Einführen transformierter Größen der Seite 2 entsprechend (1.3.24) über in

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_1 - \underline{u}'_2 &= 0 \\ \underline{i}_1 + \underline{i}'_2 &= \underline{i}_{11} \end{aligned} \right\}, \quad (1.3.36)$$

wobei sich der Leerlaufstrom  $\underline{i}_{11}$  als

$$\underline{i}_{11} = \frac{\Theta_1^+}{w_1 s_1^*}$$

ergibt. Diese Beziehungen entsprechen vollständig jenen, die im Abschnitt 1.2.2.5c) für den Einphasentransformator hergeleitet wurden. Damit ist die Behandlung der Wirkungsweise des noch hinsichtlich der Spannungen idealen linearisierten Dreiphasentransformators ebenfalls auf die entsprechende Behandlung des Einphasentransformators zurückgeführt worden, und es können die dort erhaltenen Ergebnisse übernommen werden. Es ist lediglich zu beachten, dass sich Leistungsangaben dann nur auf einen Strang des Dreiphasentransformators beziehen.

### 1.3.3

#### Analytische Behandlung und Betriebsverhalten unter symmetrischen Betriebsbedingungen

Die Behandlung der Wirkungsweise im Abschnitt 1.3.2 hat gezeigt, dass sich der Dreiphasentransformator unter symmetrischen Betriebsbedingungen – von den Oberschwingungserscheinungen abgesehen – auf den Einphasentransformator zurückführen lässt. Das Gleiche wird nunmehr hinsichtlich der analytischen Behandlung angestrebt. Dafür ist natürlich Voraussetzung, dass die gleiche Näherungsebene verwendet wird wie beim Einphasentransformator. Diese Näherungsebene wurde eingangs des Abschnitts 1.2.3.1 fixiert. Sie führt auf eine lineare Theorie eines

Transformators, der keine Ummagnetisierungsverluste besitzt. Darüber hinausgehend muss für die Dreiphasentransformatoren angenommen werden, dass zwischen Wicklungssträngen auf verschiedenen Schenkeln keine Kopplung besteht. Diese Annahme ist für die Transformatorenbänke von vornherein erfüllt. Für den Dreiphasen-Manteltransformator ist sie sicher weitgehend gültig, denn man braucht sich die Zwischenjoches nur aus Material mit  $\mu_{\text{Fe}} = \infty$  hergestellt zu denken, um sofort eine vollständige Entkopplung zu erreichen. Analoges gilt für den Fünfschenkel-Transformator. Im Fall des Dreiphasen-Kerntransformators bedeutet die Annahme fehlender Kopplung zwischen Wicklungssträngen auf verschiedenen Schenkeln hinsichtlich des Felds außerhalb des magnetischen Kreises sicher eine gewisse Abweichung von den tatsächlichen Verhältnissen. Dagegen summieren sich die Schenkelflüsse des im magnetischen Kreis ausgebildeten Felds in den Knotenpunkten zwischen den Jochen und dem Mittelschenkel unter der Voraussetzung symmetrischer Betriebsbedingungen und bei Vernachlässigung der Asymmetrie des magnetischen Kreises stets zu null. Zwischen dem oberen und dem unteren Joch herrscht im Außenraum kein magnetischer Spannungsabfall. Man kann sich beide durch einen Rückschlussschenkel mit  $\mu_{\text{Fe}} = \infty$  verbunden denken, ohne dass der Transformator seine Eigenschaften ändert. Die fehlende Kopplung zwischen Wicklungssträngen auf verschiedenen Schenkeln über das im magnetischen Kreis ausgebildete Feld wird damit offensichtlich.

Wenn angenommen werden kann, dass unter symmetrischen Betriebsbedingungen keinerlei Kopplungen zwischen Wicklungssträngen auf verschiedenen Schenkeln bestehen, bilden die beiden Stränge auf einem Schenkel jeweils einen getrennten Einphasentransformator. Die Ströme und Spannungen dieser Stränge sind also über zwei Gleichungen der Art von (1.2.69) miteinander verknüpft. Für den stets betrachteten Schenkel  $a$  lauten diese Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_{a1} &= R_{\text{str}1} \dot{i}_{a1} + jX_{\text{str}11} \dot{i}_{a1} + jX_{\text{str}12} \dot{i}_{a2} \\ \underline{u}_{a2} &= R_{\text{str}2} \dot{i}_{a2} + jX_{\text{str}21} \dot{i}_{a1} + jX_{\text{str}22} \dot{i}_{a2} \end{aligned} \right\}, \quad (1.3.37)$$

wobei die Widerstände und Reaktanzen dieses aus den beiden Wicklungssträngen auf einem Schenkel bestehenden Systems den zusätzlichen Index str erhalten haben. In (1.3.37) können die Ströme und Spannungen der äußeren Zuleitungen L1 mit Hilfe von (1.3.2) und (1.3.3) eingeführt werden. Damit erhält man

$$\begin{aligned} \underline{u}_{L1,1} &= R_{\text{str}1} s_1^2 \dot{i}_{L1,1} + jX_{\text{str}11} s_1^2 \dot{i}_{L1,1} + jX_{\text{str}12} s_1 s_2^* \dot{i}_{L1,2} \\ \underline{u}_{L1,2} &= R_{\text{str}2} s_2^2 \dot{i}_{L1,2} + jX_{\text{str}21} s_2 s_1^* \dot{i}_{L1,1} + jX_{\text{str}22} s_2^2 \dot{i}_{L1,2}. \end{aligned}$$

Wenn schließlich auf den Index L1 zur Kennzeichnung der Bezugsleiter verzichtet wird und die transformierten Größen der Seite 2 eingeführt werden, die bereits im Abschnitt 1.3.2.2 als (1.3.24) definiert wurden, ergibt sich unter Beachtung von

$\underline{\dot{u}} = (\underline{s}_1/\underline{s}_2)(w_1/w_2)$  nach (1.3.12)

$$\boxed{\begin{aligned} \underline{u}_1 &= R_1 \dot{i}_1 + jX_{11} \dot{i}_1 + jX'_{12} \dot{i}'_2 \\ \underline{u}'_2 &= R'_2 \dot{i}'_2 + jX'_{21} \dot{i}_1 + jX'_{22} \dot{i}'_2 \end{aligned}} \quad (1.3.38)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} \dot{i}'_2 &= \frac{1}{\underline{\dot{u}}^*} \dot{i}_{L1,2}; & \underline{u}'_2 &= \underline{\dot{u}} \underline{u}_{L1,2}; \\ X_{11} &= s_1^2 X_{\text{str}11}; & X'_{12} &= X'_{21} = s_1^2 \frac{w_1}{w_2} X_{\text{str}12}; \\ X'_{22} &= s_1^2 \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2 X_{\text{str}22}; \\ R_1 &= s_1^2 R_{\text{str}1}; & R'_2 &= s_1^2 \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2 R_{\text{str}2}. \end{aligned} \right\} \quad (1.3.39)$$

Die Gleichungen (1.3.38) sind identisch mit den entsprechenden Gleichungen (1.2.74) für den Einphasentransformator. Damit ist auch die analytische Behandlung des Dreiphasentransformators unter symmetrischen Betriebsbedingungen auf die Behandlung des Einphasentransformators zurückgeführt worden. Unter Beachtung der Transformationsbeziehungen (1.3.39) können sämtliche Ergebnisse, die für den Einphasentransformator auf der Grundlage von (1.2.74) in den Abschnitten 1.2.3 bis 1.2.5 gewonnen wurden, übernommen werden.

In (1.3.38) sind die Spannungen und Ströme entsprechend (1.3.39) jenen beiden Strängen einer gedachten Stern-Stern-Schaltung zugeordnet, die an die Leiter L1 der beiden Seiten des Transformators angeschlossen sind (s. auch Abschnitt 0.6). Daraus folgt für die Übernahme der für den Einphasentransformator gewonnenen Ergebnisse, dass dort angegebene Ausdrücke für die Leistung auf den Dreiphasentransformator übertragen nur die Leistung eines Strangpaares angeben, d.h. ein Drittel der Gesamtleistung. Außerdem muss an die Stelle der Bezugsimpedanz  $U_N/I_N$  des Einphasentransformators die aus den Bemessungswerten von Leiter-Erde-Spannung und Leiterstrom gebildete Bezugsimpedanz des Dreiphasentransformators treten, die man zu  $U_N/(\sqrt{3}I_N)$  erhält, da vereinbarungsgemäß Bemessungsspannungen im Dreiphasensystem als Leiter-Leiter-Spannung angegeben werden.

### 1.3.4

#### Betriebsverhalten unter unsymmetrischen Betriebsbedingungen

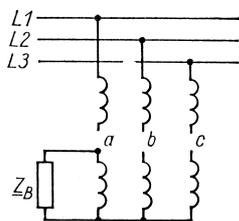
##### 1.3.4.1 Problematik des Betriebs unter unsymmetrischen Betriebsbedingungen

Das Zusammenschalten dreier Einphasensysteme zum Dreiphasensystem unter Verwendung der beiden Schaltungsarten Stern und Dreieck ist aufgrund der Eigenschaften  $\dot{i}_a + \dot{i}_b + \dot{i}_c = 0$  der Strangströme bzw.  $\underline{u}_a + \underline{u}_b + \underline{u}_c = 0$  der Strangspannun-

gen vorgenommen worden, die dann erfüllt sind, wenn diese Ströme und Spannungen symmetrische Dreiphasensysteme positiver oder negativer Phasenfolge bilden (s. Abschnitt 0.6). Das Gleiche gilt für die Vereinigung der magnetischen Kreise zum Dreiphasen-Kerntransformator hinsichtlich der Eigenschaft  $\underline{\Phi}_a + \underline{\Phi}_b + \underline{\Phi}_c = 0$  der Schenkelflüsse. Unter unsymmetrischen Betriebsbedingungen – wie unsymmetrischen Belastungen und unsymmetrischen Kurzschlüssen – ist daher mit Erscheinungen zu rechnen, die auf der Grundlage der bisher durchgeführten Analyse nicht mehr erklärt werden können und für die deshalb eine getrennte Untersuchung erforderlich ist. Als Hilfsmittel für die Untersuchung des nach außen in Erscheinung tretenden Verhaltens eines Transformators unter derartigen Betriebsbedingungen bietet sich die Theorie der symmetrischen Komponenten an.<sup>10)</sup> Um diese anwenden zu können, ist es zunächst erforderlich, das Verhalten des Transformators gegenüber den einzelnen symmetrischen Komponenten aus den Vorgängen im Inneren des Transformators herzuleiten. Das wird im Abschnitt 1.3.4.3 geschehen.

#### 1.3.4.2 Erscheinungen bei extrem unsymmetrischer Belastung und deren Folgen

Die folgenden Untersuchungen beschäftigen sich mit den inneren Vorgängen eines Transformators in dem bedeutsamsten unsymmetrischen Betriebszustand, bei dem der Transformator auf der Seite 1 an einem starren symmetrischen Netz ohne Nullleiter liegt, aber auf der Seite 2 unsymmetrisch belastet ist. Derartige unsymmetrische Belastungen entstehen vor allem durch die einphasigen Verbraucher im Niederspannungsnetz (230/400 V), die zwischen Außenleiter und Sternpunkt angeschlossen sind. Dementsprechend werden im Folgenden nur Anordnungen untersucht, die auf der Seite 2 eine Sternschaltung aufweisen. Um die Erscheinungen recht deutlich werden zu lassen, wird eine extrem unsymmetrische Belastung angenommen, bei der entsprechend Bild 1.3.20 nur ein Außenleiter belastet ist. Hinsichtlich der Schaltung der Wicklung 1 und des verwendeten magnetischen Kreises müssen eine Reihe von Fällen getrennt betrachtet werden. Die zu beobachtenden Erscheinungen betreffen die Stromverteilung in den Wicklungssträngen der Seite 1 und das Auftreten von Unsymmetrien im Spannungssystem. Diese Erscheinungen werden auch dann noch hinreichend genau wiedergegeben, wenn man die Transformatoren als noch hinsichtlich



**Bild 1.3.20** Schaltung der Seite 2 für die betrachteten Fälle extrem unsymmetrischer Belastung des Dreiphasentransformators

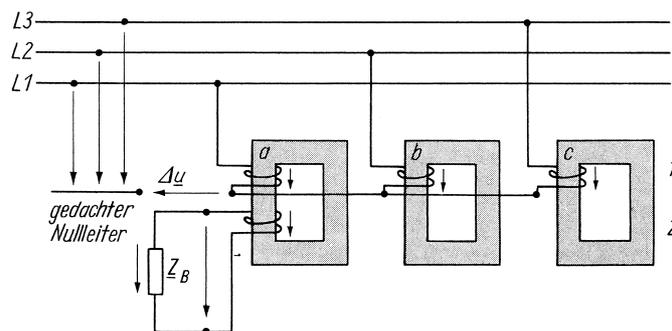
<sup>10)</sup> s. Abschnitt 0.7

der Spannungen ideal ansieht. Aus den Untersuchungen wird sich das Verhalten der Transformatoren gegenüber den symmetrischen Komponenten entwickeln lassen.

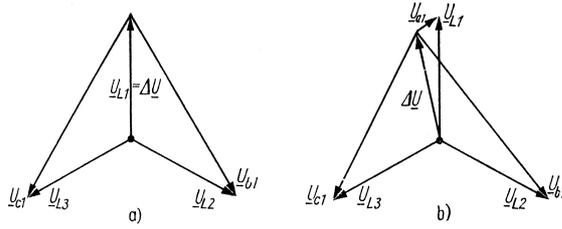
#### Fall I: Schaltungskombination Yy, magnetischer Kreis mit freiem magnetischem Rückschluss

Die Untersuchungen sollen an einer Bank aus drei Einphasen-Kerntransformatoren durchgeführt werden. Die Verwendung anderer magnetischer Kreise mit freiem magnetischem Rückschluss (s. Tabelle 1.3.1) führt auf das gleiche Ergebnis. Die zu untersuchende Anordnung ist im Bild 1.3.21 wiedergegeben. Dabei wurden die stromlosen Wicklungsstränge  $b$  und  $c$  der Seite 2 zur Erhöhung der Übersichtlichkeit nicht dargestellt. Wenn der Strang  $a$  der Seite 2 einen Strom  $i_{a2}$  führt, erfordert der damit verbundene Leistungsfluss in dem Belastungszweigpol  $Z_B$ , dass auch auf der Seite 1 Ströme fließen. Ein Strom  $i_{a1}$  kann aber nur über die Stränge  $b$  und  $c$  der Seite 1 abfließen, da der Sternpunkt nicht angeschlossen ist. In diesen Strängen wirken die Ströme jedoch wie Magnetisierungsströme, da die Rückwirkung entsprechender Ströme  $i_{b2}$  und  $i_{c2}$  fehlt. Die Folge ist, dass sich die Flüsse  $\Phi_b$  und  $\Phi_c$  als Funktion der Belastung ändern werden. Damit sind jedoch auch die Strangspannungen auf der Seite 1 Änderungen unterworfen, und es muss mit einer Störung der Symmetrie des Dreiphasensystems dieser Spannungen gerechnet werden. Diese Störung führt dazu, dass zwischen dem isolierten Sternpunkt und dem gedachten Nullleiter des Netzes eine Spannung  $\Delta u$  auftritt.

Wenn man die Transformatoren der Bank nach Bild 1.3.21 auch hinsichtlich der Ströme als ideal ansieht, folgt aus der Beziehung  $i_1 + i_2 = 0$  zwischen den Strömen des idealen Transformators [s. (1.2.27)] sofort  $i_{b1} = 0$  und  $i_{c1} = 0$ . Dann muss aber,



**Bild 1.3.21** Untersuchte Anordnung eines extrem unsymmetrisch belasteten Dreiphasentransformators in Yy-Schaltung mit freiem magnetischem Rückschluss, der als Transformatorenbank aus drei Einphasen-Kerntransformatoren ausgeführt ist. Auf die Darstellung der Stränge  $b$  und  $c$  der Seite 2 wurde zur Erhöhung der Übersichtlichkeit verzichtet



**Bild 1.3.22** Zeigerbild der symmetrischen Netzspannungen  $\underline{U}_{L1}$ ,  $\underline{U}_{L2}$ ,  $\underline{U}_{L3}$  und der Strangspannungen  $\underline{U}_{a1}$ ,  $\underline{U}_{b1}$ ,  $\underline{U}_{c1}$  für die Anordnung nach Bild 1.3.21 unter Voraussetzung  
a) idealer Eigenschaften der magnetischen Kreise;  
b) realer Eigenschaften der magnetischen Kreise mit  $X_h/X'_B = 24$  und  $X_h/R'_B = 12$

entsprechend der Anwendung des Knotenpunktsatzes für den Sternpunkt, auch  $\dot{i}_{a1} = 0$  sein und damit wegen  $\dot{i}_{a1} + \dot{i}'_{a2} = 0$  wiederum  $\dot{i}_{a2} = 0$ . Folglich fließt entsprechend  $\dot{i}_B = -\dot{i}_{a2}$  auch im Belastungszweigpol kein Strom, so dass kein Spannungsabfall über  $\underline{Z}_B$  auftritt. Es wird  $\underline{u}_{a2} = 0$  und damit, entsprechend der Beziehung  $\underline{u}_1 - \underline{u}'_2 = 0$  zwischen den Spannungen des idealen Transformators [s. (1.2.24)], auch  $\underline{u}_{a1} = 0$ , d.h.  $\Delta \underline{u} = \underline{u}_{L1}$ . Das Dreiphasensystem der Strangspannungen wird bei dem geringsten Versuch einer Belastung des Strangs *a* der Seite 2 so extrem unsymmetrisch, dass keine Spannung  $\underline{u}_{a2}$  mehr existiert. Das entsprechende Zeigerbild der Spannungen ist im Bild 1.3.22a dargestellt. Man kann die beobachtete Erscheinung auch so deuten, dass die auf der Seite 2 stromlosen Transformatoren *b* und *c* Drosseln darstellen, die dem Transformator *a* vorgeschaltet sind. Mit der Annahme  $\mu_{Fe} = \infty$  haben diese Drosseln eine unendlich große Reaktanz und verhindern das Fließen eines Stroms im Strang *a*.

Es soll nun untersucht werden, wie sich die betrachtete Anordnung verhält, wenn die Annahme idealer Eigenschaften des Transformators wenigstens hinsichtlich der Ströme bei Voraussetzung linearer magnetischer Verhältnisse fallen gelassen wird. Aus Bild 1.3.21 kann für die gesuchte Spannung  $\Delta \underline{u}$  abgelesen werden

$$\Delta \underline{u} = \underline{u}_{L1} - \underline{u}_{a1} = \underline{u}_{L2} - \underline{u}_{b1} = \underline{u}_{L3} - \underline{u}_{c1}. \quad (1.3.40)$$

Daraus folgt unter Beachtung der Symmetrie des Dreiphasensystems der Netzspannungen, d.h. mit  $\underline{u}_{L1} + \underline{u}_{L2} + \underline{u}_{L3} = 0$ ,

$$\Delta \underline{u} = -\frac{1}{3}(\underline{u}_{a1} + \underline{u}_{b1} + \underline{u}_{c1}). \quad (1.3.41)$$

Durch Einsetzen der Spannungsgleichungen der Stränge der Wicklung 1 entsprechend der ersten Gleichung (1.3.32) erhält man daraus

$$\Delta \underline{u} = -j\omega w_1 \frac{1}{3}(\underline{\Phi}_a + \underline{\Phi}_b + \underline{\Phi}_c) \quad (1.3.42)$$

und, wenn die Flüsse durch Einführen eines Leitwerts  $\Lambda_h$  des magnetischen Kreises entsprechend  $\underline{\Phi} = \Lambda_h w_1 (\underline{i}_1 + \underline{i}'_2)$  durch die Ströme ausgedrückt werden,

$$\Delta \underline{u} = -j\omega w_1^2 \Lambda_h \frac{1}{3} (\underline{i}_{a1} + \underline{i}'_{a2} + \underline{i}_{b1} + \underline{i}_{c1}) = -j \frac{X_h}{3} \underline{i}'_{a2}. \quad (1.3.43)$$

Dabei wurde die Hauptreaktanz  $X_h = \omega \Lambda_h w_1^2$  des Einphasentransformators eingeführt und beachtet, dass nach der Anwendung des Knotenpunktsatzes auf den Sternpunkt  $\underline{i}_{a1} + \underline{i}_{b1} + \underline{i}_{c1} = 0$  ist. Aus (1.3.43) und der ersten Gleichung (1.3.40) folgt mit  $\underline{u}'_{a2} = \underline{u}_{a1} = -\underline{Z}'_B \underline{i}'_{a2}$  für den Strom

$$\underline{i}'_{a2} = -\frac{\underline{u}_{L1}}{\underline{Z}'_B + j\frac{1}{3}X_h}$$

und damit für die Differenzspannung

$$\Delta \underline{u} = \frac{j\frac{1}{3}X_h}{\underline{Z}'_B + j\frac{1}{3}X_h} \underline{u}_{L1}. \quad (1.3.44)$$

Da im Bereich der Bemessungslast  $Z'_B \ll X_h$  ist, rückt  $\Delta \underline{u}$  in die Nähe von  $\underline{u}_{L1}$ . Man erhält eine starke Unsymmetrie des Dreiphasensystems der Strangspannungen. Im Bild 1.3.22b ist das Zeigerbild der Spannungen für  $\underline{Z}_B = R_B + jX_B$  dargestellt, wobei  $X_h/X'_B = 24$  und  $X_h/R'_B = 12$  angenommen wurde. Wenn man  $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$  gehen lässt und damit wieder zum idealen Transformator übergeht, wird  $X_h = \infty$ , und aus (1.3.44) folgt  $\Delta \underline{u} = \underline{u}_{L1}$ . Man erhält wiederum das Zeigerbild 1.3.22a.

Aus den angestellten Überlegungen und insbesondere aus den Zeigerbildern 1.3.22 folgt, dass die Schaltungskombination Yy in Verbindung mit nicht angeschlossenem Nullleiter auf der Seite 1 und einem magnetischen Kreis, der einen freien magnetischen Rückschluss aufweist, nicht einphasig belastet werden darf. Dieses Verbot muss weniger unter dem Gesichtspunkt des starken Rückgangs der Spannung  $U_{a2}$  als vor allem wegen des Anstiegs der Spannungen  $U_{b2}$  und  $U_{c2}$  ausgesprochen werden.

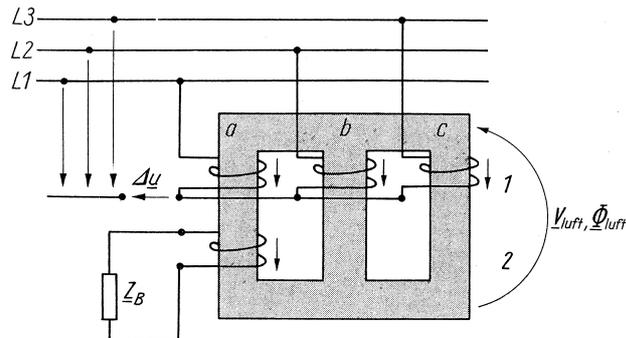
Im Extremfall des einpoligen Kurzschlusses wird mit  $\underline{Z}_B = 0$  und damit  $\underline{u}'_{a2} = \underline{u}_{a1} = 0$  sowie  $\underline{\Phi}_a = 0$  auch  $\underline{i}_{a1} + \underline{i}'_{a2} = 0$  und  $\Delta \underline{u} = \underline{u}_{L1}$ . Damit erhält man aus (1.3.43) für die Kurzschlussströme in den Strängen *a*

$$\underline{i}_{a1} = -\underline{i}'_{a2} = \frac{\underline{u}_{L1}}{j\frac{1}{3}X_h}.$$

Die Kurzschlussströme werden im Fall des einpoligen Kurzschlusses durch die Hauptreaktanz  $X_h$  begrenzt und damit sehr klein. Das erscheint zunächst nur vorteilhaft, führt jedoch dazu, dass auch die vorzusehenden Schutzeinrichtungen den einpoligen Kurzschluss nicht mehr erfassen können.

Fall II: Schaltungskombination Yy, magnetischer Kreis ohne freien magnetischen Rückschluss

Die betrachtete Anordnung ist im Bild 1.3.23 dargestellt. Dabei wurden die stromlosen Stränge der Wicklung 2 zur Erhöhung der Übersichtlichkeit wiederum weggelassen.



**Bild 1.3.23** Untersuchte Anordnung eines extrem unsymmetrisch belasteten Dreiphasen-Kerntransformators in Y-Schaltung

Hinsichtlich der zu erwartenden Ströme in den Wicklungssträngen 1 und der daraus folgenden Überlegungen für die Schenkelflüsse bleiben die zu Fall I eingangs getroffenen Feststellungen weiterhin gültig. Es muss jedoch beachtet werden, dass die Flüsse nicht ohne weiteres beliebige Werte annehmen können. Sie müssen sich bei  $\underline{\Phi}_a + \underline{\Phi}_b + \underline{\Phi}_c \neq 0$  als Fluss

$$\underline{\Phi}_{\text{luft}} = \underline{\Phi}_a + \underline{\Phi}_b + \underline{\Phi}_c \quad (1.3.45)$$

von Joch zu Joch schließen. Zwischen diesem Fluss  $\underline{\Phi}_{\text{luft}}$  und dem magnetischen Spannungsabfall  $\underline{V}_{\text{luft}}$  zwischen den Jochen vermittelt ein Leitwert  $\Lambda_{\text{luft}}$ . Wenn dieser einen endlichen Wert hat, kann der übrige Transformator im Zuge der folgenden Betrachtungen als ideal angesehen werden. Für die Spannung  $\Delta \underline{u}$  zwischen dem Sternpunkt und dem gedachten Nullleiter des Netzes ergeben sich wiederum die Gleichungen (1.3.40) bis (1.3.42). Aus (1.3.42) folgt durch Einführen des Flusses  $\underline{\Phi}_{\text{luft}}$  nach (1.3.45)

$$\Delta \underline{u} = -j\omega w_1 \frac{1}{3} \underline{\Phi}_{\text{Luft}} = -j\omega w_1 \frac{1}{3} \Lambda_{\text{luft}} \underline{V}_{\text{luft}} \quad (1.3.46)$$

Aus der Anwendung des Durchflutungsgesetzes auf die Anordnung nach Bild 1.3.23 erhält man die Aussagen

$$\frac{V_o}{w_1} = \frac{V_{\text{luft}}}{w_1} = i_{a1} + i'_{a2} = i_{b1} = i_{c1} \quad (1.3.47)$$

Daraus folgt entsprechend der Aussage des Knotenpunktsatzes mit  $i_{a1} + i_{b1} + i_{c1} = 0$  und damit mit  $i_{a1} = -2i_{b1}$

$$i_{b1} = i_{c1} = -\frac{1}{2} i_{a1} = \frac{1}{3} i'_{a2} \quad (1.3.48)$$

Der Strom im Strang  $a$  der Seite 1 teilt sich gleichmäßig auf die Stränge  $b$  und  $c$  auf. Die magnetische Spannung zwischen den Jochen folgt aus (1.3.47) und (1.3.48) zu

$$\underline{V}_{\text{luft}} = \frac{w_1}{3} i'_{a2} \cdot$$

Damit geht (1.3.46) über in

$$\Delta \underline{u} = -j \frac{1}{3} \omega \frac{w_1^2}{3} A_{\text{lufte}} i'_{a2} = -j \frac{1}{3} X_{\text{lufte}} i'_{a2}. \quad (1.3.49)$$

Diese Beziehung für  $\Delta \underline{u}$  hat die gleiche Form wie (1.3.43). Es tritt lediglich an die Stelle von  $X_h$  die Reaktanz

$$X_{\text{lufte}} = \omega \frac{w_1^2}{3} A_{\text{lufte}}, \quad (1.3.50)$$

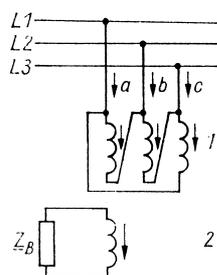
die dem von Joch zu Joch im Außenraum verlaufenden Feld zugeordnet ist. Damit können für die weitere Behandlung die Ergebnisse von Fall I übernommen werden. Man erhält aus (1.3.44) für  $\Delta \underline{u}$

$$\Delta \underline{u} = \frac{j \frac{1}{3} X_{\text{lufte}}}{\underline{Z}_B + j \frac{1}{3} X_{\text{lufte}}} \underline{u}_{L1}. \quad (1.3.51)$$

Da  $X_{\text{lufte}}$  jedoch wesentlich kleiner ist als  $X_h$ , nimmt  $\Delta \underline{u}$  bei gleichem  $Z'_B$  wesentlich kleinere Werte an als im Fall I. Die Störung der Symmetrie des Spannungssystems der Strangspannungen bleibt verglichen mit Fall I klein (vgl. Bild 1.3.22). Der Fluss  $\Phi_{\text{lufte}} = A_{\text{lufte}} \underline{V}_{\text{lufte}}$  schließt sich jedoch teilweise über ferromagnetische Konstruktionsteile (insbesondere über den Kessel) und ruft dort Verluste hervor. Es wird deshalb i. Allg. nur eine Belastung des Sternpunkts mit 10% des Bemessungsstroms zugelassen.<sup>11)</sup>

### Fall III: Schaltungskombination Dy

Im Bild 1.3.24 ist die Schaltung der betrachteten Anordnung dargestellt. Wegen der Dreieckschaltung der Wicklung 1 legt das starre, symmetrische Dreiphasensystem der Netzspannungen die Strangspannungen entsprechend  $\underline{u}_{a1} = \underline{u}_{L1L2}$  usw. als symmetrisches Dreiphasensystem positiver Phasenfolge fest. Die Strangspannungen diktiert ihrerseits die Schenkelflüsse über  $\underline{u}_{a1} = j\omega w_1 \Phi_a$  usw., so dass diese Flüsse ebenfalls ein symmetrisches Dreiphasensystem positiver Phasenfolge bilden. Damit



**Bild 1.3.24** Schaltung der untersuchten Anordnung eines extrem unsymmetrisch belasteten Dreiphasentransformators in Dy-Schaltung

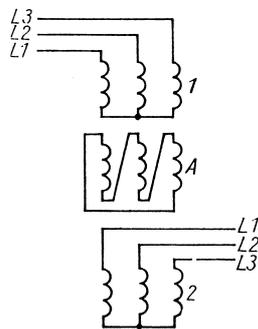
<sup>11)</sup> IEC 60076-10 (DIN EN 60076-10)

wird von vornherein  $\underline{\Phi}_a + \underline{\Phi}_b + \underline{\Phi}_c = 0$ , und es ist gleichgültig, ob der verwendete magnetische Kreis freien magnetischen Rückschluss aufweist oder nicht. Es gilt für alle Ausführungsformen des magnetischen Kreises bei Annahme stromidealen Verhaltens  $\underline{i}_{a1} + \underline{i}'_{a2} = 0$  usw. Das symmetrische Dreiphasensystem der Schenkelflüsse ruft ein symmetrisches Dreiphasensystem der Strangspannungen auf der Seite 2 über  $\underline{u}_{a2} = j\omega w_2 \underline{\Phi}_a$  usw. hervor. Es ist also unabhängig von der Art der Belastung  $\underline{u}'_{a2} = \underline{u}_{a1} = \underline{u}_{L1L2}$  usw. Im Fall der extrem unsymmetrischen Belastung nach Bild 1.3.24 treibt  $\underline{u}_{a2}$  durch den Belastungszweipol  $\underline{Z}_B$  und damit durch den Strang  $a2$  einen Strom  $\underline{i}_{a2}$ . Sein Beitrag zur Durchflutung für einen Integrationsweg durch den Schenkel  $a$  wird durch einen Strom  $\underline{i}_{a1}$  entsprechend  $\underline{i}_{a1} + \underline{i}'_{a2} = 0$  kompensiert. Die Ströme  $\underline{i}_{b1}$  und  $\underline{i}_{c1}$  bleiben entsprechend der Forderung des Durchflutungsgesetzes null, denn aufgrund der Dreieckschaltung kann der Strom  $\underline{i}_{a1}$  unmittelbar als

$$\underline{i}_{a1} = \underline{i}_{L1} = -\underline{i}_{L2}$$

zugeführt werden. Damit erweist sich die Schaltungskombination Dy als die geeignetste, wenn mit unsymmetrischer Belastung gerechnet werden muss.

Der Mechanismus der vorliegenden Anordnung kann auch so gedeutet werden, dass eine Dreieckschaltung stets  $\underline{u}_a + \underline{u}_b + \underline{u}_c = 0$  und damit über das Induktionsgesetz  $j\omega w(\underline{\Phi}_a + \underline{\Phi}_b + \underline{\Phi}_c) = 0$  bedingt. Die Dreieckschaltung erzwingt also die Symmetrie des Dreiphasensystems der Schenkelflüsse dahingehend, dass im Bild 1.3.21  $\Delta \underline{u} = 0$  wird und im Fall des Dreiphasen-Kerntransformators nach (1.3.45) kein Luftfluss auftritt. Diese Überlegung führt ein zweites Mal auf den Gedanken der *Ausgleichswicklung*. Wenn ein Transformator aus anderen Gründen mit der Schaltungskombination Yy ausgeführt werden soll, kann dessen unsymmetrische Belastbarkeit wesentlich erhöht werden, wenn eine zusätzliche, in Dreieck geschaltete Wicklung vorgesehen wird, die keinerlei Verbindungen nach außen besitzt. In dieser Ausgleichswicklung, die auch hinsichtlich der Magnetisierungserscheinungen Vorteile bietet (s. Abschnitt 1.3.2.3), fließen bei unsymmetrischer Belastung Kurzschlussströme, die das Dreiphasensystem der Flüsse symmetrieren. Im Bild 1.3.25 ist ein Dreiphasentransformator mit der Schaltungskombination Yy mit Ausgleichswicklung dargestellt.



**Bild 1.3.25** Schaltung eines Dreiphasentransformators in Yy-Schaltung mit Ausgleichswicklung (A)

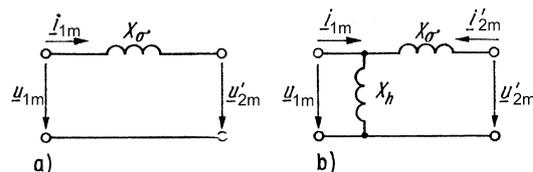
### 1.3.4.3 Verhalten gegenüber den symmetrischen Komponenten

Die routinemäßige Behandlung unsymmetrischer Belastungen und unsymmetrischer Kurzschlüsse in einem Netz erfolgt zweckmäßig mit Hilfe der Methode der symmetrischen Komponenten. Dazu ist es erforderlich, die Spannungsgleichungen der einzelnen Netzelemente im Bereich der symmetrischen Komponenten und die zugehörigen Parameter zu kennen. Dabei gilt für Dreiphasentransformatoren, dass sie hinreichend symmetrisch aufgebaut sind, um keine Kopplungen zwischen den einzelnen Komponentensystemen zu zeigen. Die Spannungsgleichungen im Bereich der symmetrischen Komponenten bilden dementsprechend drei voneinander unabhängige Beziehungen für das Null-, das Mit- und das Gegensystem.<sup>12)</sup>

Das Verhalten gegenüber dem Mitsystem entspricht dem Verhalten unter symmetrischen Betriebsbedingungen. Wenn dabei aufgrund der Größe der fließenden Ströme  $i_{1m} + i'_{2m} = 0$  gesetzt werden kann, d.h. stromideales Verhalten vorliegt, gilt mit  $R \ll X_\sigma$  entsprechend (1.2.87)

$$\underline{u}_{1m} - \underline{u}'_{2m} = jX_\sigma i_{1m}.$$

Das zugehörige Ersatzschaltbild zeigt Bild 1.3.26a (vgl. auch Bild 1.2.44c). Wenn die Ströme  $i_{1m}$  bzw.  $i'_{2m}$  zu klein sind, um stromideales Verhalten voraussetzen zu können, kann mit einer Näherungsebene entsprechend (1.2.84) und (1.2.86) gearbeitet werden, die den Magnetisierungsstrom wenigstens näherungsweise berücksichtigt. Das entsprechende Ersatzschaltbild zeigt Bild 1.3.26b (vgl. auch Bild 1.2.44a).



**Bild 1.3.26** Ersatzschaltbilder für das Mitsystem des Dreiphasentransformators für  $R \ll X_\sigma$ :

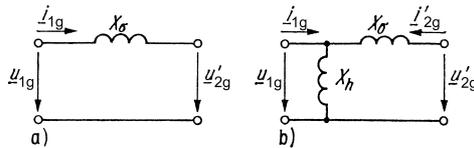
- a) bei hinreichend großem  $i_{1m}$  bzw.  $i'_{2m}$ , um stromideales Verhalten annehmen zu können;
- b) bei so kleinem  $i_{1m}$  bzw.  $i'_{2m}$ , dass der Magnetisierungsstrom wenigstens näherungsweise berücksichtigt werden muss

Das Verhalten gegenüber einem Gegensystem ist demjenigen gegenüber einem Mitsystem beim Transformator identisch. Das ist ohne weiteres plausibel, da die Phasenfolge keinen Einfluss auf die inneren Vorgänge ausübt. Wenn stromideales Verhalten angenommen werden kann, gilt damit für  $R \ll X_\sigma$  entsprechend (1.2.87)

<sup>12)</sup> s. Abschnitt 0.7

$$\underline{u}_{1g} - \underline{u}'_{2g} = jX_{\sigma} \dot{i}_{1g}$$

mit dem Ersatzschaltbild nach Bild 1.3.27a. Wenn  $\dot{i}_{1g}$  bzw.  $\dot{i}'_{2g}$  zu klein sind, um ihnen gegenüber den Magnetisierungsstrom vernachlässigen zu können, kann meistens mit der Näherungsebene von (1.2.84) und (1.2.86) gearbeitet werden, der das Ersatzschaltbild nach Bild 1.3.27b zugeordnet ist.



**Bild 1.3.27** Ersatzschaltbilder für das Gegensystem des Dreiphasentransformators für  $R \ll X_{\sigma}$ :

- a) bei hinreichend großem  $\dot{i}_{1g}$  bzw.  $\dot{i}'_{2g}$ , um stromideales Verhalten annehmen zu können;  
 b) bei so kleinem  $\dot{i}_{1g}$  bzw.  $\dot{i}'_{2g}$ , dass der Magnetisierungsstrom wenigstens näherungsweise berücksichtigt werden muss

Das Verhalten gegenüber dem Nullsystem hängt von der Ausführung des Magnetkreises und den Schaltungen der Wicklungen ab. Es lässt sich dadurch bestimmen, dass man sich ähnlich dem Vorgehen im Abschnitt 1.3.4.2 von einer Seite her ein Nullsystem, d. h. drei gleichphasige Ströme bzw. Spannungen gleicher Amplitude, eingespeist denkt und untersucht, welche Ströme auf beiden Seiten des Transformators fließen und welche Spannungen an den Klemmen zu beobachten sind. Prinzipiell kann ein Nullsystem der Ströme nur in einer solchen Wicklung fließen, deren Sternpunkt an den Nullleiter angeschlossen ist. Wenn dies auf keiner der beiden Seiten der Fall ist, kommt der Transformator gar nicht mit einem Nullsystem in Berührung. Dementsprechend sind also nur solche Anordnungen zu untersuchen, die auf einer der beiden Seiten einen mit dem Nullleiter verbundenen Sternpunkt besitzen. In den folgenden Betrachtungen, die der näheren Untersuchung einiger charakteristischer Fälle dienen, sei dies die Seite 1.

Fall I: Schaltungskombination Yy mit geschlossenem Sternpunkt auf beiden Seiten (Tabelle 1.3.4 auf Seite 138, Zeile 1)

Jedes Paar der Wicklungsstränge auf einem Schenkel wirkt für das Nullsystem wie jener Einphasentransformator, der auch dem symmetrischen Betrieb zugeordnet ist. Bei Leerlauf der Seite 2 beobachtet man eine Spannung  $\underline{u}'_{20} = \underline{u}_{10}$ , und im Kurzschluss fließt ein Strom  $\dot{i}_{10} = -\dot{i}'_{20}$ , dessen Größe von der Gesamtstreuereaktanz  $X_{\sigma}$  abhängt. Im Bereich zwischen nennenswerter Belastung und Kurzschluss ist das Verhalten stromideal. Damit gelten dort die Beziehungen

$$\begin{aligned} \dot{i}'_{20} &= -\dot{i}_{10} \\ \underline{u}_{10} - \underline{u}'_{20} &= jX_{\sigma}\dot{i}_{10}, \end{aligned}$$

denen das Ersatzschaltbild in Zeile 1 von Tabelle 1.3.4 zugeordnet ist.<sup>13)</sup>

Fall II: Schaltungskombination Yy mit angeschlossenem Sternpunkt nur auf der Seite 1 (Tabelle 1.3.4 auf Seite 138, Zeile 2)

Da auf der Seite 2 kein Nullsystem der Ströme fließen kann, ist von vornherein  $\dot{i}'_{20} = 0$ . Auf der Seite 1 baut jeder Wicklungsstrang bei Speisung mit  $\dot{i}_{10}$  ein Feld auf, das sich bei freiem magnetischem Rückschluss über den magnetischen Kreis schließt, so dass

$$\underline{u}_{10} = jX_h\dot{i}_{10}$$

wird. Wenn kein freier magnetischer Rückschluss vorhanden ist (Dreiphasen-Kerntransformator), schließt sich das Feld von Joch zu Joch durch den Luftraum, so dass mit Abschnitt 1.3.4.2 und (1.3.50)

$$\underline{u}_{10} = jX_{\text{luf}}\dot{i}_{10}$$

wird. Man erhält das Ersatzschaltbild in Zeile 2 von Tabelle 1.3.4.

Fall III: Schaltungskombination Yd mit angeschlossenem Sternpunkt auf der Seite 1 (Tabelle 1.3.4 auf Seite 138, Zeile 3)

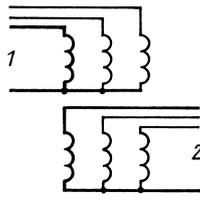
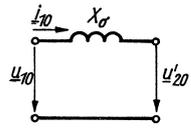
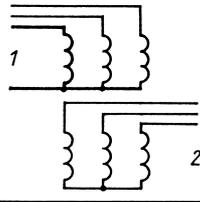
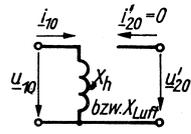
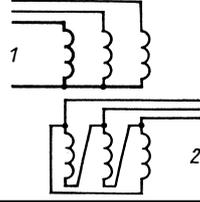
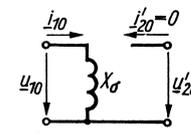
Wegen der Dreieckschaltung auf der Seite 2 ist von vornherein  $\dot{i}'_{20} = 0$ . Bei Einspeisung mit  $\dot{i}_{10}$  entstehen in den drei wicklungstragenden Schenkeln phasengleiche Flüsse, deren in der Wicklung 2 induzierte Spannungen durch die Dreieckschaltung kurzgeschlossen sind. In der Dreieckwicklung fließt der gleiche Kurzschlussstrom, der bei unmittelbarem Kurzschluss jedes Strangs auf der Seite 2 fließen würde. Jedes Paar der Wicklungsstränge verhält sich also von der Seite 1 her gesehen für ein Nullsystem wie jener Einphasentransformator im Kurzschluss, der auch dem symmetrischen Betrieb zugeordnet ist. Die Spannung  $\underline{u}_{10}$  wird also entsprechend

$$\underline{u}_{10} = jX_{\sigma}\dot{i}_{10}$$

durch die Gesamtstreureaktanz bestimmt. Man erhält das Ersatzschaltbild von Zeile 3 in Tabelle 1.3.4.

13) Wenn die Ströme  $\dot{i}_{10}$  bzw.  $\dot{i}'_{20}$  zu klein sind, um stromideales Verhalten annehmen zu können, muss im Ersatzschaltbild, wie in den Bildern 1.3.26b und 1.3.27b gezeigt, ein zusätzliches Schaltelement  $X_h$  bzw.  $X_{\text{luf}}$  vorgesehen werden.

**Tabelle 1.3.4** Ersatzschaltbilder für das Nullsystem für verschiedene Schaltungskombinationen von Dreiphasentransformatoren

Schaltung	Ersatzschaltbild für das Nullsystem
	
	
	

#### Anwendungsbeispiel

Zum Schluss soll die Anwendung der Methode der symmetrischen Komponenten mit dem nunmehr bekannten Verhalten des Transformators gegenüber den einzelnen Komponenten am Beispiel des einpoligen Erdkurzschlusses nach Bild 1.3.28a gezeigt werden. Der Transformator arbeitet dabei auf der Seite 1 an einem symmetrischen Dreiphasensystem der Spannungen. Es ist also

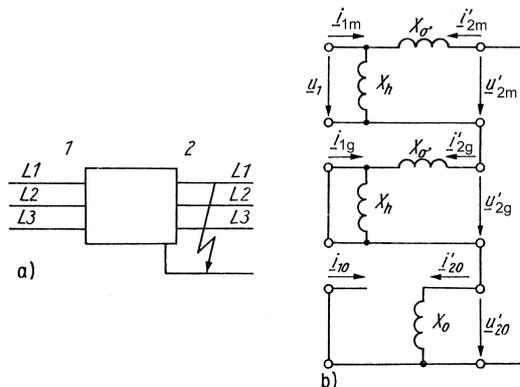
$$\underline{u}_{1m} = \underline{u}_1; \quad \underline{u}_{1g} = 0; \quad \underline{u}_{10} = 0.$$

Auf der Seite 2 herrschen hinsichtlich der Ströme und Spannungen der äußeren Zuleitungen die Betriebsbedingungen

$$\underline{u}_{L1,2} = 0; \quad \underline{i}_{L2,2} = 0; \quad \underline{i}_{L3,2} = 0,$$

die sich im Bereich der symmetrischen Komponenten (s. Abschnitt 0.7) abbilden als

$$\left. \begin{aligned} \underline{i}'_{20} = \underline{i}'_{2m} = \underline{i}'_{2g} = \frac{1}{3} \underline{i}'_{L1,2} \\ \underline{u}'_{20} + \underline{u}'_{2m} + \underline{u}'_{2g} = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (1.3.52)$$



**Bild 1.3.28** Einpoliger Erdkurzschluss auf der Seite 2 eines Transformators, der auf der Seite 1 an einem symmetrischen Dreiphasensystem der Spannungen liegt.

a) Schaltung;

b) Zusammenschaltung der Ersatzschaltbilder für die einzelnen Komponenten entsprechend (1.3.52), wobei je nach Ausführung des Transformators  $X_0 = X_h$  oder  $X_0 = X_\sigma$  ist (s. Tabelle 1.3.4)

Den Gleichungen (1.3.52) entspricht eine Zusammenschaltung der Ersatzschaltbilder für das Mit-, das Gegen- und das Nullsystem entsprechend den Bildern 1.3.26 sowie der Tabelle 1.3.4, die Bild 1.3.28b wiedergibt. Damit lässt sich  $i_{1m} \approx i_{1g}$  berechnen, und daraus können mit  $i_{10} = 0$  die Ströme in den einzelnen Zuleitungen ermittelt werden.

### 1.3.5

#### Einsatz der Schaltungskombinationen

Die beiden Schaltungsarten unterscheiden sich zunächst darin, dass bei der Sternschaltung über einem Strang nur der  $\sqrt{3}$ te Teil der Leiter-Leiter-Spannung liegt, aber durch den Strang der volle Leiterstrom fließt, während ein Strang der Dreieckschaltung mit der vollen Leiter-Leiter-Spannung, aber nur mit dem  $\sqrt{3}$ ten Teil des Leiterstroms belastet ist. Damit ergibt sich hinsichtlich der Wicklungsdimensionierung der allgemeine Gesichtspunkt, dass die Sternschaltung wegen der kleineren Windungszahl mit zunehmender Spannung eine immer bessere Ausnutzung des Wicklungsraums gestattet als die Dreieckschaltung, während letztere bei großen Strömen den Vorteil der geringeren Leiterquerschnitte aufweist.

Unabhängig davon und evtl. im Widerspruch dazu stehend, muss die Sternschaltung vorgesehen werden, wenn ein Nullleiter angeschlossen werden soll. Außerdem ist es erforderlich, eine der Wicklungen des Transformators in Dreieck zu schalten, wenn sinusförmige Schenkelflüsse ohne Beteiligung von Nullleiterströmen aufgebaut

werden sollen [s. Abschnitt 1.3.2.3a)] oder wenn der Sternpunkt voll belastbar sein soll (s. Abschnitt 1.3.4). Diese Funktion kann auch von einer Ausgleichswicklung übernommen werden, wenn beide aktiven Wicklungen des Transformators unbedingt in Stern geschaltet sein müssen. Aus diesen Überlegungen ergeben sich die im Folgenden angegebenen Schaltungskombinationen für die einzelnen Einsatzfälle.

*Maschinentransformatoren für Kraftwerksgeneratoren*, die heute ausschließlich in Blockschaltung betrieben werden, d.h. in Einheit mit dem Generator, stellen die Verbindung zwischen den Generatorklemmen mit Spannungen von 6,3 kV bis maximal 27 kV und der Hochspannungssammelschiene mit 110 kV, 220 kV oder 380 kV her. Die gleiche Aufgabe übernehmen die Maschinentransformatoren, wenn mehrere Kraftwerksgeneratoren zunächst auf eine Sammelschiene arbeiten. Diese Transformatoren werden auf der Oberspannungsseite mit Rücksicht auf die erforderliche wirksame (starre) oder nichtwirksame (indirekte) Erdung des Hochspannungsnetzes und wegen der hohen Spannung in Sternschaltung ausgeführt. Die Unterspannungswicklung erhält Dreieckschaltung, da ohnehin zwischen Transformator und Generator kein Nullleiter geführt wird. Diese Schaltung kommt auch den hohen Strömen auf der Unterspannungsseite entgegen. Man erhält also Transformatoren mit der Schaltungskombination Yd und bevorzugt solche der Schaltgruppe Yd5.

*Netzkuppeltransformatoren* dienen als Verbindungselement zwischen Übertragungsnetzen mit verschiedenen Spannungen, z.B. zwischen dem 380-kV- und dem 220-kV-Netz (s. Bild 1.8.17). Sie werden wegen der hohen Spannungen und da i. Allg. auf beiden Seiten Nullleiter anschließbar sein müssen mit der Schaltungskombination Yy und bevorzugt mit der Schaltgruppe Yy0 ausgeführt. Eine in Dreieck geschaltete Wicklung lässt sich dann nur als Ausgleichswicklung unterbringen. Davon wird i. Allg. Gebrauch gemacht. Für Grenzleistungen werden Netzkuppeltransformatoren auch als Transformatorenbanken aus Spartransformatoren aufgebaut. In diesem Fall kann nur die Stern-Stern-Schaltung ausgeführt werden (s. Abschnitt 1.4.1). Es wird allerdings stets eine Ausgleichswicklung vorgesehen, wobei deren Zusammenschaltung zur Dreieckschaltung jetzt natürlich über äußere Leitungen zwischen den Einzeltransformatoren erfolgen muss.

*Verteilungstransformatoren* verbinden das Übertragungs- bzw. Verteilungsnetz mit dem Verbrauchersystem. Wenn dabei die Ortsnetztransformatoren für die Versorgung des Niederspannungsnetzes mit 230/400 V zunächst ausgeklammert werden, ist keine unsymmetrische Belastung zu erwarten. Unter diesem Gesichtspunkt können beide Wicklungen Sternschaltung aufweisen. Man erhält Transformatoren der Schaltungskombination Yy, die vorzugsweise mit der Schaltgruppe Yy0 ausgeführt werden. Wenn man den überspannungsseitigen Sternpunkt wirksam erden will, empfiehlt es sich, die Unterspannungsseite in Dreieck zu schalten, um das Fließen von Stromharmonischen der Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. zu vermeiden. In diesem Fall erhält man Transformatoren der Schaltungskombination Yd, vorzugsweise solche der Schaltgruppe Yd5. Transformatoren, die primär und sekundär in Stern geschaltet sind und

zum Erzwingen sinusförmiger Schenkelflüsse eine in Dreieck geschaltete Ausgleichswicklung haben, werden für die hier in Frage kommenden kleineren Leistungen kaum hergestellt.

*Ortsnetztransformatoren* sind Verteilungstransformatoren, deren Sekundärspannung unter 1 kV liegt. Sie spielen eine besondere Rolle zur Versorgung des Niederspannungsnetzes, bei dem zwischen dem Nullleiter und einem der Außenleiter die gewünschte Spannung für Einphasenverbraucher von heute meist 230 V zur Verfügung gestellt wird. Sie müssen, um den Nullleiter anschließen zu können, auf der Unterspannungsseite in Stern geschaltet sein. Andererseits muss damit gerechnet werden, dass eine unsymmetrische Belastung auftritt. Die aus diesem Grunde erforderliche in Dreieck geschaltete Wicklung kann jetzt nur auf der Oberspannungsseite ausgeführt werden. Es entstehen Transformatoren der Schaltungskombination Dy und bevorzugt solche der Schaltgruppe Dy5.

*Eigenbedarfstransformatoren* in Kraftwerken verbinden die Sammelschiene des Eigenbedarfsnetzes mit meist 6 oder 10 kV und die Generatorklemmen mit 10,5 kV und mehr. Die Spannungen sind also auf beiden Seiten relativ niedrig. Es fließen jedoch aufgrund der Eigenbedarfsleistung von etwa 6 bis 12% der Kraftwerksleistung recht hohe Ströme. Unter diesem Gesichtspunkt und da andererseits kein Nullleiter benötigt wird, werden derartige Transformatoren oft in der Schaltungskombination Dd ausgeführt. Es kommen jedoch ebenso die Schaltungskombinationen Yy und Yd zum Einsatz.

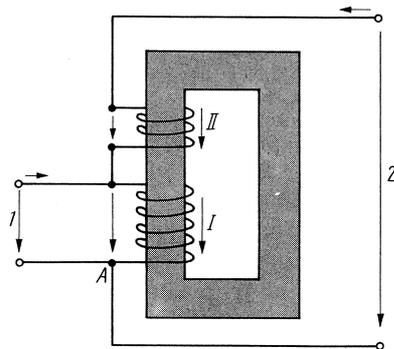
## 1.4

### Besondere Ausführungsformen

#### 1.4.1

##### Spartransformatoren

Unter dem Gesichtspunkt der Spannungstransformation kann die Aufgabe des Transformators darin gesehen werden, dass er ausgehend von einem gegebenen Netz der Spannung  $U_1$  eine höhere oder niedrigere Spannung  $U_2$  zur Verfügung stellt. Betrachtet man den ersten Fall, so wird beim normalen Transformator die Spannung  $U_1$  an eine Wicklung 1 gelegt und getrennt davon eine Wicklung 2 ausgeführt, deren Windungszahl so bemessen ist, dass sie eine gewünschte höhere Spannung  $U_2$  zur Verfügung stellt. Diese Betrachtungsweise bringt den Gedanken nahe, die höhere Spannung  $U_2$  dadurch zu gewinnen, dass eine Zusatzwicklung nur die Differenz zwischen der gewünschten Spannung  $U_2$  und der vorhandenen Spannung  $U_1$  liefert und mit der Wicklung 1 in Reihe geschaltet wird. Eine derartige Anordnung bezeichnet man als Spartransformator. Die Transformatoren mit zwei galvanisch getrennten Wicklungen werden in der Gegenüberstellung zum Spartransformator als *Volltransformatoren* be-



**Bild 1.4.1** Prinzipanordnung eines Einphasen-Spartransformators

zeichnet. Im Bild 1.4.1 ist die Prinzipanordnung eines Einphasen-Spartransformators gegeben. Es ist zu beachten, dass die Seite 1 im vorliegenden Fall als Unterspannungsseite und die Seite 2 als Oberspannungsseite festliegen und damit  $U_2 > U_1$  ist. Um die Betriebseigenschaften des Spartransformators wenigstens im Prinzip darzustellen, wird im Folgenden eine Analyse auf der Grundlage idealer Werkstoffeigenschaften durchgeführt, d.h. der Spartransformator wird als ideal angesehen.

Die Bezeichnungen 1 und 2 sollen für die nach außen in Erscheinung tretenden Ströme und Spannungen reserviert bleiben. Die beiden Wicklungen werden deshalb hier mit I und II bezeichnet. Ihre Spannungsgleichungen lauten entsprechend (1.2.5)

$$\left. \begin{aligned} u_I &= j\omega w_I \Phi \\ u_{II} &= j\omega w_{II} \Phi \end{aligned} \right\} \quad (1.4.1)$$

und liefern als Beziehung zwischen den Strangspannungen

$$\frac{u_I}{u_{II}} = \frac{w_I}{w_{II}} = \frac{U_I}{U_{II}}. \quad (1.4.2)$$

Das Durchflutungsgesetz macht für einen Integrationsweg durch den magnetischen Kreis die Aussage

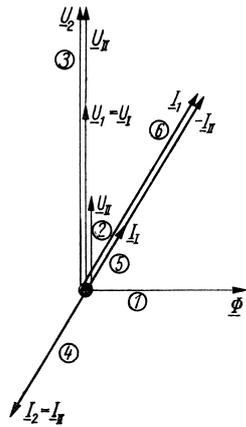
$$\dot{i}_I w_I + \dot{i}_{II} w_{II} = 0$$

bzw.

$$-\frac{\dot{i}_I}{\dot{i}_{II}} = \frac{w_{II}}{w_I} = \frac{I_I}{I_{II}}. \quad (1.4.3)$$

Für die nach außen in Erscheinung tretenden Spannungen liefert die Anwendung des Maschensatzes die Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= u_I \\ u_2 &= u_I + u_{II} \end{aligned} \right\}. \quad (1.4.4)$$



**Bild 1.4.2** Zeigerbild der Ströme und Spannungen eines idealen Spartransformators mit  $w_I/w_{II} = 2$ , der an einem Netz der Spannung  $\underline{U}_I$  liegt und dessen Seite 2 auf einen ohmsch-induktiven Belastungszweigpol arbeitet.  
1 bis 6: Reihenfolge der Entwicklung

Die nach außen in Erscheinung tretenden Ströme erhält man über den Knotenpunktssatz zu

$$\left. \begin{aligned} \dot{i}_2 &= \dot{i}_{II} \\ \dot{i}_1 &= \dot{i}_I - \dot{i}_{II} \end{aligned} \right\} \quad (1.4.5)$$

Im Bild 1.4.2 ist das Zeigerbild sämtlicher Ströme und Spannungen des idealen Spartransformators dargestellt. Dabei liegt der Transformator an einem gegebenen Netz der Spannung  $u_1$  und arbeitet mit der Seite 2 auf einen ohmsch-induktiven Belastungszweigpol. Die Reihenfolge der Schritte bei der Entwicklung des Zeigerbilds ist angedeutet.

Das nach außen in Erscheinung tretende Übersetzungsverhältnis erhält man mit (1.4.4) und (1.4.2) zu

$$\frac{\underline{u}_2}{\underline{u}_1} = 1 + \frac{\underline{u}_{II}}{\underline{u}_I} = 1 + \frac{w_{II}}{w_I} = 1 + \frac{U_{II}}{U_I} = \frac{U_2}{U_1} \quad (1.4.6)$$

bzw. mit (1.4.5) und (1.4.3) zu

$$-\frac{\dot{i}_1}{\dot{i}_2} = 1 - \frac{\dot{i}_I}{\dot{i}_{II}} = 1 + \frac{w_{II}}{w_I} = 1 + \frac{I_I}{I_{II}} = \frac{I_1}{I_2} \quad (1.4.7)$$

Die von der Seite 1 zur Seite 2 bzw. umgekehrt fließende Durchgangsscheinleistung  $P_{s \text{ durch}}$  ist gegeben als

$$P_{s \text{ durch}} = U_1 I_1 = U_2 I_2 \quad (1.4.8)$$

Für die Baugröße verantwortlich ist, wie die Betrachtungen im Abschnitt 1.8.1 deutlich machen werden, die im Transformator von einer Wicklung zur anderen transportierte Scheinleistung. Diese wird deshalb als *Typenleistung* bezeichnet und beträgt

$$P_{s \text{ typ}} = U_I I_I = U_{II} I_{II} \quad (1.4.9)$$

Aus (1.4.8) und (1.4.9) folgt mit (1.4.5) sowie (1.4.4) und unter Beachtung dessen, dass wegen der Phasengleichheit von  $\underline{u}_1$  und  $\underline{u}_2$  mit der zweiten Gleichung (1.4.4) auch  $U_2 = U_I + U_{II}$  ist,

$$\frac{P_{s \text{ typ}}}{P_{s \text{ durch}}} = \frac{U_{II} I_{II}}{U_2 I_2} = \frac{U_{II}}{U_2} = 1 - \frac{U_I}{U_2}. \quad (1.4.10)$$

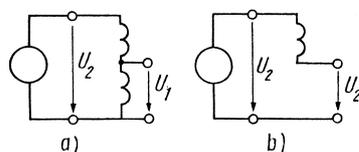
Es ist also stets  $P_{s \text{ typ}} < P_{s \text{ durch}}$ . Ein Teil der Leistung fließt demnach direkt von der Seite 1 zur Seite 2 bzw. umgekehrt.

**Tabelle 1.4.1** Verhältnis  $P_{s \text{ typ}}/P_{s \text{ durch}}$  in Abhängigkeit vom Verhältnis  $U_1/U_2$  beim Spartransformator unter Voraussetzung idealer Werkstoffeigenschaften

$\frac{U_1}{U_2}$	$\frac{P_{s \text{ typ}}}{P_{s \text{ durch}}}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$
1	0

Die Typenleistung und damit die Baugröße eines Spartransformators wird entsprechend (1.4.10) um so kleiner, je weniger sich  $U_2$  und  $U_1$  voneinander unterscheiden. In Tabelle 1.4.1 sind einige Verhältnisse  $P_{s \text{ typ}}/P_{s \text{ durch}}$  in Abhängigkeit vom Verhältnis  $U_2/U_1$ , das nur größer als 1 sein kann, unter Voraussetzung idealer Werkstoffeigenschaften angegeben. Daraus ist zu entnehmen, dass der Spartransformator insbesondere dann Vorteile bietet, wenn sich die beiden Spannungen nur wenig unterscheiden. Andererseits soll er bei Spannungen über 250 V wegen der bestehenden galvanischen Verbindung zwischen den Netzen 1 und 2 ohnehin nur für Spannungsverhältnisse  $U_2/U_1 \leq 2$  verwendet werden. Diese Einschränkung ist aus folgendem Grund erforderlich: Wenn die starre Spannungsquelle auf der Seite 2 liegt und eine Unterbrechung der Wicklung I entsteht, erscheint die höhere Spannung  $U_2$  direkt am Netz 1. Dieser Fall tritt vor allem dann auf, wenn der Transformator mit der Energieflussrichtung von der Seite 2 zur Seite 1 betrieben wird. Bild 1.4.3 veranschaulicht die angestellten Überlegungen.

Eine zweite unangenehme Eigenschaft des Spartransformators ist, dass er eine wesentlich kleinere Kurzschlussspannung bzw. kleinere Gesamtstreureaktanz als der



**Bild 1.4.3** Zur Erläuterung der Folgen einer Unterbrechung in der Wicklung I eines Spartransformators im Extremfall des Leerlaufs der Seite 1.

- a) Zustand vor der Unterbrechung;  
b) Zustand nach der Unterbrechung

normale Transformator hat. Damit trägt er in weit geringerem Maße zur Begrenzung des Kurzschlussstroms im Netz bei. Diese Tendenz folgt ohne nähere Untersuchung der Streuverhältnisse beim Spartransformator allein aus der Betrachtung des Extremfalls mit  $U_2/U_1 = 1$ . In diesem Fall wird  $w_{II} = 0$ , und die Netze 1 und 2 sind unmittelbar durch einen Leiter miteinander verbunden.

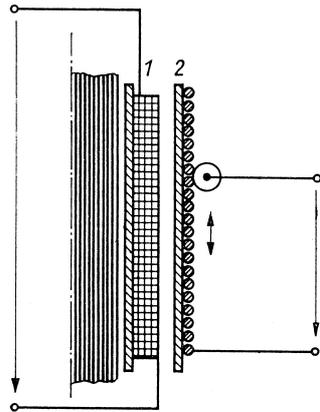
*Dreiphasen-Spartransformatoren* entstehen, indem man die besprochene Wicklungsanordnung auf jedem wicklungstragenden Schenkel des zur Verwendung gelangenden magnetischen Kreises vorsieht. Die Wicklungsenden, an die bei der Einphasenausführung die durchgehenden Verbindungen zwischen den beiden Netzen angeschlossen sind (Punkt A im Bild 1.4.1), werden zu einem Sternpunkt vereinigt. Damit erhält man von beiden Seiten her gesehen Sternschaltung. Eine Phasenverschiebung zwischen den Spannungen auf der Seite 1 und denen auf der Seite 2 kann nicht auftreten; die Kennzahl  $n$  hat also den Wert 0. Die Schaltgruppenbezeichnung lautet Y0. Dreiphasen-Spartransformatoren werden als Grenzleistungstransformatoren z. B. zur Kopplung des 380-kV-Netzes mit dem 220-kV-Netz in Form von Transformatorenbanken eingesetzt, wobei die Verkleinerung der Baugröße gegenüber dem Volltransformator eine Erhöhung der ausführbaren Leistung zulässt.

#### 1.4.2

##### **Stelltransformatoren**

Unter Stelltransformatoren werden Einphasen- oder Dreiphasentransformatoren verstanden, deren Übersetzungsverhältnis stetig oder stufenweise in einem mehr oder weniger großen Bereich durch Betätigen eines entsprechenden Stellorgans verändert werden kann. Wenn ein derartiger Transformator auf der Primärseite an einem starren Netz arbeitet, stellt er auf der Sekundärseite eine im Betrag variable Spannung zur Verfügung.

*Kleinere Stelltransformatoren* werden so realisiert, dass man ihre Sekundärwicklung als einlagige Zylinderwicklung ausführt, deren Leiter zwar zwischen den einzelnen Windungen isoliert sind, nicht aber auf der äußeren Oberfläche des Wicklungszylinders. Auf dieser Oberfläche wird eine Kontaktrolle geführt, die sich in Richtung der Achse des Wicklungszylinders verschieben lässt. Man bezeichnet derartige Transformatoren als *Windungs-Stelltransformatoren*. Sie erlauben eine »stetige« Veränderung der Windungszahl auch unter Last. Die Kontaktrolle wird als Kohlerolle ausgeführt. Dabei begrenzen die Übergangswiderstände zwischen der Kohlerolle und den Windungen den Kurzschlussstrom, der fließt, wenn die Kontaktrolle gleichzeitig zwei Windungen berührt. Bild 1.4.4 zeigt das Prinzip dieser Stellmöglichkeit. Es findet sowohl für Einphasen- als auch für Dreiphasentransformatoren Verwendung. Oft wird seine Anwendung mit der Ausführung des Transformators als Spartransformator kombiniert. Es existiert dann nur ein Wicklungszylinder, über dem insgesamt die Primärspannung liegt. Auf diesem Zylinder gleitet die Kontaktrolle und stellt die variable Sekundärspan-

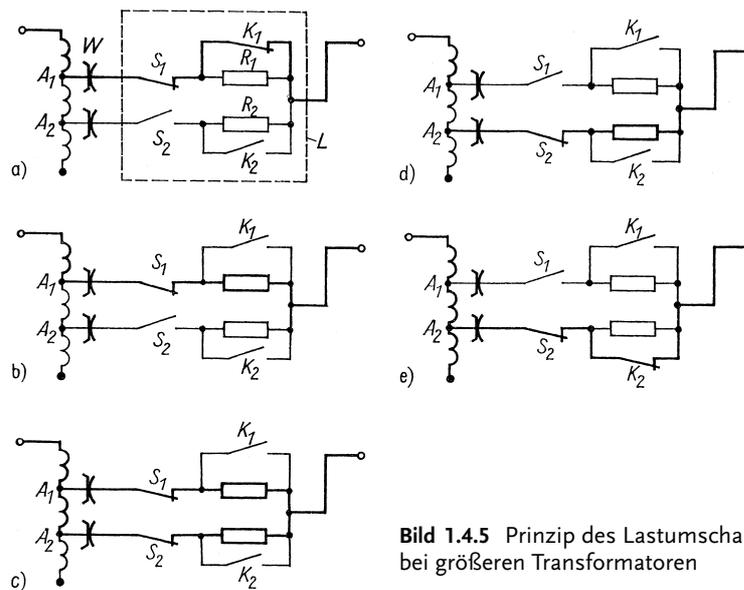


**Bild 1.4.4** Ausführung von Stelltransformatoren kleiner Leistung als Windungs-Stelltransformator mit einem Rollkontakt, der auf der außen unisolierten Wicklung gleitet

nung als Spannung zu einem der beiden Wicklungsenden zur Verfügung. Stelltransformatoren auf dem Prinzip der Kontaktrolle werden vor allem für Labor- und Prüffeldzwecke eingesetzt.

Größere Stelltransformatoren benötigen besondere Schaltorgane, um die Änderung der Windungszahl einer Wicklung vornehmen zu können. Dazu wird die Wicklung mit Anzapfungen versehen, an die die Schaltorgane angeschlossen sind. Derartige Transformatoren werden deshalb als *Stelltransformatoren mit Stufenschalter* bezeichnet. Dadurch ist von vornherein nur eine unstetige Spannungsstellung möglich. Das gilt auch dann, wenn nach jeder Windung eine Anzapfung vorgesehen würde, da die Windungsspannungen größerer Transformatoren schon recht groß sind. An den Umschaltmechanismus müssen die Forderungen gestellt werden, dass während des Umschaltens keine Unterbrechung stattfindet und kein direkter Kurzschluss der zu- oder abzuschaltenden Windungen auftritt. Um diese Forderungen zu erfüllen, sind verschiedene Systeme entwickelt worden, die sämtlich nach dem Prinzip von Bild 1.4.5 arbeiten.

Im Bild 1.4.5a ist zunächst ein betrachteter Ausgangszustand dargestellt, wobei die Anzapfung  $A_1$  in Funktion ist. Der Umschaltvorgang beginnt damit, dass in den angeschlossenen Zweig ein Widerstand  $R_1$  eingeschaltet wird (Bild 1.4.5b). Über einen gleich großen Widerstand  $R_2$  wird anschließend die Verbindung mit der neuen Anzapfung  $A_2$  hergestellt (Bild 1.4.5c). Die zuzuschaltenden Windungen zwischen den Anzapfungen  $A_1$  und  $A_2$  sind jetzt zwar kurzgeschlossen, im Kurzschlusskreis liegen jedoch die beiden Widerstände und begrenzen den Kurzschlussstrom. Wenn nunmehr der Schalter  $S_1$  aufgetrennt wird, ist die neue Anzapfung bereits angeschlossen. Ihre direkte Verbindung mit der äußeren Zuleitung wird schließlich durch Schließen des Schalters  $K_2$  erreicht, der den noch im Kreis befindlichen Widerstand  $R_2$  überbrückt. Eine Möglichkeit der praktischen Realisierung des angedeuteten Prinzips besteht darin, dass an die Stelle der Schalter  $S$  Kontaktbahnen treten, während die Widerstände und die Schalter  $K$  bei jedem weiteren Umschaltprozess wieder verwendet wer-



**Bild 1.4.5** Prinzip des Lastumschalters bei größeren Transformatoren

den. Man bezeichnet die Kontaktbahnen, auf denen dann unter Last geschaltet werden muss, als *Lastwähler*. Um das Schalten unter Last zu vermeiden, können die Kontaktbahnen zusätzlich als *Anzapfwähler* *W* vorgesehen werden. Der Anschluss eines neuen Kontakts im Anzapfwähler *W* erfolgt dann zunächst stromlos, und die beiden Schalter *S* werden Bestandteil des für jeden Umschaltprozess wiederverwendeten *Lastumschalters* *L* (s. Bild 1.4.5a). Seit einiger Zeit führt man Lastschalter für Mittelspannungstransformatoren auch unter Verwendung von Thyristoren als Schaltglieder aus.

Stelltransformatoren größerer Leistung werden in der Energieversorgung benötigt, um Spannungsabfälle im Netz in Abhängigkeit von der vorliegenden Netzbelastung ausgleichen zu können. Dazu genügt es, wenn sich das Übersetzungsverhältnis in einem kleinen Bereich um den Bemessungswert ändern lässt. Das kann dadurch geschehen, dass ein entsprechender Teil der Transformatorwicklung mit Anzapfungen versehen wird. Es kann jedoch auch ein *Zusatztransformator* vorgesehen werden, der auf dem Prinzip des Spartransformators arbeitet. Er gestattet in der Ausführung als *Längstransformator*, den Betrag der Spannung bei konstanter Phasenlage in einem gewissen Stellbereich zu ändern. In der Ausführung als *Quertransformator* wird der Spannung auf der Seite 1 eine um  $90^\circ$  phasenverschobene stellbare Zusatzspannung zugefügt, so dass die Spannung auf der Seite 2 bei etwa konstantem Betrag hinsichtlich ihrer Phasenlage zu der der Seite 1 einstellbar ist. Die Phasenverschiebung der Zusatzspannung von  $90^\circ$  erhält man durch eine entsprechende Schaltung und Strang-Schenkel-Zuordnung der Wicklungen.

## 1.4.3

**Stromrichtertransformatoren**

Die Ausgangsspannung von Frequenzumrichtern zur Speisung drehzahlveränderlicher Maschinen wird meist durch eine optimale Ausnutzung der verwendeten Leistungshalbleiter in Bezug auf Sperrspannung und Durchlassstrom bestimmt. Insbesondere bei Mittelspannungsumrichtern mit Ausgangsspannungen oberhalb von 1 kV ist daher immer ein eigener Transformator zur Verbindung des Frequenzumrichters mit dem Versorgungsnetz erforderlich, der als *Stromrichtertransformator* bezeichnet wird. Abgesehen davon, dass seine sekundärseitige Spannung häufig keiner der genormten Nennspannungen entspricht, weist ein Stromrichtertransformator einige Besonderheiten auf.

Zum einen muss bei seiner Dimensionierung beachtet werden, dass er von Seiten des Stromrichters abhängig von dessen Funktionsprinzip mit Oberschwingungen von Strom und/oder Spannung beaufschlagt wird. Stromoberschwingungen verursachen zusätzliche Verluste in den Wicklungen. Aufgrund der relativ hohen Frequenzen dieser Oberschwingungen ist es wichtig, die Wicklungen so auszuführen, dass besonders geringe Stromverdrängungseffekte auftreten. Spannungsoberschwingungen, wie sie vor allem von sog. Pulsumrichtern z.T. auch netzseitig erzeugt werden, beanspruchen durch die relativ kurze Spannungsanstiegszeit vor allem die Isolierung der Eingangsspulen.

Andererseits werden Stromrichtertransformatoren größerer Leistung häufig mit zwei Sekundärwicklungen ausgeführt, von denen eine im Stern und die andere im Dreieck geschaltet ist. Ihre Ausgangsspannungen sind um  $30^\circ$  gegeneinander phasenverschoben. Beide Sekundärwicklungen arbeiten auf gleichartige Stromrichterschaltungen, die gleichartige Belastungen darstellen. Die Leiterströme in beiden Sekundärwicklungen haben denselben Zeitverlauf, sie sind jedoch nach Maßgabe der Spannungen gegeneinander phasenverschoben.

Der Sinn dieser Maßnahme soll am Beispiel eines Stromrichtertransformators verdeutlicht werden, dessen Primärwicklung im Dreieck geschaltet sei. Die erste Sekundärwicklung I sei im Stern geschaltet, so dass sich die Schaltgruppe Dy5 mit dem Übersetzungsverhältnis

$$\underline{\ddot{u}}_I = \underline{\ddot{u}} e^{j\frac{5}{6}\pi} = \frac{u_1}{u_{2I}} = -\frac{i_{2I}^*}{i_1^*}$$

ergibt. Die zweite Sekundärwicklung II sei dagegen im Dreieck geschaltet und habe die Schaltgruppe Dd6 mit dem Übersetzungsverhältnis

$$\underline{\ddot{u}}_{II} = \underline{\ddot{u}} e^{j\pi} = \frac{u_1}{u_{2II}} = -\frac{i_{2II}^*}{i_1^*}.$$

Der durch den Stromrichter eingeprägte oberschwingungsbehaftete Stromverlauf in der Sekundärwicklung I habe die Form

$$i_{2I} = \hat{i}_1 \cos(\omega t + \varphi_{i1}) + \hat{i}_5 \cos(5\omega t + \varphi_{i5}) \\ + \hat{i}_7 \cos(7\omega t + \varphi_{i7}) + \hat{i}_{11} \cos(11\omega t + \varphi_{i11}) + \dots \quad (1.4.11)$$

Der Strom in der Sekundärwicklung II soll einen demgegenüber identischen, lediglich um  $30^\circ$  bezogen auf die Grundschwingung nacheilend phasenverschobenen Verlauf haben, für den dann

$$i_{2II} = \hat{i}_1 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6} + \varphi_{i1}\right) + \hat{i}_5 \cos\left(5\omega t - \frac{5\pi}{6} + \varphi_{i5}\right) \\ + \hat{i}_7 \cos\left(7\omega t - \frac{7\pi}{6} + \varphi_{i7}\right) + \hat{i}_{11} \cos\left(11\omega t - \frac{11\pi}{6} + \varphi_{i11}\right) + \dots$$

gilt.

Es soll nun für die einzelnen Harmonischen die Amplitude auf der Primärseite des Transformators ermittelt werden. Sie ergibt sich durch Überlagerung für jede Harmonische  $\lambda$ . Dabei ist allerdings zu beachten, dass die 5. und 11. Oberschwingung nach Bild 1.3.17 die umgekehrte Phasenfolge wie die Grundschwingung haben und das komplexe Übersetzungsverhältnis nach (1.3.12) bzw. (1.3.16) von der Phasenfolge abhängt. Für alle Harmonischen mit positiver Phasenfolge gilt somit

$$\dot{i}_{1\lambda} = -\frac{\dot{i}_{2I\lambda}}{\dot{u}_{nI}^*} - \frac{\dot{i}_{2II\lambda}}{\dot{u}_{nII}^*} = -\frac{\hat{i}_\lambda}{\hat{u}} \left[ e^{j(\varphi_{iI\lambda} + \varphi_{üI})} + e^{j(\varphi_{iII\lambda} + \varphi_{üII})} \right] \quad (1.4.12)$$

und für die mit negativer Phasenfolge

$$\dot{i}_{1\lambda} = -\frac{\dot{i}_{2I\lambda}}{\dot{u}_{nI}^*} - \frac{\dot{i}_{2II\lambda}}{\dot{u}_{nII}^*} = -\frac{\hat{i}_\lambda}{\hat{u}} \left[ e^{j(\varphi_{iI\lambda} - \varphi_{üI})} + e^{j(\varphi_{iII\lambda} - \varphi_{üII})} \right]. \quad (1.4.13)$$

Die Auswertung von (1.4.12) und (1.4.13) führt auf

$$\lambda = 1: \quad \dot{i}_{1,1} = -\frac{\hat{i}_1}{\hat{u}} \left[ e^{j(\varphi_{i1} + \frac{5}{6}\pi)} + e^{j(\varphi_{i1} - \frac{\pi}{6} + \pi)} \right] = -2\frac{\hat{i}_1}{\hat{u}} e^{j(\varphi_{i1} + \frac{5}{6}\pi)}$$

$$\lambda = 5: \quad \dot{i}_{1,5} = -\frac{\hat{i}_5}{\hat{u}} \left[ e^{j(\varphi_{i5} - \frac{5}{6}\pi)} + e^{j(\varphi_{i5} - \frac{5\pi}{6} - \pi)} \right] = 0$$

$$\lambda = 7: \quad \dot{i}_{1,7} = -\frac{\hat{i}_7}{\hat{u}} \left[ e^{j(\varphi_{i7} + \frac{5}{6}\pi)} + e^{j(\varphi_{i7} - \frac{7\pi}{6} + \pi)} \right] = 0$$

$$\lambda = 11: \quad \dot{i}_{1,11} = -\frac{\hat{i}_{11}}{\hat{u}} \left[ e^{j(\varphi_{i11} - \frac{5}{6}\pi)} + e^{j(\varphi_{i11} - \frac{11\pi}{6} - \pi)} \right] = -2\frac{\hat{i}_{11}}{\hat{u}} e^{j(\varphi_{i11} - \frac{5}{6}\pi)}.$$

Die von bestimmten Oberschwingungen (z. B. denjenigen fünffacher und siebenfacher Grundfrequenz) erzeugten Durchflutungen sind offenbar gegenphasig zueinander und heben sich gerade auf, so dass keine Flussanteile und damit in der Primärwicklung auch keine Spannungen dieser Frequenzen erzeugt werden. Folglich treten geringere Netzzrückwirkungen in Erscheinung. Allgemein entsteht Auslöschung für die Oberschwingungen, deren Ordnungszahlen  $\lambda = |1 + 6k|$  durch eine ungerade ganze Zahl

$k$  gebildet werden. Alle anderen Harmonischen, deren Ordnungszahlen mit einer geraden ganzen Zahl  $k$  gebildet werden, überlagern sich wie die Grundschwingung gerade phasengleich und verstärken sich somit.

#### 1.4.4

##### Messwandler

Messwandler werden bei der Messung von Wechselspannungen und Wechselströmen zwischen Messobjekt und Messinstrument geschaltet, um die Messgrößen auf solche Werte umzuformen, die bequem mit Messinstrumenten messbar sind. Außerdem sollen sie Messobjekt und Messinstrument gegeneinander elektrisch isolieren. Schließlich erlaubt ihr Einsatz eine gewisse Fernübertragung der Messwerte.

Entsprechend der umzuformenden Messgröße unterscheidet man Spannungswandler und Stromwandler. Hinsichtlich der speziellen Aufgabe ist außerdem zwischen Wandlern für Messzwecke und solchen für Schutzzwecke zu unterscheiden. Erstere sollen im Störfall die dem Messinstrument zugeführte Größe begrenzen. Letztere dagegen müssen die Messgröße auch im Störfall proportional abbilden, um die Schutzmaßnahmen auszulösen.

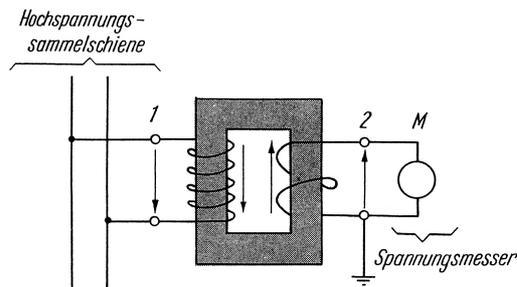
##### 1.4.4.1 Spannungswandler

Ein Spannungswandler ist ein praktisch leerlaufender Transformator, bei dem die Eigenschaft der Spannungstransformation ausgenutzt wird, um hohe Wechselspannungen auf Werte zurückzuführen, für die sich Messinstrumente günstig dimensionieren lassen. Dabei wird gleichzeitig eine Potentialtrennung zwischen dem Messobjekt und dem Messinstrument und seinen Zuleitungen herbeigeführt. Diese Aufgabe besteht vor allem in den Hochspannungsnetzen der Energieversorgung, aber auch bei der Überwachung und Prüfung von Hochspannungsmaschinen. Die Spannungswandler werden gewöhnlich so dimensioniert, dass bei Bemessungsspannung auf der Primärseite an den Sekundärklemmen eine Spannung von vorzugsweise 100 V auftritt. Damit können unabhängig von der Höhe der Messspannung gleiche Spannungsmesser verwendet werden. Außerdem können Leistungsmesser mit einheitlich dimensioniertem Spannungspfad Verwendung finden.

Die Prinzipianordnung einer Spannungsmessung mit Spannungswandler zeigt Bild 1.4.6. Am Spannungsmesser liegt die Spannung  $\underline{u}_M$ . Wenn der Wandler als idealer Transformator angesehen wird, gilt für die Spannungen  $\underline{u}_1 - \underline{u}'_2 = 0$  bzw. durch Einführen der Spannung  $\underline{u}_M = \underline{u}_2$  über dem Messinstrument

$$\underline{u}_M = \frac{w_2}{w_1} \underline{u}_1 = \underline{u}_{M \text{ soll}} \quad (1.4.14)$$

Man erhält eine Spannung  $\underline{u}_{M \text{ soll}}$ , deren Betrag dem der zu messenden Spannung  $\underline{u}_1$  proportional ist und die in Phase mit  $\underline{u}_1$  liegt. Diese Beziehung wird annähernd erfüllt sein, wenn der Wandler im Leerlauf arbeitet, d.h. wenn der Innenwiderstand



**Bild 1.4.6** Prinzipanordnung einer Spannungsmessung mit Spannungswandler

des Messinstruments sehr hoch ist. Unter realen Bedingungen ist  $\underline{u}_1 - \underline{u}'_2 \neq 0$ , und es lässt sich formulieren

$$\underline{u}_M - \frac{w_2}{w_1} \underline{u}_1 = \underline{u}_M - \underline{u}_{M \text{ soll}} = \Delta \underline{u}_M. \quad (1.4.15)$$

Die gemessene Spannung  $\underline{u}_M$  weicht also von dem unter idealen Bedingungen gemessenen Wert  $\underline{u}_{M \text{ soll}}$  um  $\Delta \underline{u}_M$  ab. Diese Abweichung wird vom inneren Spannungsabfall des Belastungsstroms hervorgerufen, der durch das Messinstrument fließt. Strenggenommen trägt auch der innere Spannungsabfall des Magnetisierungsstroms dazu bei. Entsprechend (1.4.15) verursacht der Wandler einen *Bezugsfehler*

$$F_u = \frac{U_M - U_{M \text{ soll}}}{U_{M \text{ soll}}}, \quad (1.4.16)$$

der auch einfach als *Spannungsfehler* bezeichnet wird, sowie einen *Fehlwinkel*

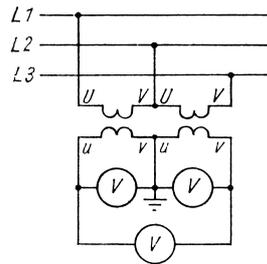
$$\delta_u = \varphi_{uM} - \varphi_{uM \text{ soll}}.$$

Die Spannungswandler sind hinsichtlich der zulässigen Fehler nach IEC 60044-2 (DIN EN 60044-2) in *Genauigkeitsklassen* eingeteilt. Die den einzelnen Genauigkeitsklassen zugeordneten Fehlergrenzen sind in Tabelle 1.4.2 dargestellt; sie gelten im Bereich von 80 bis 120% des Spannungswerts und für eine Belastung mit 25 bis 100% des Bemessungswerts bei einem Leistungsfaktor von  $\cos \varphi = 0,8$  (induktiv).

Die Spannungswandler werden i. Allg. einphasig – seltener dreiphasig – ausgeführt. Je nach vorgesehenem Einsatz sind sie einpolig oder zweipolig isoliert. Für die Span-

**Tabelle 1.4.2** Genauigkeitsklassen und zugeordnete Fehlergrenzen von Spannungswandlern nach IEC 60044-2 (DIN EN 60044-2 bzw. VDE 0414 T.3)

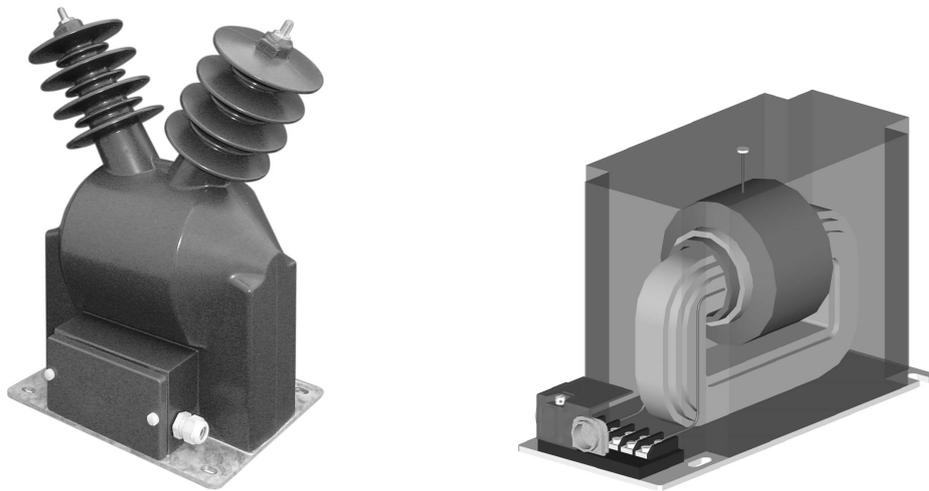
Genauigkeitsklasse	Spannungsfehler %	Fehlwinkel mrad (Minuten)
0,2	± 0,2	±3(±10')
0,5	± 0,5	±6(±20')
1,0	± 1,0	±12(±40')
3,0	± 3,0	



**Bild 1.4.7** V-Schaltung zweier zweipolig isolierter Spannungswandler zur Spannungsmessung im Dreiphasensystem

nungsmessung im Dreiphasensystem verwendet man meist zwei zweipolig isolierte Spannungswandler in der sog. V-Schaltung, die Bild 1.4.7 zeigt.

Bild 1.4.8 zeigt Ansicht und Schnittbild eines Spannungswandlers.



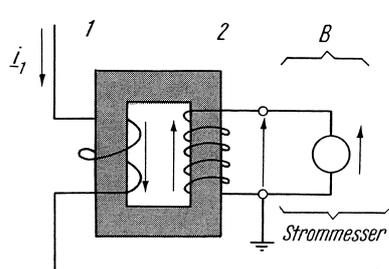
**Bild 1.4.8** Ansicht und Schnittdarstellung eines Spannungswandlers (Werkbilder Ritz)

#### 1.4.4.2 Stromwandler

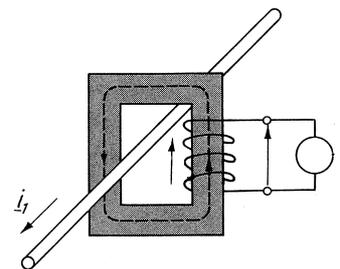
Ein Stromwandler ist ein praktisch kurzgeschlossener Transformator, bei dem die Eigenschaft der Stromtransformation ausgenutzt wird, um Wechselströme, und zwar besonders solche mit großer Stromstärke, unter Potentialtrennung zwischen Messobjekt und Messinstrument auf Werte zurückzuführen, für die sich Messinstrumente günstig dimensionieren lassen. Er wird mit der Primärseite in den Stromkreis eingeschaltet, dessen Strom gemessen werden soll, während die Sekundärseite durch den Strommesser nahezu kurzgeschlossen ist. Der Betrieb in der Nähe des Kurzschlusses ist erforderlich, um den Innenwiderstand klein zu halten, den die gesamte Messeinrichtung entsprechend (1.2.107) für den zu untersuchenden

Stromkreis darstellt. Er wird sich außerdem im Hinblick auf die Forderung nach kleinem Fehler als vorteilhaft erweisen. Die Belastung, die der Strommesser für den Wandler darstellt, bezeichnet man als *Bürde*. Die Bürde wird gekennzeichnet durch ihren Scheinwiderstand oder ihre Scheinleistung.

Die oben fixierte Aufgabe des Stromwandlers besteht hinsichtlich der Potentialtrennung und der Verkleinerung des Messstroms überall im Hochspannungsnetz der Energieversorgung, aber auch bei der Überwachung und Prüfung von Hochspannungsmaschinen. Die Aufgabe besteht hinsichtlich der Anpassung des zu messenden Stroms an die zur Verfügung stehenden Messinstrumente überall in der Mess- und Prüftechnik. Die Wandler werden so dimensioniert, dass sie auf der Sekundärseite einen Strom von 1 A oder 5 A führen, wenn primärseitig der Bemessungsstrom fließt.



**Bild 1.4.9** Prinzipanordnung einer Strommessung mit Stromwandler. B Bürde



**Bild 1.4.10** Prinzipanordnung des Schienen- oder Stabstromwandlers

Die Prinzipanordnung einer Strommessung mit Stromwandler zeigt Bild 1.4.9. Wenn der Wandler als idealer Transformator angesehen wird, gilt  $i_1 + i_2' = 0$  bzw. bei Einführen des Stroms

$$i_B = -i_2 = -\frac{w_1}{w_2} i_1'$$

im Belastungszweig

$$i_B = \frac{w_1}{w_2} i_1 = i_{B \text{ soll}} \quad (1.4.17)$$

Man erhält einen Strom im Strommesser, dessen Betrag dem des zu messenden Stroms  $i_1$  proportional ist und der in Phase mit  $i_1$  liegt.

An dieser Stelle müssen zunächst einige Betrachtungen über den sog. *Schienen-* oder *Stabstromwandler* eingeschoben werden. Derartige Wandler werden eingesetzt, wenn der zu messende Strom sehr groß ist. Dabei wird der Leiter, der diesen Strom führt, entsprechend Bild 1.4.10 als Schiene oder Stab durch den magnetischen Kreis des Stromwandlers geführt. Um die Frage nach dem jetzt wirksamen Übersetzungsverhältnis und damit nach dem Umrechnungsfaktor zwischen  $I_B$  und  $I_1$  entscheiden zu können, muss daran erinnert werden, dass (1.4.17) als Aussage des Durchflutungsgesetzes für einen Integrationsweg entlang des magnetischen Kreises erhalten wurde. Dabei zählt als Windungszahl, wievielfach der Leiter und mit ihm sein Strom durch die

vom Integrationsweg aufgespannte Fläche tritt. Damit ist in (1.4.17) für den Stabstromwandler  $w_1 = 1$  zu setzen. Analoge Überlegungen gelten für den sog. *Lochstromwandler*, bei dem das Fenster des magnetischen Kreises auch im gebrauchsfertigen Zustand offengelassen ist, damit der Primärleiter einmal oder mehrere Male hindurchgeführt werden kann.

Unter realen Bedingungen ist entsprechend (1.2.58)

$$\dot{i}_1 w_1 + \dot{i}_2 w_2 = \Theta_1^+, \quad (1.4.18)$$

wobei  $\Theta_1^+$  die Grundschiwingung der Durchflutung für einen Integrationsweg entlang des magnetischen Kreises unter Berücksichtigung der Rückwirkung der Wirbelströme ist. Bei Einführen des gemessenen Stroms  $\dot{i}_B = -\dot{i}_2$  im Belastungszweipol und seines Sollwerts nach (1.4.17) folgt aus (1.4.18)

$$\dot{i}_B - \dot{i}_{B \text{ soll}} = -\frac{\Theta_1^+}{w_2} = -\Delta \dot{i}_B. \quad (1.4.19)$$

Daraus erkennt man, dass der Fehler des Stromwandlers, d.h. die Abweichung des gemessenen Stroms  $\dot{i}_B$  von seinem Sollwert  $\dot{i}_{B \text{ soll}}$ , von der erforderlichen Durchflutung des magnetischen Kreises abhängt. Um diese Durchflutung klein zu halten, verwendet man für den magnetischen Kreis Werkstoffe mit extrem hoher Permeabilität. Außerdem wird die Induktion im magnetischen Kreis dadurch klein gehalten, dass man die Impedanz der Bürde möglichst niedrig hält, so dass die Spannung an den Wandlerklemmen, die in irgendeiner Weise die Größe des magnetischen Felds bestimmt, klein bleibt [s. (1.2.107)]. Aus (1.4.19) ist außerdem zu erkennen, dass entsprechend der Phasenlage von  $\Theta_1^+$  sowohl ein *Betragsfehler*

$$F_i = \frac{I_B - I_{B \text{ soll}}}{I_{B \text{ soll}}}, \quad (1.4.20)$$

der als *Strommessabweichung* bezeichnet wird, als auch ein *Fehlwinkel*

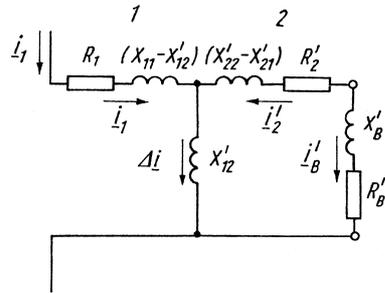
$$\delta_i = \varphi_{iB} - \varphi_{iB \text{ soll}}$$

entsteht.

Zur weiteren Kennzeichnung des Wandlerfehlers dient der sog. *Gesamtfehler*  $F_g$ , den man als Verhältnis zwischen dem Effektivwert  $\Delta I_B$  des auf die Seite 1 bezogenen Differenzstroms ( $\dot{i}_B w_2 / w_1 - \dot{i}_1$ ) und dem Effektivwert des Primärstroms  $\dot{i}_1$  erhält als

$$F_g = \frac{\Delta I_B}{I_1}.$$

Eine anschauliche Vorstellung von den Einflüssen auf den Fehler des Stromwandlers erhält man, wenn die Beobachtungen im Bereich der transformierten Größe der Seite 2 unter Verwendung des Ersatzschaltbilds 1.2.43 durchgeführt werden. Die Sekundärseite muss dabei durch den auf die Seite 1 bezogenen komplexen Widerstand



**Bild 1.4.11** Ersatzschaltbild des mit der Bürde  $Z'_B = R'_B + jX'_B$  belasteten Stromwandlers

$Z'_B = R'_B + jX'_B$  der Bürde abgeschlossen werden. Die zu betrachtende Anordnung ist im Bild 1.4.11 dargestellt (vgl. auch Bild 1.2.57). Aus (1.4.17) folgt für den transformierten Sollwert des Stroms durch die Bürde

$$\dot{i}'_{B \text{ soll}} = \frac{w_2}{w_1} \dot{i}_{B \text{ soll}} = \dot{i}_1 \quad (1.4.21)$$

Die Beziehung zwischen den Strömen des realen Transformators nach (1.4.18) führt auf

$$\dot{i}_1 + \dot{i}'_2 = \Delta \dot{i}, \quad (1.4.22)$$

wobei  $\Delta \dot{i}$  entsprechend der Aussage des Knotenpunktsatzes gerade der Strom im Querglied des Ersatzschaltbilds ist. Mit  $\dot{i}'_B = -\dot{i}'_2$  folgt aus (1.4.22), wenn für  $\dot{i}_1$  (1.4.21) eingeführt wird,

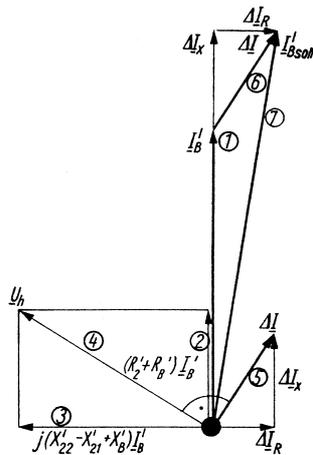
$$\dot{i}'_B - \dot{i}'_{B \text{ soll}} = -\Delta \dot{i}. \quad (1.4.23)$$

Im Bereich der transformierten Größen der Seite 2 erscheint als Abweichung des gemessenen Stroms  $\dot{i}'_B$  von seinem Sollwert  $\dot{i}'_{B \text{ soll}}$  gerade der Querstrom  $\Delta \dot{i}$  im Ersatzschaltbild. Im Bild 1.4.12 ist das Zeigerbild zu Bild 1.4.11 ausgehend vom gemessenen Strom  $\dot{i}'_B$  entworfen worden. Dieser Strom bestimmt die Spannungsabfälle über den Schaltelementen des Kreises 2 und damit als

$$\underline{u}_h = [(R'_2 + R'_B) + j(X'_{22} - X'_{12} + X'_B)] \dot{i}'_B$$

die Spannung über dem Querglied. Diese legt ihrerseits den Strom  $\Delta \dot{i}$  als  $\Delta \dot{i} = \underline{u}_h / jX'_{12}$  fest. Damit erhält man entsprechend (1.4.23) den Sollwert des gemessenen Stroms zu  $\dot{i}'_{B \text{ soll}} = \dot{i}'_B + \Delta \dot{i}$ . Aus dem Zeigerbild ist zu entnehmen, dass  $\underline{u}_h$  und damit für ein bestimmtes  $X'_{12}$  der Strom  $\Delta \dot{i}$  um so kleiner werden, je kleiner die Widerstände  $R'_2$  und  $R'_B$  sowie die Reaktanzen  $(X'_{22} - X'_{12})$  und  $X'_B$  sind. Dabei beeinflussen die Widerstände über

$$\Delta \dot{i}_r = \frac{R'_2 + R'_B}{jX'_{12}} \dot{i}'_B$$



**Bild 1.4.12** Zeigerbild zu Bild 1.4.11 zur Erläuterung der Einflüsse auf den Fehler des Stromwandlers. 1 bis 7: Reihenfolge der Entwicklung

in erster Linie den Winkelfehler und die Reaktanzen über

$$\Delta i_x = \frac{X'_{22} - X'_{21} + X'_B}{X'_{12}} i'_B$$

den Betragsfehler. Schließlich erkennt man, dass der Strom  $\Delta i$  für einen bestimmten Wert von  $u_h$  um so kleiner wird, je größer die Reaktanz  $X'_{12}$  ist. Diese Reaktanz, die der Gegeninduktivität zwischen den beiden Wicklungen zugeordnet ist, wird außer von der Geometrie des magnetischen Kreises vor allem von der Permeabilität des verwendeten Werkstoffs bestimmt. Sie nimmt für  $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$  ebenfalls unendlich große Werte an, so dass in diesem Grenzfall der Strom  $\Delta i$  und damit der Fehler des Wandlers – in Übereinstimmung mit den Betrachtungen unter Voraussetzung idealer Eigenschaften – unabhängig von der Größe von  $u_h$  und damit unabhängig von den Schaltelementen des Kreises 2 stets verschwindet.

Der Fehler des Stromwandlers wächst über alle Grenzen, wenn  $Z_B \rightarrow \infty$  geht, d.h. wenn die Sekundärseite im Leerlauf betrieben wird. Dieser Betriebszustand ist jedoch nicht nur unzuverlässig, sondern auch gefährlich. Da die Gegendurchflutung des Bürdenstroms fehlt, wirkt der Messstrom als Magnetisierungsstrom. Es wird ein großes magnetisches Feld aufgebaut, das in der Sekundärwicklung eine hohe Spannung induziert, die zur Beschädigung der Wicklung führen kann. Unter der Annahme linearer magnetischer Verhältnisse folgt für die Leerlaufspannung aus der allgemeinen Gleichung (1.2.69)

$$u_2 = jX_{21} i_1$$

Danach würde die Spannung wegen des angestrebten großen Werts von  $X_{21}$  sehr hoch werden. Sie wird jedoch durch die einsetzende Sättigung begrenzt. Dabei wird die Magnetisierungskennlinie des magnetischen Kreises sehr weit ausgereizt. Es muss damit gerechnet werden, dass sie sich nach versehentlichem Betrieb mit offenem

Sekundärkreis, auch nachdem die große Durchflutung nicht mehr wirkt, im normalen Arbeitsbereich verschoben hat, so dass der Wandler die erwartete Genauigkeit nicht mehr einhält.

Stromwandler werden hinsichtlich ihres Einsatzes in solche für Messzwecke und solche für Schutzzwecke unterschieden.

Bei Stromwandlern für Messzwecke soll der Sekundärstrom oberhalb des Bemessungsstroms mit Rücksicht auf die nachgeschalteten Messinstrumente begrenzt werden. Zur Kennzeichnung dieser Eigenschaft führt man als *Bemessungs-Begrenzungsstrom* einen kleinsten Wert  $I_{1g}$  des Primärstroms ein, bei dem der Gesamtfehler  $F_g \geq 10\%$  wird. Dieser Bemessungs-Begrenzungsstrom  $I_{1g}$  wird auf den primären Bemessungsstrom  $I_{1N}$  bezogen als

$$\text{Überstrom-Begrenzungsfaktor } FS = \frac{I_{1g}}{I_{1N}}$$

angegeben.

Stromwandler für Schutzzwecke müssen den Primärstrom auch für Werte, die wesentlich über dem Bemessungsstrom liegen, proportional als Sekundärstrom abbilden. Um diese Eigenschaft zu kennzeichnen, wird als *Bemessungs-Genauigkeits-Grenzstrom*  $I_{1f}$  jener größte Wert des Primärstroms angegeben, bei dem der Wandler mit der Bemessungsbürde belastet noch bestimmten Forderungen hinsichtlich des Gesamtfehlers  $F_g$  genügt. Dieser Bemessungs-Genauigkeits-Grenzstrom wird auf den primären Bemessungsstrom  $I_{1N}$  bezogen als

$$\text{Genauigkeitsgrenzfaktor } P = \frac{I_{1f}}{I_{1N}}$$

angegeben.

Die Stromwandler sind hinsichtlich der zulässigen Fehler nach IEC 60044-1 (DIN EN 60044-1) ebenso wie die Spannungswandler in Genauigkeitsklassen eingeteilt. In Tabelle 1.4.3 sind als Auszug aus den genannten Normen die Fehlergrenzen für die Genauigkeitsklassen 0,1; 0,2; 0,5 und 1,0 von Stromwandlern für Messzwecke

**Tabelle 1.4.3** Genauigkeitsklassen 0,1; 0,2; 0,5 und 1,0 mit zugeordneten Grenzwerten für die Strommessabweichung und den Fehlwinkel für Stromwandler für Messzwecke nach IEC 60044-1 (DIN EN 60044-1 bzw. VDE 0414 T.2)

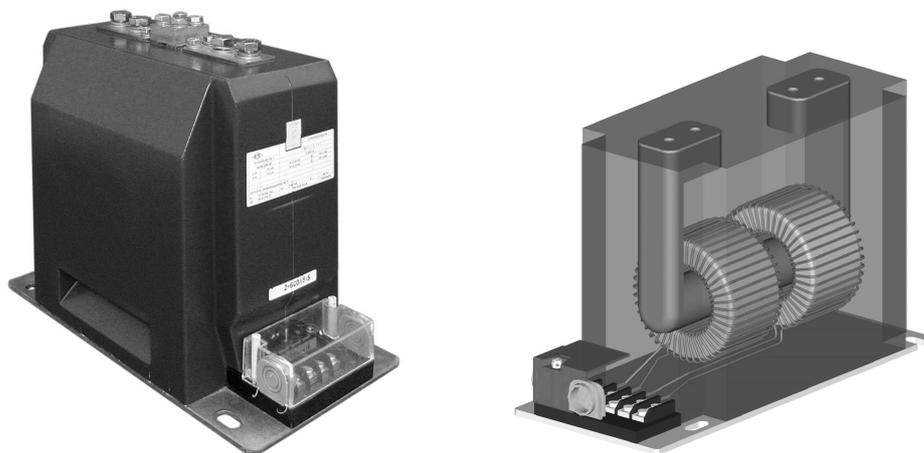
Genauigkeitsklasse	Stromfehler $F_1$ in % bei				Fehlwinkel $\delta_1$ in mrad (Minuten) bei			
	0,05 $I_{1N}$	0,2 $I_{1N}$	$I_{1N}$	1,2 $I_{1N}$	0,05 $I_{1N}$	0,2 $I_{1N}$	$I_{1N}$	1,2 $I_{1N}$
0,1	$\pm 0,4$	$\pm 0,2$	$\pm 0,1$	$\pm 0,1$	$\pm 4,5(\pm 15')$	$\pm 2,4(\pm 8')$	$\pm 1,5(\pm 5')$	$\pm 1,5(\pm 5')$
0,2	$\pm 0,75$	$\pm 0,35$	$\pm 0,2$	$\pm 0,2$	$\pm 9(\pm 30')$	$\pm 4,5(\pm 15')$	$\pm 3(\pm 10')$	$\pm 3(\pm 10')$
0,5	$\pm 1,5$	$\pm 0,75$	$\pm 0,5$	$\pm 0,5$	$\pm 27(\pm 90')$	$\pm 13,5(\pm 45')$	$\pm 9(\pm 30')$	$\pm 9(\pm 30')$
1,0	$\pm 3,0$	$\pm 1,5$	$\pm 1,0$	$\pm 1,0$	$\pm 54(\pm 180')$	$\pm 27(\pm 90')$	$\pm 18(\pm 60')$	$\pm 18(\pm 60')$

**Tabelle 1.4.4** Genauigkeitsklassen 5P und 10P mit zugeordneten Grenzwerten für die Strommessabweichung, den Fehlwinkel und die Gesamtmessabweichung beim Bemessungs-Genauigkeits-Grenzstrom von Stromwandlern für Schutzzwecke nach IEC 60044-1 (DIN EN 60044-1 bzw. VDE 0414 T.2)

Genauigkeitsklasse	Strommessabweichung $F_i$ in % bei Bemessungsstrom $I_{1N}$	Fehlwinkel $\delta_i$ in mrad (Minuten) bei Bemessungsstrom $I_{1N}$	Gesamtmessabweichung $F_g$ in % beim Genauigkeitsgrenzfaktor P
5P	$\pm 1$	$\pm 18(\pm 60')$	5
10P	$\pm 3$	–	10

wiedergegeben. Tabelle 1.4.4 enthält die Fehlergrenzen für die Genauigkeitsklassen 5P und 10P von Stromwandlern für Schutzzwecke.

Bild 1.4.13 zeigt Ansicht und Schnittbild eines Stromwandlers.



**Bild 1.4.13** Ansicht und Schnittdarstellung eines Stromwandlers (Werkbilder Ritz)

#### 1.4.4.3 Technische Ausführung

Die technische Ausführung von Messwandlern weicht in wesentlichen Punkten von derjenigen von Leistungstransformatoren (s. Abschnitt 1.8) ab. Der *Magnetkreis* wird bei Spannungswandlern als Manteltyp oder als Kerntyp aus gewöhnlichem Elektroblech hergestellt. Bei Stromwandlern verwendet man sowohl geschichtete Kerne als auch aus Band gewickelte Ringbandkerne. Dabei kommen wegen des unmittelbaren Einflusses der Permeabilität auf den Fehler spezielle Werkstoffe mit extrem großen Werten der

Anfangspermeabilität zum Einsatz. Die *normativen Anforderungen* für Stromwandler sind enthalten in

IEC 60044-1 (DIN EN 60044-1)

und die für Spannungswandler in

IEC 60044-2 (DIN EN 60044-2).

Entsprechend der zweiten Aufgabe der Wandler, den Messkreis galvanisch vom Messobjekt zu trennen, werden sie hinsichtlich des Aufwands für die Isolierung der zugehörigen Isolationsspannung zugeordnet. Unter der Isolationsspannung versteht man die maximale Spannung, mit der ein Betriebsmittel unter normalen Bedingungen betrieben werden darf. Die wichtigsten Isolationsspannungen sind 0,5; 10; 30; 110; 220; 380 kV.

Die *Klemmenbezeichnungen* für Stromwandler sind enthalten in

IEC 60044-1 (DIN EN 60044-1)

und die für Spannungswandler in

IEC 60044-2 (DIN EN 60044-2).

## 1.5

### Energieumsatz

#### 1.5.1

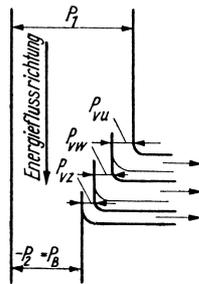
##### Verluste

Der Prozess der Umformung elektrischer Energie in wiederum elektrische Energie mit anderen Strom- und Spannungswerten, wie er im Transformator stattfindet, ist wie jeder Energieumformungsprozess mit Leistungsverlusten behaftet. Diese Verluste sind bereits im Abschnitt 1.2.2 über die Wirkungsweise des Einphasentransformators in Erscheinung getreten. Sie setzen sich demnach zusammen aus den

- *Wicklungsverlusten*  $P_{vw}$ , die von den Strömen in den Wicklungen aufgrund ihrer ohmschen Widerstände verursacht werden, und den
- *Ummagnetisierungsverlusten*  $P_{vu}$ , die das magnetische Wechselfeld im magnetischen Kreis als Hysterese- und Wirbelstromverluste hervorruft.

Darüber hinaus treten weitere Verluste als

- *zusätzliche Verluste*  $P_{vz}$  in Erscheinung, die durch Stromverdrängungserscheinungen in den Wicklungen, Wirbelströme in nicht zum magnetischen Kreis gehörenden Teilen, als dielektrische Verluste in der Wicklungsisolierung u. a. m. entstehen.



**Bild 1.5.1** Schema des Leistungsflusses im Transformator bei Energiefluss von der Seite 1 zur Seite 2

Im Bild 1.5.1 ist das Schema des Leistungsflusses durch den Transformator dargestellt. Dabei ist angenommen, dass die Energie von der Seite 1 zur Seite 2 und von dort zum Belastungszweipol fließt. Diese Energieflussrichtung wird auch im Folgenden bei der Formulierung von Beziehungen über den Energieumsatz im Transformator vorausgesetzt werden. Darüber hinaus sollen diese Untersuchungen auf den wichtigen Fall beschränkt bleiben, dass die Spannung auf der Seite 1 unveränderlich ist und stets ihren Bemessungswert  $U_{1N}$  besitzt.

Die Gesamtverluste  $P_v$  sind gegeben als

$$P_v = P_{vu} + P_{vw} + P_{vz}. \quad (1.5.1)$$

Für die Prüffeldpraxis wird angenommen, dass die zusätzlichen Verluste zwei Anteile aufweisen. Der erste Anteil ist ebenso wie die Ummagnetisierungsverluste spannungsabhängig und damit in den Leerlaufverlusten  $P_{v1}$  nach (1.6.1) enthalten. Der zweite Anteil hängt vom Strom ab und geht dementsprechend in die Kurzschlussverluste  $P_{vk}$  nach (1.6.18) ein. Damit lassen sich die Verluste im Betrieb unter Bemessungsbedingungen ausgehend von den Messwerten der Leerlaufverluste  $P_{v1N}$  und der Kurzschlussverluste  $P_{vkN}$  formulieren als

$$P_{vN} = P_{v1N} + P_{vkN}. \quad (1.5.2)$$

Für Wirtschaftlichkeitsuntersuchungen interessiert weniger der absolute Wert der Verluste als vielmehr ein auf die umgesetzte Leistung bezogener Wert. Wenn als Bezugsleistung die abgegebene Scheinleistung verwendet wird, erhält man als relative Verluste  $p_v^*$  bei Betrieb unter Bemessungsbedingungen

$$p_{vN}^* = \frac{P_{vN}}{P_{sN}} = \frac{P_{v1N}}{P_{sN}} + \frac{P_{vkN}}{P_{sN}} = p_{v1}^* + p_{vk}^*. \quad (1.5.3)$$

Sehr große Transformatoren besitzen Werte der relativen Verluste  $p_{vN}^*$  von unter 1%. Entsprechend einer allgemeinen und stets wiederkehrenden Tendenz sinken die relativen Verluste bei einem Energieumformungsprozess mit zunehmender Leistung.

Wenn der Transformator nicht mit Bemessungsstrom belastet wird, aber vereinbarungsgemäß nach wie vor an Bemessungsspannung liegt, kann man annehmen,

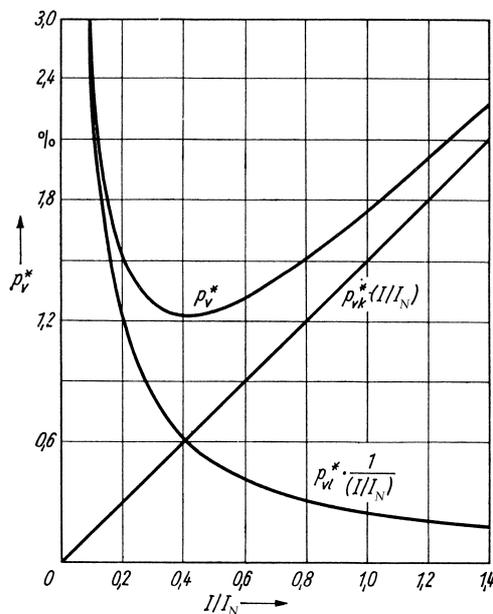
dass sich die gesamten stromabhängigen Verluste quadratisch mit dem Belastungsstrom ändern, wie dies entsprechend (1.2.43) für die Wicklungsverluste gilt, die den dominierenden Anteil der stromabhängigen Verluste darstellen.<sup>14)</sup> Andererseits bleiben die spannungsabhängigen Verluste natürlich konstant, und man erhält für die Gesamtverluste

$$P_v = P_{v1N} + P_{vkN} \left( \frac{I}{I_N} \right)^2. \quad (1.5.4)$$

Daraus ergibt sich für die relativen Verluste unter Beachtung von  $I/I_N = P_s/P_{sN}$

$$p_v^* = \frac{P_v}{P_s} = \frac{P_{v1N}}{P_{sN}} \frac{P_{sN}}{P_s} + \frac{P_{vkN}}{P_{sN}} \frac{P_{sN}}{P_s} \left( \frac{I}{I_N} \right)^2 = \frac{p_{v1}^*}{(I/I_N)} + p_{vk}^* (I/I_N). \quad (1.5.5)$$

Ihr Verlauf als Funktion von  $I/I_N$  ist im Bild 1.5.2 für  $p_{v1}^* = 0,25\%$  und  $p_{vk}^* = 1,5\%$  dargestellt.



**Bild 1.5.2** Relative Verluste als Funktion des relativen Belastungsstroms  $I/I_N$  für  $p_{v1}^* = 0,25\%$  und  $p_{vk}^* = 1,5\%$

### 1.5.2

#### Wirkungsgrad

Der Wirkungsgrad ist das Verhältnis von abgegebener zu aufgenommener (Wirk-) Leistung eines Energieumformers. Durch Einführen der abgegebenen Wirkleistung

<sup>14)</sup> Dabei wird der Einfluss des Leerlaufstroms vernachlässigt, der bewirkt, dass eigentlich auch bei verschwindendem Belastungsstrom gewisse Wicklungsverluste auftreten, die man sich jedoch den spannungsabhängigen Verlusten zugeschlagen denken kann.

$P$  und der Gesamtverluste  $P_v$  nach (1.5.4) lässt er sich formulieren als

$$\eta = \frac{P}{P + P_v} = \frac{P_s \cos \varphi}{P_s \cos \varphi + P_v} = \frac{P_s \cos \varphi}{P_s \cos \varphi + P_{v1N} + P_{vkN}(I/I_N)^2} \quad (1.5.6)$$

bzw. mit (1.5.5) als

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{1}{\cos \varphi} p_v^*} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\cos \varphi} \left[ \frac{p_{v1}^*}{(I/I_N)} + p_{vk}^*(I/I_N) \right]}. \quad (1.5.7)$$

Im Leerlauf ist die abgegebene Leistung  $P$  null; es wird jedoch eine endliche Leistung aufgenommen, um die Ummagnetisierungsverluste zu decken. Der Wirkungsgrad ist also null. Im Gebiet kleiner Leistungen  $P$  bzw. kleiner Ströme  $I/I_N$ , in dem die Wicklungsverluste gegenüber den Ummagnetisierungsverlusten noch keine entscheidende Rolle spielen, nimmt der Wirkungsgrad mit wachsendem Belastungsstrom zu, da die Verluste einen zunächst immer kleineren Anteil der umgesetzten Leistung darstellen. Da die Wicklungsverluste jedoch quadratisch mit dem Belastungsstrom ansteigen und die abgegebene Leistung sich nur linear mit dem Belastungsstrom ändert, treten erstere mit zunehmender Belastung immer mehr in Erscheinung und bewirken schließlich, dass der Wirkungsgrad wieder sinkt. Es muss also bei konstantem Leistungsfaktor einen Belastungsstrom geben, bei dem der Wirkungsgrad sein Maximum hat. In diesem Zustand sind die relativen Verluste entsprechend (1.5.7) ein Minimum. Die Lage des Minimums folgt mit (1.5.5) aus

$$\frac{dp_v^*}{d(I/I_N)} = 0$$

zu

$$\frac{I}{I_N} = \sqrt{\frac{p_{v1}^*}{p_{vk}^*}} = \sqrt{\frac{1}{\xi}}, \quad (1.5.8)$$

wobei das *Verlustverhältnis*

$$\xi = \frac{p_{vk}^*}{p_{v1}^*} = \frac{P_{vkN}}{P_{v1N}} \quad (1.5.9)$$

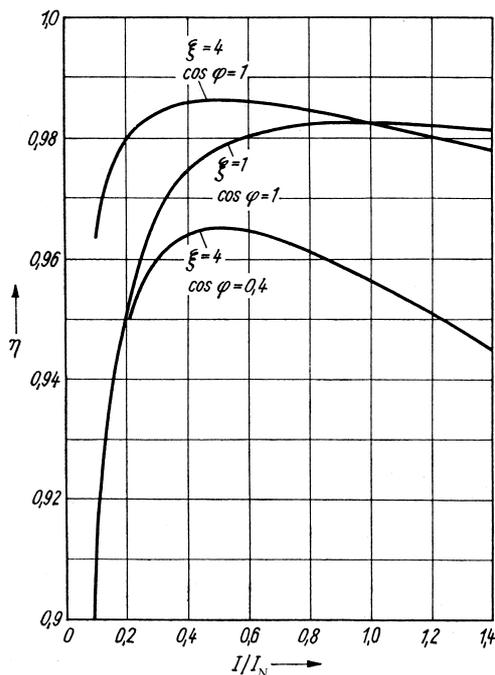
eingeführt wurde. Gleichung (1.5.8) lässt sich auch darstellen als

$$p_{vk}^* \left( \frac{I}{I_N} \right)^2 = p_{v1}^*.$$

Die minimalen relativen Verluste und damit der maximale Wirkungsgrad herrschen bei jenem Wert des Belastungsstroms, dessen Wicklungsverluste gleich den Ummagnetisierungsverlusten sind. Den Wert des maximalen Wirkungsgrads erhält man mit  $I/I_N$  nach (1.5.8) aus (1.5.7) zu

$$\eta_{\max} = \frac{1}{1 + \frac{2\sqrt{p_{v1}^* p_{vk}^*}}{\cos \varphi}}. \quad (1.5.10)$$

Er hängt nicht nur von den Einzelverlusten, sondern auch von der Phasenlage des Belastungsstroms ab, da die abgegebene Wirkleistung mit abnehmendem  $\cos \varphi$  sinkt, auch wenn der Belastungsstrom konstant bleibt. Der Einfluss des Verlustverhältnisses und des Leistungsfaktors auf den Verlauf der Wirkungsgradkennlinie  $\eta = f(I/I_N)$  wird im Bild 1.5.3 demonstriert.



**Bild 1.5.3** Wirkungsgrad als Funktion des relativen Belastungsstroms für  $p_{vN}^* = 1,75\%$  bei verschiedenen Verlustverhältnissen ( $\xi = 1$ ;  $\xi = 4$ ) und verschiedenen Leistungsfaktoren der Belastung ( $\cos \varphi = 1,0$ ;  $\cos \varphi = 0,4$ )

Die Transformatoren der Elektroenergieversorgung unterliegen einer im Tages- und Jahresrhythmus schwankenden Belastung. Die Schwankungen sind allerdings so langsam, dass die Dimensionierung der Transformatoren hinsichtlich der thermischen Beanspruchung nach der auftretenden Höchstleistung erfolgen muss. Damit liegt der Arbeitsbereich eines Transformators, wenn von kurzzeitiger Störung abgesehen wird, im Gebiet

$$0 \leq \frac{I}{I_N} \leq 1.$$

Er arbeitet also normalerweise nicht unter Bemessungsbedingungen und damit nicht mit dem zugeordneten Wirkungsgrad. Die Angabe des Wirkungsgrads  $\eta_N$  bei Betrieb unter Bemessungsbedingungen ist deshalb für die ökonomische Beurteilung der Betriebseigenschaften unzureichend. Aus diesem Grund dient zur weiteren Kennzeichnung der Güte des Energieumformungsprozesses der sog. *Jahreswirkungsgrad*

$$\eta_a = \frac{\int_{t=0}^{t=1a} P(t) dt}{\int_{t=0}^{t=1a} P(t) dt + \int_{t=0}^{t=1a} P_v(t) dt} \quad (1.5.11)$$

Er ist nicht nur von den Eigenschaften des Transformators abhängig, sondern auch eine Funktion der Form der Belastungsspiele  $I/I_N = f(t)$  und  $\cos \varphi = f(t)$ . Deshalb lassen sich keine allgemeinen Angaben über  $\eta_a$  machen. Eine Betrachtung von Bild 1.5.3 zeigt jedoch, dass sich der Jahreswirkungsgrad verbessern lässt, wenn das Maximum der Wirkungsgradkennlinie nicht in den Arbeitspunkt unter Bemessungsbedingungen gelegt, sondern zu kleineren Leistungen hin verschoben wird, da dann auch bei Teillast mit relativ gutem Wirkungsgrad gearbeitet wird. Dazu muss man das Verlustverhältnis  $\xi > 1$  machen. Es werden Transformatoren mit Verlustverhältnissen bis zu  $\xi = 6$  ausgeführt. Mit wachsendem Verlustverhältnis sinkt der Materialaufwand für den magnetischen Kreis und steigt der für die Wicklung. Genauere Betrachtungen darüber werden im Abschnitt 1.8.1 angestellt. An dieser Stelle soll nur zum Ausdruck gebracht werden, dass man sich schließlich mit wachsendem  $\xi$  sicher von einem Minimum der Materialkosten entfernt und den erforderlichen Mehraufwand nicht mehr durch geringere Betriebskosten abdecken kann.

## 1.6

### Prüfung

Die Prüfung dient dem Ziel, die Einhaltung der in der Liefervereinbarung bzw. den vereinbarten Normen festgelegten Anforderungen nachzuweisen. Für neu entwickelte Erzeugnisse geschieht dies in einer sog. *Typprüfung*. Bei Serienerzeugnissen werden zur Überprüfung der Fertigungsqualität sog. *Stückprüfungen* vorgenommen, die weniger umfangreich sind. Die Prüfungen betreffen im Wesentlichen

- die Bestimmung der Wicklungswiderstände
- die Ermittlung der Kenngrößen sowie maßgebender Kennlinien bei Leerlauf, Kurzschluss, Belastung und Überlastung
- die Bestimmung der Erwärmung und den Nachweis der Einhaltung der Grenzübertemperaturen
- die Bestimmung der Verluste und des Wirkungsgrads
- den Nachweis der elektrischen Festigkeit.

In den folgenden Abschnitten werden zunächst die Anforderungen an einen Transformator besprochen. Anschließend wird auf den Leerlauf- und den Kurzschlussversuch eingegangen, in denen auf einfache Weise wichtige Teile der oben beschriebenen Prüfergebnisse ermittelt werden.

### 1.6.1

#### Festgelegte Anforderungen

Zu den festgelegten Anforderungen an einen Transformator gehören neben seinem Schutzgrad und ggf. auch Abmessungen und Masse alle nach außen in Erscheinung

tretenden elektrischen Daten, wie die Bemessungswerte für Leistung und Spannung, Leerlaufstrom, Kurzschlussspannung, Leerlaufverluste, Kurzschlussverluste, Sternpunktbelastbarkeit u. a. Außerdem müssen die Grenzüber Temperatur eingehalten und die mechanische und elektrische Festigkeit der Wicklungen garantiert werden. Über die speziellen Werte dieser Anforderungen müssen zwischen dem Betreiber und dem Hersteller entsprechende Vereinbarungen getroffen werden. Dabei ist zu beachten, dass für eine ganze Reihe der Anforderungen Normen vorliegen, die im beiderseitigen Interesse nur in begründeten Ausnahmefällen außer Acht gelassen werden.<sup>15)</sup> Allgemeine Festlegungen für die Bemessungswerte sowie weitere Anforderungen finden sich in den verschiedenen Teilen der Normenreihe

IEC 60076 (DIN EN 60076).

Die Bemessungswerte für die Spannung ergeben sich aus den Nennspannungen nach IEC 60038 (DIN IEC 60038) (s. Anhang II/1). Sie werden auf der Abgabeseite von Leistungstransformatoren und auf der Aufnahmeseite von Maschinentransformatoren i. Allg. 5% über die Nennspannung gelegt. Von diesen Werten wird nur in Ausnahmefällen abgewichen. Einen derartigen Ausnahmefall bilden hinsichtlich der Spannung die Unterspannungswicklungen von Maschinentransformatoren für große Leistungen oder von Stromrichtertransformatoren. Ihre Bemessungsspannung wird oft unter dem Gesichtspunkt einer vorteilhaften Dimensionierung des zugehörigen Generators bzw. Stromrichters festgelegt. Hinsichtlich der Leistung werden von den Angaben in IEC 60076-1 (DIN EN 60076-1) abweichende Werte z. B. für Bahntransformatoren und Stromrichtertransformatoren zugelassen. Für normale Leistungstransformatoren im Leistungsbereich bis 40 MVA bestehen darüber hinaus auch Festlegungen über die Kurzschlussspannung, die Verluste, die Sternpunktbelastbarkeit und die Schaltgruppen. Die entsprechenden Normen sind im Anhang III zusammengestellt.

Die für den Betreiber wichtigen Daten des Transformators müssen auf dem Leistungsschild angegeben sein, das an gut sichtbarer Stelle befestigt ist. Die notwendigen Angaben und das Aussehen des Leistungsschildes für Transformatoren sind festgelegt in

IEC 60076-1 (DIN EN 60076-1).

Das Leistungsschild enthält im Wesentlichen:

- Firmenzeichen, Hersteller
- Typbezeichnung, Fertigungsnummer, Baujahr
- Bemessungswerte der Leistung, Spannungen, Ströme, Frequenz, Kurzschlussspannung
- Kurzzeichen für Schaltgruppe, Kühlungsart und Schutzgrad
- Gesamtmasse.

<sup>15)</sup> Die erforderlichen Angaben bei Anfragen und Bestellung enthält IEC 60076-1 (DIN EN 60076-1).

Das Einhalten der vereinbarten bzw. genormten technischen Daten muss vom Hersteller nachgewiesen werden. Die dazu erforderlichen Prüfungen sind allgemein enthalten in

IEC 60076-1 (DIN EN 60076-1).

Spezielle Fragen werden in gesonderten Standards insbesondere der Normenreihe IEC 60076 (DIN EN 60076) geregelt.

### 1.6.2

#### Leerlaufversuch

Um den Leerlaufversuch durchzuführen, wird der Transformator auf der Seite 1 mit variabler Spannung eingespeist. Wird der Versuch in einem Prüffeld durchgeführt, ist dies meist die Unterspannungsseite. Die Seite 2 bleibt unbelastet, so dass  $i_2 = 0$  ist. Außer der Spannung  $U_1$  und dem Strom  $I_1$  werden die aufgenommene Wirkleistung  $P_{11}$  und die Spannung  $U_2$  gemessen. Im Bild 1.6.1 ist die entsprechende Schaltung für den Fall eines Einphasentransformators dargestellt. Dabei wurde das genormte Schaltzeichen für den Transformator verwendet (s. Abschnitt 1.8.4).

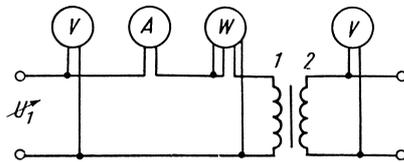


Bild 1.6.1 Schaltbild zum Leerlaufversuch

Der Transformator verhält sich im Leerlauf hinsichtlich der Spannungen weitgehend ideal, da  $i_2 = 0$  und der Strom auf der Seite 1 klein gegenüber seinem Bemessungswert ist. Damit erhält man das Übersetzungsverhältnis  $\hat{u}$  nach (1.2.8) als

$$\hat{u} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{U_1}{U_2}.$$

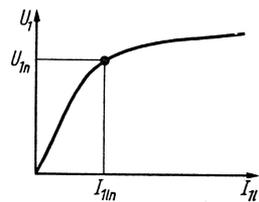
Außerdem kann man sagen, dass die Spannung  $U_1$  entsprechend der Aussage des Induktionsgesetzes den Fluss im magnetischen Kreis diktiert entsprechend

$$\hat{\Phi}_h \approx \frac{U_1 \sqrt{2}}{\omega w_1}.$$

Die für diesen Fluss erforderliche Durchflutung  $\hat{\Theta}_1^+$  wird vom Leerlaufstrom  $I_{11}$  nach Maßgabe von

$$\hat{\Theta}_1^+ = \sqrt{2} I_{11} w_1$$

aufgebaut. Da also  $U_1 \sim \hat{\Phi}_h$  und  $I_{11} \sim \hat{\Theta}_1^+$  ist, muss die *Leerlaufkennlinie*  $U_1 = f(I_{11})$ , die im Bild 1.6.2 dargestellt ist, einen der Magnetisierungskennlinie  $\hat{\Phi}_h = f(\hat{\Theta}_1^+)$

Bild 1.6.2 Leerlaufkennlinie  $U_1 = f(I_{11})$ 

nach Bild 1.2.31 analogen Verlauf haben. Sie liefert für  $U_1 = U_{1N}$  den Leerlaufstrom  $I_{11N}$ , der bei Bemessungsspannung fließt. Die Lage des entsprechenden Punktes auf der Leerlaufkennlinie lässt erkennen, in welchem Maße der magnetische Kreis durch das magnetische Feld belastet ist. Unter dem *relativen Leerlaufstrom* versteht man den auf den Bemessungsstrom  $I_{1N}$  bezogenen Leerlaufstrom bei Bemessungsspannung

$$i_{11N}^* = \left( \frac{I_{11}}{I_{1N}} \right)_{U=U_N} .$$

Er wird i. Allg. um so kleiner, je größer die Bemessungsscheinleistung  $P_{sN}$  des Transformators ist.

Die im Leerlaufversuch bei Bemessungsspannung aufgenommene Wirkleistung deckt die sog. *Leerlaufverluste*  $P_{v1N}$ , die sich aus den Ummagnetisierungsverlusten des Transformators im Leerlauf und den Wicklungsverlusten des Leerlaufstroms in den Strängen der eingespeisten Wicklung 1 zusammensetzen. Unter Bemessungsbedingungen betragen die gesamten Wicklungsverluste in beiden Wicklungen zwar das bis zu Sechsfache der Ummagnetisierungsverluste, aber der Leerlaufstrom fließt nur in der Wicklung 1 und ist sehr klein gegenüber dem Bemessungsstrom dieser Wicklung. Damit bleiben die Wicklungsverluste beim Leerlauf klein gegenüber den Ummagnetisierungsverlusten und sind diesen gegenüber vernachlässigbar. Andererseits unterliegt das magnetische Feld im Transformator zwischen Leerlauf und Betrieb unter Bemessungsbedingungen keinen großen Änderungen. Der Fluss im magnetischen Kreis wird näherungsweise – nämlich wenn man den Einfluss der inneren Spannungsabfälle vernachlässigt – nach wie vor durch die angelegte Spannung diktiert. Dieser Fluss ist aber bei konstanter Frequenz entsprechend (1.2.60) für die Ummagnetisierungsverluste verantwortlich, so dass bei gleicher Spannung auch die gleichen Ummagnetisierungsverluste zu erwarten sind. Aus diesen Überlegungen folgt, dass man als die im Leerlauf bei Bemessungsspannung aufgenommene Wirkleistung  $P_{1N}$  in etwa die Ummagnetisierungsverluste  $P_{vuN}$  bei Betrieb unter Bemessungsbedingungen

$$P_{1N} = (P_{11})_{U=U_N} \approx P_{vuN} \quad (1.6.1)$$

misst. Damit ist dieser Teil der Gesamtverluste der unmittelbaren Messung zugänglich.

## 1.6.3

**Kurzschlussversuch**

Im Kurzschlussversuch wird der Transformator auf einer Seite mit einer variablen Spannung  $U_1$  betrieben. In einem Prüffeld ist dies meist die Oberspannungsseite; in den folgenden Betrachtungen soll die Seite 1 eingespeist werden. Die andere Seite (hier Seite 2) ist kurzgeschlossen. Es liegt also der Betriebszustand vor, der bei der Behandlung der Wirkungsweise im Abschnitt 1.2.2.4f) untersucht wurde. Gemessen werden außer der Spannung  $U_1$  der Strom  $I_1$  und die aufgenommene Wirkleistung  $P_{1k}$ . Im Bild 1.6.3 ist das entsprechende Schaltbild für den Fall eines Einphasentransformators dargestellt. Es interessiert i. Allg. nur der Betriebspunkt, bei dem auf der Seite 1 der Bemessungsstrom  $I_{1N}$  fließt. Da sich der Transformator im Bereich zwischen einer nennenswerten Belastung und Kurzschluss hinsichtlich der Ströme weitgehend ideal verhält, fließt dann auch auf der Seite 2 der Strom  $I_{2N}$ . Um diesen Betriebspunkt einzustellen, wird die Spannung  $U_1$  von null beginnend erhöht, bis  $I_1 = I_{1N}$  ist.

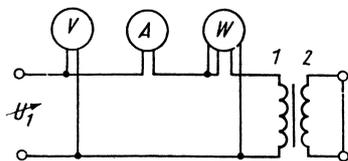


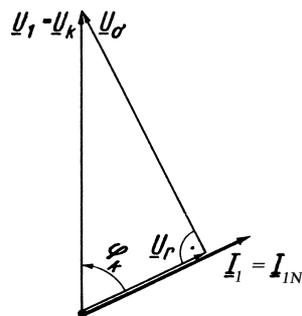
Bild 1.6.3 Schaltbild zum Kurzschlussversuch

Nach den Untersuchungen im Abschnitt 1.2.2.4f) bildet  $\underline{U}_1$  im Kurzschluss des Einphasentransformators gerade die Hypotenuse des Kappschen Dreiecks (s. Bild 1.2.24). Sie wurde deshalb als *Kurzschlussspannung*  $U_k$  eingeführt. Unter Einbeziehung auch von Dreiphasentransformatoren muss man allgemein sagen, dass die Kurzschlussspannung als Leiter-Leiter-Spannung ermittelt und angegeben wird, da die Schaltung der Wicklungen bei der Messung gar nicht bekannt sein muss. Unter der Bemessungskurzschlussspannung  $U_{kN}$  versteht man dementsprechend allgemein den Wert der Leiter-Leiter-Spannung  $U_k$ , der zu dem Leiterstrom  $I_1 = I_{1N}$  gehört. Die Komponenten der Leiter-Leiter-Spannung  $\underline{U}_1$  in Bezug auf den Leiterstrom  $\underline{I}_1$  stellen entsprechend Bild 1.2.24 die Katheten  $\underline{U}_r$  und  $\underline{U}_\sigma$  des Kappschen Dreiecks dar. Um diese zu bestimmen, muss der Winkel  $\varphi_k$  zwischen  $\underline{U}_1$  und  $\underline{I}_1$  im Kurzschluss bekannt sein. Man erhält ihn aus den Messwerten der Wirkleistung  $P_{1k}$  und der Scheinleistung  $P_{s1k}$  über

$$\cos \varphi_k = \frac{P_{1k}}{P_{s1k}}. \quad (1.6.2)$$

Damit ergibt sich die Form des Kappschen Dreiecks über die Konstruktion nach Bild 1.6.4 bzw. über

$$\left. \begin{aligned} U_r &= U_k \cos \varphi_k \\ U_\sigma &= U_k \sin \varphi_k \end{aligned} \right\}. \quad (1.6.3)$$



**Bild 1.6.4** Ermittlung des Kappschen Dreiecks aus den Messergebnissen des Kurzschlussversuchs (s. Bild 1.2.24)

Sowohl die Bemessungskurzschlussspannung  $U_{kN}$  als auch ihre ohmsche Komponente  $U_{rN}$  und ihre induktive Komponente  $U_{\sigma N}$  werden i. Allg. als relative Werte angegeben, indem man sie auf den Bemessungswert der Leiter-Leiter-Spannung bezieht, also auf  $U_N$ . Dementsprechend ist die *relative Kurzschlussspannung* definiert als

$$u_k^* = \frac{U_{kN}}{U_N}. \quad (1.6.4)$$

Analog dazu beträgt der *relative Streuspannungsabfall* (auch relativer induktiver Spannungsabfall genannt)

$$u_\sigma^* = \frac{U_{\sigma N}}{U_N}. \quad (1.6.5)$$

und der *relative ohmsche Spannungsabfall*

$$u_r^* = \frac{U_{rN}}{U_N}. \quad (1.6.6)$$

Die relative Kurzschlussspannung ausgeführter Transformatoren liegt zwischen 3% und etwa 20%. Sie wächst mit zunehmender Bemessungsleistung. Dabei geht der Anteil  $u_r^*$  mit wachsender Bemessungsleistung gegenüber dem Anteil  $u_\sigma^*$  zurück, so dass für große Transformatoren  $u_k^* \approx u_\sigma^*$  ist.

Zwischen Kurzschlussstrom und Spannung herrscht Proportionalität. Damit erhält man als Kurzschlussstrom  $I_{kN}$ , der bei Bemessungsspannung  $U_N$  auftritt, ausgehend davon, dass bei der Kurzschlussspannung  $U_{kN}$  der Bemessungsstrom  $I_N$  als Kurzschlussstrom fließt,

$$I_{kN} = I_N \frac{U_N}{U_{kN}}.$$

Der relative Kurzschlussstrom bei Bemessungsspannung beträgt also

$$\frac{I_{kN}}{I_N} = i_{kN}^* = \frac{U_N}{U_{kN}} = \frac{1}{u_k^*}. \quad (1.6.7)$$

Er ist gleich dem Kehrwert der relativen Kurzschlussspannung.

## a) Kurzschlussversuch beim Einphasentransformator

Im Zusammenhang mit Netzberechnungen ist es erforderlich, aus den Ergebnissen des Kurzschlussversuchs die Parameter des Ersatzschaltbilds abzuleiten, d. h. vor allem die wirksamen Werte des Gesamtwiderstands und der Gesamtstreureaktanz. Im Fall des Einphasentransformators bereitet dies keine Schwierigkeiten. Man erhält die Gesamtstreureaktanz  $X_\sigma$  unter Beachtung von (1.6.5) unmittelbar als

$$X_\sigma = \frac{U_{\sigma N}}{I_N} = \frac{U_{\sigma N}}{U_N} \cdot \frac{U_N}{I_N} = u_\sigma^* \frac{U_N}{I_N}. \quad (1.6.8)$$

Wenn – wie bei Einphasenanordnungen üblich – als Bezugsimpedanz das Verhältnis  $U_N/I_N$  von Spannung zu Strom bei Betrieb unter Bemessungsbedingungen eingeführt wird, erhält man für die bezogene Gesamtstreureaktanz

$$x_\sigma = X_\sigma \frac{I_N}{U_N} = u_\sigma^*. \quad (1.6.9)$$

Die bezogene Gesamtstreureaktanz ist zahlenmäßig gleich dem relativen Streuspannungsabfall. Analog ergibt sich der Gesamtwiderstand unter Beachtung von (1.6.6) zu

$$R = \frac{U_{rN}}{I_N} = \frac{U_{rN}}{U_N} \cdot \frac{U_N}{I_N} = u_r^* \frac{U_N}{I_N} \quad (1.6.10)$$

und sein auf die Bezugsimpedanz bezogener Wert zu

$$r = R \frac{I_N}{U_N} = u_r^*. \quad (1.6.11)$$

Der *bezogene Gesamtwiderstand* ist zahlenmäßig gleich dem relativen ohmschen Spannungsabfall. Aus (1.6.11) folgt weiterhin durch Erweiterung mit  $I_N$

$$u_r^* = r = \frac{R I_N^2}{U_N I_N} = \frac{P_{vwN}}{P_{sN}} = p_{vwN}^*. \quad (1.6.12)$$

Der relative ohmsche Spannungsabfall ist zahlenmäßig gleich den *relativen Wicklungsverlusten*  $p_{vwN}^*$ , d.h. dem Verhältnis der Wicklungsverluste zur Scheinleistung bei Betrieb unter Bemessungsbedingungen. Da die relativen Wicklungsverluste mit zunehmender Bemessungsleistung sinken (der Wirkungsgrad steigt), bringt (1.6.12) zum Ausdruck, dass der relative ohmsche Spannungsabfall  $u_r^*$  mit zunehmender Transformatorleistung sinkt. Das ist der Grund, weshalb die relative Kurzschlussspannung größerer Transformatoren in zunehmendem Maße allein durch die Streuung bestimmt wird.

## b) Kurzschlussversuch beim Dreiphasentransformator

Im Zusammenhang mit der Netzberechnung muss der tatsächlichen Ausführung der Wicklungen von Dreiphasentransformatoren eine solche mit Sternschaltung bei-

der Seiten zugeordnet werden. Dann erhält man Gesamtwiderstände und Gesamtstreureaktanzen, die bei der Netzberechnung unmittelbar mit den Widerständen und Reaktanzen der Leitungen zusammengeführt werden können. Gesamtwiderstände und Gesamtstreureaktanzen, die zwei auf einem Schenkel angeordneten Wicklungssträngen der tatsächlichen Wicklung zugeordnet sind, wären dafür ungeeignet bzw. müssten erst wieder umgerechnet werden. Man erhält die einem Strangpaar der gedachten Wicklung mit Sternschaltung auf beiden Seiten zugeordneten Werte der Gesamtstreureaktanz und des Gesamtwiderstands unter Beachtung von (1.6.5) und (1.6.6) zu

$$X_{\sigma} = \frac{U_{\sigma N}}{\sqrt{3}I_N} = \frac{U_{\sigma N}}{U_N} \cdot \frac{U_N}{\sqrt{3}I_N} = u_{\sigma}^* \frac{U_N}{\sqrt{3}I_N} \quad (1.6.13)$$

und

$$R = \frac{U_{rN}}{\sqrt{3}I_N} = \frac{U_{rN}}{U_N} \cdot \frac{U_N}{\sqrt{3}I_N} = u_r^* \frac{U_N}{\sqrt{3}I_N}. \quad (1.6.14)$$

Als Bezugsimpedanz muss jetzt offensichtlich  $(U_N/\sqrt{3}I_N)$  eingeführt werden. Dann gilt wie beim Einphasentransformator

$$x_{\sigma} = X_{\sigma} \frac{\sqrt{3}I_N}{U_N} = u_{\sigma}^* \quad (1.6.15)$$

und

$$r = R \frac{\sqrt{3}I_N}{U_N} = u_r^*. \quad (1.6.16)$$

Die bezogene Gesamtstreureaktanz ist zahlenmäßig gleich dem relativen Streuspannungsabfall und der bezogene Gesamtwiderstand ist gleich dem relativen ohmschen Spannungsabfall. Durch Erweiterung von (1.6.6) mit  $\sqrt{3}I_N$  erhält man wie beim Einphasentransformator

$$u_r^* = r = \frac{3RI_N^2}{\sqrt{3}U_N I_N} = \frac{P_{vwN}}{P_{sN}} = p_{vwN}^*. \quad (1.6.17)$$

Der relative ohmsche Spannungsabfall ist zahlenmäßig gleich den *relativen Wicklungsverlusten*, d. h. dem Verhältnis der Wicklungsverluste zur Scheinleistung bei Betrieb unter Bemessungsbedingungen.

Die im Kurzschlussversuch bei Bemessungsstrom aufgenommene Wirkleistung deckt die sog. *Kurzschlussverluste*  $P_{vkN}$ , die sich aus den Wicklungs- und den Ummagnetisierungsverlusten des Transformators im Kurzschluss sowie gewissen zusätzlichen Verlusten zusammensetzen, die von den Streufeldern in äußeren Konstruktionsteilen hervorgerufen werden. Erstere entsprechen für den eingestellten Betriebspunkt mit  $I_1 = I_{1N}$  und  $I_2 = I_{2N}$  den Wicklungsverlusten, die auch im Betrieb unter Bemessungsbedingungen auftreten. Die Ummagnetisierungsverluste im Kurzschluss sind gegenüber den Wicklungsverlusten vernachlässigbar. Selbst wenn überall im magnetischen Kreis ein Fluss existierte, der der Kurzschlussleistung proportional ist, würden die Ummagnetisierungsverluste nur einen Bruchteil ihres Werts bei Betrieb unter

Bemessungsbedingungen betragen, da sie entsprechend Abschnitt 1.2.2.5b) [(1.2.55) und (1.2.59)] etwa quadratisch vom Fluss abhängen. Eine zusätzliche Verkleinerung erfahren die Ummagnetisierungsverluste dadurch, dass im Kurzschluss entsprechend Bild 1.2.25 nur ein Teil des magnetischen Kreises mit dem der Kurzschlussspannung entsprechenden Fluss belastet ist.

Aus diesen Überlegungen folgt, dass man als die im Kurzschluss bei Bemessungsstrom aufgenommene Wirkleistung  $P_{kN}$  in etwa die Wicklungsverluste  $P_{vwN}$  bei Betrieb unter Bemessungsbedingungen

$$P_{kN} = (P_{1k})_{I=I_N} \approx P_{vwN} \quad (1.6.18)$$

misst. Damit ist der zweite Anteil der Gesamtverluste des Transformators der unmittelbaren Messung zugänglich gemacht.

## 1.7

### Erwärmung und Kühlung

#### 1.7.1

##### Wärmequellen

Die im Abschnitt 1.5.1 nochmals zusammenfassend betrachteten Verluste bilden jenen Teil der vom Transformator aufgenommenen Wirkleistung, der bei dem vorliegenden Energieumformungsprozess in Wärme umgewandelt wird. Unter dem Blickwinkel thermischer Untersuchungen bilden die Ummagnetisierungsverluste Wärmequellen innerhalb des Körpers, der den magnetischen Kreis darstellt, während die Wicklungsverluste als Wärmequellen innerhalb des Wicklungsvolumens in Erscheinung treten. Die Wärmequellen sind in beiden Gebieten stetig verteilt. Ihre Intensität muss also durch Angabe einer *Wärmequellendichte* beschrieben werden, die gleich der Verlustdichte an der betrachteten Stelle ist.

Die *Verlustdichte*<sup>16)</sup>  $\bar{v}_u = dP_{vu}/dV$  der Ummagnetisierungsverluste ist bei sinusförmiger Ummagnetisierung mit konstanter Frequenz etwa dem Quadrat der Induktionsamplitude  $\hat{B}$  proportional, die an der betrachteten Stelle herrscht. Das folgt aus einer Anwendung von (1.2.54) und (1.2.59) auf ein Volumenelement  $dV$  des magnetischen Kreises. Es ist also

$$\bar{v}_u = \frac{dP_{vu}}{dV} = \rho \frac{dP_{vu}}{dm} = \rho v_u = \rho v_{u1,5} \left( \frac{\hat{B}}{1,5T} \right)^2, \quad (1.7.1)$$

wobei mit Hilfe der Dichte  $\rho$  die *spezifischen Verluste*  $v_u = \bar{v}_u/\rho$  eingeführt wurden, d.h. die auf die Masse bezogenen Verluste. Ihr Wert bei einer bestimmten Induktionsam-

<sup>16)</sup> Entsprechend üblicher Gepflogenheit werden auf die Masse bezogene Verluste mit  $v$  bezeichnet und zur Unterscheidung davon auf das Volumen bezogene Verluste hier mit  $\bar{v}$ .

plitude und Frequenz wird vom Hersteller des Transformatorblechs angegeben. Für eine Induktionsamplitude von  $\hat{B} = 1,5 \text{ T}$  und eine Frequenz von  $f = 50 \text{ Hz}$  gibt man die spezifischen Verluste als  $v_{u1,5}$  an. Da die magnetischen Kreise von Transformatoren i. Allg. so ausgeführt werden, dass überall etwa die gleiche Induktion  $\hat{B}$  herrscht, ist auch die Verlustdichte und damit die Wärmequelldichte innerhalb des Körpers, den der magnetische Kreis darstellt, etwa konstant. Die gesamten Ummagnetisierungsverluste lassen sich dann ausdrücken als

$$P_{vu} = \bar{v}_u \mathcal{V}_M \quad \text{bzw.} \quad P_{vu} = v_u m_M, \quad (1.7.2)$$

wobei  $\mathcal{V}_M$  das Gesamtvolumen und  $m_M$  die Gesamtmasse des magnetischen Kreises darstellen.

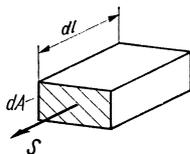
Die Verlustdichte  $\bar{v}_w = dP_{vw}/d\mathcal{V}$  der Wicklungsverluste lässt sich leicht aus der Betrachtung eines Volumenelements der Wicklung nach Bild 1.7.1 bestimmen. Wenn über dem Querschnitt  $dA$  des betrachteten Volumenelements der Länge  $dl$  eine Stromdichte mit dem Effektivwert  $S$  herrscht, erhält man für die Verluste  $dP_{vw}$  bezogen auf das Volumen  $d\mathcal{V} = dA \, dl$  als Verlustdichte

$$\bar{v}_w = \frac{dP_{vw}}{d\mathcal{V}} = \frac{1}{dA \, dl} (S \, dA)^2 \frac{dl}{\kappa \, dA} = \frac{S^2}{\kappa}. \quad (1.7.3)$$

Da die Wicklungen so ausgeführt werden, dass überall etwa die gleiche Stromdichte herrscht, ist die Verlustdichte und damit die Wärmequelldichte im Wicklungsvolumen etwa konstant. Die gesamten Wicklungsverluste können dann als

$$P_{vw} = \bar{v}_w \mathcal{V}_w \quad (1.7.4)$$

angegeben werden, wobei  $\mathcal{V}_w$  das gesamte Wicklungsvolumen des Transformators darstellt.



**Bild 1.7.1** Volumenelement der Wicklung zur Ermittlung der Verlustdichte

## 1.7.2

### Mechanismus des Erwärmungsvorgangs und der stationären Wärmeströmung

#### a) Differentialgleichung des Erwärmungsvorgangs

Den weiteren Untersuchungen über die thermischen Vorgänge im Transformator sollen zunächst einige allgemeine Überlegungen zum Erwärmungsvorgang vorgelegt werden. Dazu wird ein homogener Körper der Masse  $m$  betrachtet, dessen

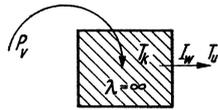
Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  so groß sein soll, dass die Temperatur überall im Körper stets den gleichen Wert hat ( $\lambda \rightarrow \infty$ ). Im Inneren des Körpers sollen Wärmequellen existieren, die ihm von einem betrachteten Zeitpunkt  $t = 0$  an die Verluste  $P_v = \bar{v}\mathcal{V}$  als Quellstärke zuführen. In diesem Zeitpunkt  $t = 0$  ist die Temperatur  $T_k$  des Körpers noch gleich der Temperatur  $T_u$  des umgebenden Mediums. Die *Übertemperatur*  $\vartheta = T_k - T_u$  des Körpers gegenüber seiner Umgebung ist null. Es wird keine Wärme an die Umgebung abgegeben. Bei der in diesem Zeitpunkt stattfindenden *adiabatischen Erwärmung* dient die zugeführte Leistung  $P_v$  nur zur Erhöhung der gespeicherten Wärmeenergie, indem die Temperatur des Körpers und damit bei konstanter Umgebungstemperatur die Übertemperatur ansteigt. Es gilt also im ersten Augenblick

$$mc d\vartheta = P_v dt = \bar{v}\mathcal{V} dt = \bar{v} \frac{m}{\rho} dt = vm dt$$

und daraus

$$\left( \frac{d\vartheta}{dt} \right)_{t=0} = \frac{P_v}{mc} = \frac{\bar{v}}{\rho c} = \frac{v}{c}, \quad (1.7.5)$$

wobei  $c$  die spezifische Wärmekapazität ist. Der Anfangsverlauf der Temperatur bzw. der Übertemperatur wird bei gegebenen Verlusten nur durch die Wärmekapazität  $mc$  des untersuchten Körpers bestimmt.



**Bild 1.7.2** Schematische Darstellung des Einkörperproblems der Erwärmung

Sobald die Übertemperatur  $\vartheta$  des betrachteten Körpers endliche Werte angenommen hat, fließt eine gewisse Leistung als Wärmestrom  $I_w$  aus dem Körper in das umgebende Medium. Die Verhältnisse werden im Bild 1.7.2 veranschaulicht. Für die weitere Temperaturerhöhung ist jetzt die Differenz  $(P_v - I_w)$  zwischen der zugeführten und der abgegebenen Leistung maßgebend, so dass für einen beliebigen Zeitpunkt

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{P_v - I_w}{mc} \quad (1.7.6)$$

gilt. Da der Wärmestrom  $I_w$  mit der Übertemperatur  $\vartheta$  wächst, hört der Temperaturanstieg entsprechend (1.7.6) schließlich auf, wenn  $I_w = P_v$  geworden ist. Dann fließt die gesamte Wärmeleistung, die im Inneren des Körpers entsteht, über seine Oberfläche ab. Die Übertemperatur des Körpers bleibt nunmehr zeitlich konstant, sie hat ihren Beharrungswert, die *Endübertemperatur*  $\vartheta_0$ , erreicht. Dieser Zustand wird als *stationäre Wärmeströmung* bezeichnet. Wenn von Proportionalität zwischen dem Wärmestrom  $I_w$  und der Temperaturdifferenz  $\vartheta = T_k - T_u$  zwischen dem Körper und der Umgebung ausgegangen und als Proportionalitätsfaktor ein *Wärmeleitwert*  $\Lambda_w$  eingeführt wird, dessen Größe von der Geometrie, den Materialeigenschaften und

der Art des Wärmeübergangs abhängt, gilt

$$I_w = \Lambda_w \vartheta = \Lambda_w (T_k - T_u), \quad (1.7.7)$$

und mit  $I_w = P_v$  folgt für die Endübertemperatur

$$\vartheta_0 = \frac{P_v}{\Lambda_w}. \quad (1.7.8)$$

Die Endübertemperatur, die der Körper schließlich annimmt, ist bei gegebener Quellstärke der Verlustleistung um so kleiner, je größer der Wärmeleitwert  $\Lambda_w$  bzw. je kleiner der *Wärmewiderstand*  $R_w = 1/\Lambda_w$  zwischen dem Körper und dem umgebenden Medium ist. Aus (1.7.6), (1.7.7) und (1.7.8) erhält man als Differentialgleichung des Erwärmungsvorgangs für das behandelte Einkörperproblem

$$\frac{d\vartheta}{dt} + \frac{\Lambda_w}{mc} \vartheta = \frac{P_v}{mc} = \frac{\Lambda_w}{mc} \vartheta_0. \quad (1.7.9)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten kann als bekannt vorausgesetzt werden. Sie liefert unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen  $(\vartheta)_{t=0} = 0$

$$\vartheta = \vartheta_0 (1 - e^{-t/\tau}), \quad (1.7.10)$$

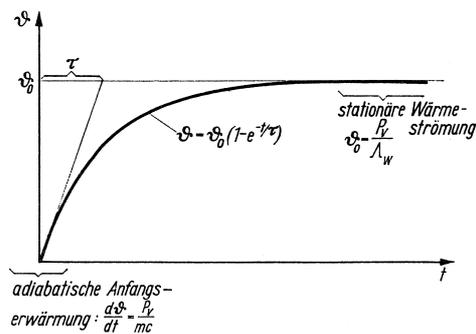
wobei

$$\tau = \frac{mc}{\Lambda_w} \quad (1.7.11)$$

die *Zeitkonstante des Erwärmungsvorgangs* ist. Aus (1.7.10) folgt mit (1.7.11) in Übereinstimmung mit (1.7.5)

$$\left( \frac{d\vartheta}{dt} \right)_{t=0} = \frac{\vartheta_0}{\tau} = \frac{P_v}{mc}. \quad (1.7.12)$$

Der Verlauf  $\vartheta = f(t)$  für das behandelte Einkörperproblem ist im Bild 1.7.3 unter Angabe der charakteristischen Bereiche dargestellt.



**Bild 1.7.3** Verlauf der Übertemperatur  $\vartheta$  als Funktion der Zeit für das Einkörperproblem, wobei dem Körper vom Zeitpunkt  $t = 0$  an eine konstante Wärmeleistung  $P_v$  zugeführt wird

Nach hinreichend langer Zeit und bei konstanten Wärmequellichten hat sich die stationäre Wärmeströmung in einem beliebigen System auch dann eingestellt, wenn es sich nicht mehr um ein Einkörperproblem handelt. Sie ist allgemein dadurch gekennzeichnet, dass die Temperatur überall im betrachteten System zeitlich konstant ist und damit keine weitere Speicherung von Wärmeenergie mehr stattfindet. Durch eine geschlossene Oberfläche innerhalb des Systems muss also im stationären Zustand ein Wärmestrom fließen, der gleich der Gesamtquellstärke der eingeschlossenen Wärmequellen ist. Insbesondere ist der gesamte Wärmestrom, der in ein quellenfreies Volumen eintritt, null.

*b) Entwicklung des Wärmequellennetzes*

Wenn einerseits die Wärmeleitfähigkeiten und Wärmeübergangszahlen als temperaturunabhängig angesehen werden können und andererseits die Verteilungsfunktion der Wärmequellichte in einem Abschnitt unabhängig von der Größe der gesamten Quellstärke der Verlustleistung dieses Abschnitts ist, herrscht im Zustand der stationären Wärmeströmung Proportionalität zwischen der als Übertemperatur gegenüber der konstanten Kühlmitteltemperatur gemessenen Temperatur an einer beliebigen Stelle und den einzelnen Quellstärken der Verlustleistungen entsprechend

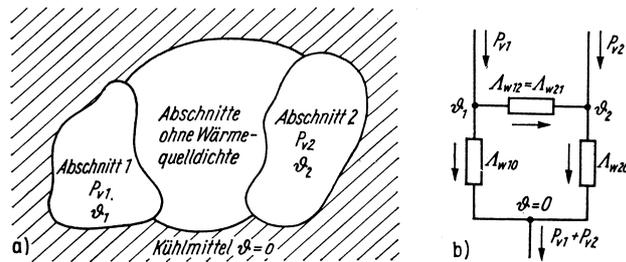
$$\vartheta_\nu = R_{\nu 1}P_{v1} + R_{\nu 2}P_{v2} + \dots + R_{\nu n}P_{vn}. \quad (1.7.13)$$

$R_{\nu i}$  ist dabei derjenige Proportionalitätsfaktor, der den Einfluss der Verlustleistung im Abschnitt  $i$  auf die Übertemperatur im Punkt  $\nu$  angibt. Das Gleiche gilt dann für die mittlere Temperatur eines Abschnitts, z.B. einer Wicklung. Wenn man in jedem der  $n$  Abschnitte, der eine bestimmte Quellstärke der Verlustleistung besitzt, eine Temperatur angibt, folgt aus der Proportionalität zwischen diesen Temperaturen und den Quellstärken der Verlustleistungen durch Auflösen nach den Leistungen eine Darstellung der Verlustleistungen als lineare Funktion der Übertemperaturen bzw. durch entsprechendes Umstellen als lineare Funktion der Temperaturdifferenzen zum Kühlmittel und zu allen anderen Abschnitten. Für die Anordnung mit zwei Quellgebieten nach Bild 1.7.4a erhält man z.B.

$$\left. \begin{aligned} P_{v1} &= A_{w10}\vartheta_1 + A_{w12}(\vartheta_1 - \vartheta_2) \\ P_{v2} &= A_{w21}(\vartheta_2 - \vartheta_1) + A_{w20}\vartheta_2 \end{aligned} \right\}. \quad (1.7.14)$$

Dabei erscheinen zwischen den Übertemperaturen und den Verlustleistungen *Wärmeleitwerte*  $A_w$  als Proportionalitätsfaktoren, die zunächst nur aus (1.7.14) heraus definiert sind.

Der Gleichung (1.7.14) lässt sich unter der Voraussetzung  $A_{w21} = A_{w12}$  ein Netzwerk bestehend aus Wärmeleitwerten und Quellen bzw. Senken von Verlustleistungen zuordnen, das als *Wärmequellennetz* bezeichnet wird. Im Bild 1.7.4b ist das zur Anordnung nach Bild 1.7.4a gehörende Wärmequellennetz dargestellt.



**Bild 1.7.4** Zur Entstehung des Wärmequellennetzes.

- a) Ausgangsanordnung mit zwei Quellgebieten;  
b) zugeordnetes Wärmequellennetz

Die Problematik des Wärmequellennetzes liegt darin begründet, dass es erst dann praktisch nutzbar ist, wenn die einzelnen Wärmeleitwerte bekannt sind. Um ihre Berechnung zu ermöglichen, werden i. Allg. sehr einschneidende Vereinfachungen vorgenommen. Dazu gehört vielfach, dass man die Wärmeleitfähigkeit der Quellgebiete als unendlich annimmt. Diese ist jedoch oft durchaus nicht so hinreichend groß, dass keine nennenswerten Temperaturunterschiede innerhalb dieser Gebiete auftreten. Das liegt einerseits an der endlichen Wärmeleitfähigkeit der Metalle und andererseits an den eingelagerten Isolierstoffen in Form von Blech- und Leiterisolierungen. Weiterhin wird versucht, das den einzelnen Wärmeleitwerten zuordenbare Feld als homogen anzusehen, so dass einfachste Beziehungen für die Wärmeleitungs- und Wärmeübergangsvorgänge angesetzt werden können. Ein derartiges Vorgehen ist aber erst dann gerechtfertigt, wenn die Gebiete hinreichend klein sind bzw. ihre Zahl hinreichend groß ist. In diesem Fall bildet das Wärmequellennetz schließlich das diskretisierte Feld ab. Im umgekehrten Fall einer relativ kleinen Anzahl von Verlustgebieten ist mit großen Fehlern zu rechnen.

In einer Reihe von Fällen wird die Wärmeabgabe aus einem Körper in erster Linie allein durch den Wärmeübergang an seiner Oberfläche  $A$  zum umgebenden Medium bestimmt. In diesem Fall erhält man für die Endübertemperatur nach (1.7.8) durch Einführen von  $\Lambda_w = \alpha A$  sowie einer Verlustdichte  $\bar{v} = P_v/V$

$$\vartheta_0 = \frac{P_v}{\alpha A} = \frac{\bar{v} V}{\alpha A}, \quad (1.7.15)$$

wobei  $\alpha$  die von den Strömungsverhältnissen des Kühlmittels an der Oberfläche abhängige *Wärmeübergangszahl* ist. Wenn ein Körper, für dessen Erwärmung nur die Konvektion an der Oberfläche verantwortlich ist, bei konstanter Verlustdichte im Inneren und konstanter Wärmeübergangszahl an der Oberfläche geometrisch ähnlich vergrößert wird, wächst die Übertemperatur gegenüber dem umgebenden Medium proportional mit der Längenausdehnung  $l$ , denn es ist  $V \sim l^3$  und  $A \sim l^2$ . Um andererseits die Übertemperatur bei wachsendem Volumen konstant zu halten, muss die Oberfläche des Körpers durch entsprechende Änderung seiner Formgebung vergrößert

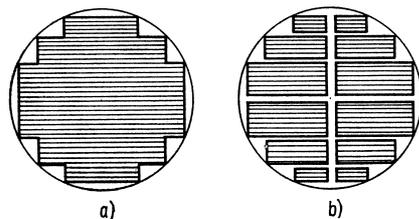
oder durch andere Maßnahmen  $\alpha$  erhöht werden. Ersteres gelingt dadurch, dass Kühlkanäle, Kühlrippen u.ä. vorgesehen werden. Letzteres erreicht man durch Erhöhen der Strömungsgeschwindigkeit des kühlenden Mediums bzw. durch den Übergang zu anderen Kühlmedien.

### 1.7.3

#### Wärmeströmung innerhalb der aktiven Bauteile

Die *Ummagnetisierungsverluste* fließen als Wärmestrom an die Oberfläche des Blechpakets und werden von dort durch das Kühlmedium abgeführt. Aufgrund der guten Wärmeleitfähigkeit des Transformatorblechs wird die Temperatur im Innern des magnetischen Kreises nur unwesentlich größer sein als an der Oberfläche. Es gilt also weitgehend (1.7.15).

Dabei ist allerdings zu erwarten, dass die Wärme bevorzugt in Richtung der Schichtebene aus dem magnetischen Kreis fließt, da die Blechisolierung eine geringere Wärmeleitfähigkeit besitzt als das Blech selbst. Um die Übertemperatur nach (1.7.15) bei großen Transformatoren mit entsprechend großem Volumen des magnetischen Kreises auf vertretbaren Werten zu halten, muss man – abgesehen von Maßnahmen zur Erhöhung der Wärmeübergangszahl – die Oberfläche des magnetischen Kreises künstlich vergrößern. Das geschieht dadurch, dass im Querschnitt der Schenkel und Joche Kühlkanäle vorgesehen werden, die sowohl parallel als auch senkrecht zur Blechebene liegen können. Wegen der besseren Wärmeleitfähigkeit in Richtung der Blechebene sind Kühlkanäle senkrecht zur Schichtung wirksamer. Bild 1.7.5 zeigt die Vergrößerung der Oberfläche eines Schenkels durch das Einführen von Kühlkanälen. Dabei wurde von einer Querschnittsform ausgegangen, wie sie bei größeren Transformatoren zur besseren Anpassung an den kreisförmigen Querschnitt der Wicklungszylinder stets verwendet wird (s. Abschnitt 1.8.2.1).

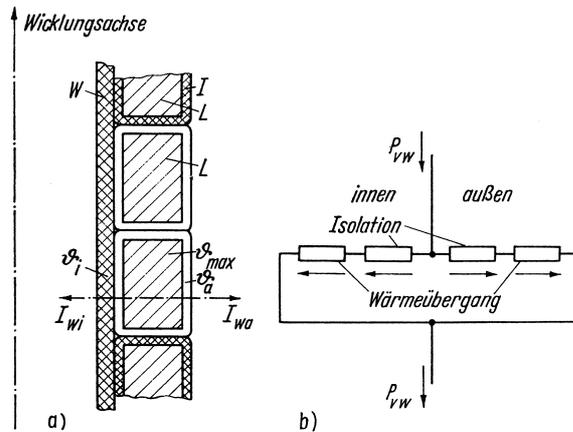


**Bild 1.7.5** Querschnitt eines abgestuften Schenkels:

a) ohne Kühlkanäle zur Vergrößerung der Oberfläche; b) mit Kühlkanälen zur Vergrößerung der Oberfläche.

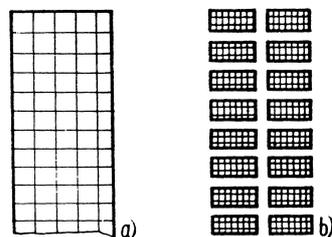
— Spur der für den Wärmeübergang maßgebenden Oberfläche

Die *Wicklungsverluste* fließen als Wärmestrom an die Oberfläche der Wicklungszylinder und werden von dort durch das Kühlmittel abgeführt. Dabei muss dieser Wärmestrom zunächst den Wärmewiderstand überwinden, den die Wicklungsisolierung darstellt. Im Bild 1.7.6a wird dieser Sachverhalt für den besonders einfachen Fall demonstriert, dass die Wicklung aus nur einer Lage nebeneinanderliegender Windungen besteht. Bild 1.7.6b zeigt das zugehörige Wärmequellennetz, wobei



**Bild 1.7.6** Wärmeströmung innerhalb des Wicklungszyinders.  
 a) Originalanordnung:  
 L Leiter, I Leiterisolation, W Isolierzylinder,  $\vartheta_a$  Oberflächentemperatur außen,  $\vartheta_i$  Oberflächentemperatur innen,  $I_{wa}$  Wärmestrom außen,  $I_{wi}$  Wärmestrom innen;  
 b) zugehöriges Wärmequellennetz

die Wärmewiderstände für die Wärmeleitung durch die Isolierung und für den Wärmeübergang getrennt dargestellt sind. Zu der Übertemperatur der Wicklungsfläche gegenüber dem Kühlmittel nach (1.7.15) tritt also eine weitere Temperaturdifferenz zwischen dem heißesten Punkt in der Wicklung und der Oberfläche. Im Inneren der Wicklung kann deshalb eine beträchtlich höhere Temperatur existieren als an der Oberfläche. Das ist besonders dann zu erwarten, wenn viele Windungen mit der dazugehörigen Leiterisolation übereinanderliegen. Um die Wicklungsübertemperatur auf zulässigen Werten zu halten, wird der Wicklungszyylinder bei größeren Transformatoren – abgesehen von Maßnahmen zur Vergrößerung der Wärmeübergangszahl – mit radialen und axialen Kühlkanälen versehen. Dadurch erhält man eine größere Oberfläche und außerdem eine Verkleinerung des Wärmewiderstands zwischen der Oberfläche und dem Inneren der Wicklung. Bild 1.7.7 zeigt das Einführen von Kühlkanälen in den Wicklungszyylinder und die damit verbundene Oberflächenvergrößerung.



**Bild 1.7.7** Querschnitt durch einen Wicklungszyylinder:  
 a) ohne axiale und radiale Kühlkanäle;  
 b) mit axialen und radialen Kühlkanälen.  
 – Spur der für den Wärmeübergang maßgebenden Oberfläche

## 1.7.4

**Kühlungsarten**

Die Kühlungsarten von Transformatoren unterscheiden sich hinsichtlich der Art des Kühlmittels und der Art der Kühlmittelbewegung, und zwar einerseits für die Wärmeabfuhr von den Oberflächen des magnetischen Kreises und der Wicklungen und andererseits für die äußere Kühlung, d.h. die Rückkühlung des inneren Kühlmittels, wenn zwei Kühlkreisläufe vorgesehen sind wie beim Öltransformator (s. Seite 182). Die Kennzeichnung der Kühlungsarten ist festgelegt in

IEC 60076-2 (DIN EN 60076-2).

Die wichtigsten Kühlmittelarten und ihre Kennbuchstaben sind

Mineralöl	(O)
Wasser	(W)
Luft	(A)

Bezüglich der Kühlmittelbewegung ist zu unterscheiden zwischen

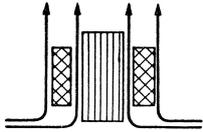
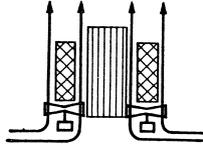
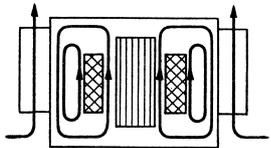
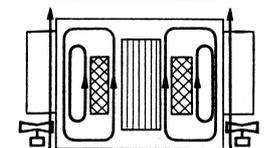
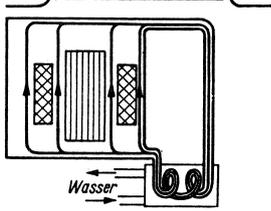
natürlicher Bewegung	(N)
erzwungener Bewegung	(F)

Im einfachsten Fall dient als Kühlmittel unmittelbar die Umgebungsluft. Luft ist ganz allgemein das einfachste und naheliegendste Kühlmittel. Sie steht überall in ausreichender Menge zur Verfügung und transportiert die abzuführende Wärme durch Vermischen mit den Luftmassen der näheren und weiteren Umgebung ohne weitere Hilfsmittel auf das Temperaturniveau des Luftkörpers. Luftgekühlte Transformatoren bezeichnet man als *Trockentransformatoren*, da sie keine Flüssigkeit zur Kühlung verwenden. Sie werden vorzugsweise als *Gießharztransformatoren* ausgeführt. Bei natürlicher Bewegung der Luft über die Oberflächen des magnetischen Kreises und der Wicklungen durch den Auftrieb der erwärmten Luft (Kühlungsart AN)<sup>17)</sup> werden nur kleine Luftgeschwindigkeiten und damit niedrige Werte der Wärmeübergangszahl  $\alpha$  erreicht. Infolgedessen tritt eine stärkere Erwärmung des Kühlmittels und außerdem eine große Temperaturdifferenz zwischen dem Kühlmittel und der Wicklung bzw. dem magnetischen Kreis auf. Bei Dreiphasentransformatoren für Leistungen über 400 kVA können deshalb mit dieser Kühlungsart die zulässigen Werte der Wicklungsübertemperatur nicht eingehalten werden. Eine intensivere Kühlwirkung lässt sich erreichen, wenn die Luftgeschwindigkeit mit Hilfe von Ventilatoren künstlich erhöht, d.h. eine erzwungene Kühlmittelbewegung realisiert wird (Kühlungsart AF)<sup>18)</sup>. Die Kühlungsarten von Trockentransformatoren erscheinen in der schematischen Darstellung der Kühlungsarten nach Tabelle 1.7.1 in der ersten und zweiten Zeile.

17) Die Abürzung steht für *Air Natural*.

18) Die Abkürzung steht für *Air Forced*.

Tabelle 1.7.1 Kühlungsarten von Transformatoren

Prinzipielle Ausführungsform	Kühlungsart <sup>a)</sup>	Leistungsbereich	Schematische Darstellung
Trockentransformatoren	AN	bis 400 kVA	
	AF	bis 1 MVA	
Öltransformatoren	ONAN	50 kVA bis 40 MVA	
	ONAF	20 kVA bis 100 MVA	
	OFWF	über 20 MVA	

<sup>a)</sup> nach IEC 60076-2 bzw. DIN EN 60076-2

Eine Vorstellung von der benötigten Kühlmittelmenge im Fall von erzwungener Kühlmittelbewegung (AF oder OF) lässt sich gewinnen, wenn man annimmt, dass die gesamte durch den Transformator geleitete Kühlmittelmenge die gleiche Temperaturzunahme erfährt, und andererseits berücksichtigt, dass diese Kühlmittelmenge die gesamte Verlustleistung  $P_v$  aus dem Transformator transportieren muss. Wenn innerhalb der Zeit  $dt$  das Volumen  $dV$  des Kühlmittels ausgetauscht wird, das sich während des Aufenthalts in den Kühlkanälen des Transformators um  $\Delta\vartheta$  erwärmt hat, erhält man aus dem Gleichgewicht zwischen abgeführter Wärmemenge  $\rho dV c \Delta\vartheta$  und zugeführter Wärmemenge  $P_v dt$  eine grobe Abschätzung der erforderlichen Kühlmittelmenge aus

$$\dot{V} = \frac{dV}{dt} = \frac{1}{\rho c} \frac{P_v}{\Delta\vartheta}. \quad (1.7.16)$$

Daraus folgt durch Einführen der Werte  $\rho = 1,13 \text{ kg/m}^3$  und  $c = 1007 \text{ Ws/kgK}$  für Luft bei etwa  $30^\circ\text{C}$  als zugeschnittene Größengleichung

$$\left( \dot{v} / \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right) = 0,88 \left( \frac{P_v/\text{kW}}{\Delta\vartheta/\text{K}} \right). \quad (1.7.17)$$

Transformatoren mit Leistungen über 100 kVA werden fast ausschließlich als *Öltransformatoren* ausgeführt. Dabei befindet sich der aktive Teil des Transformators bestehend aus dem magnetischen Kreis und den Wicklungen in einem Gefäß unter Öl. Das Öl übernimmt dabei

1. zusammen mit dem Isolierpapier die Isolierung innerhalb der Wicklungen sowie der Wicklungen gegenüber dem Blechpaket und
2. den Abtransport der Wärme von den Oberflächen des Blechpakets und der Wicklungen.

Hinsichtlich der zweiten Aufgabe hat Öl wesentlich bessere Eigenschaften als Luft, die sich dahingehend auswirken, dass wesentlich geringere Kühlmittelmengen benötigt werden. Allerdings ist zu beachten, dass die Öltemperatur im Kessel nicht konstant ist, sondern von unten nach oben ansteigt. Man erhält aus (1.7.16) mit den Werten  $\rho = 0,87 \text{ g/cm}^3$  und  $c = 1840 \text{ Ws/kgK}$  für Transformatoröl

$$\left( \dot{v} / \frac{\text{dm}^3}{\text{s}} \right) = 0,625 \left( \frac{P_v/\text{kW}}{\Delta\vartheta/\text{K}} \right). \quad (1.7.18)$$

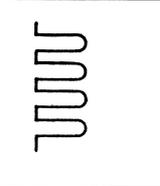
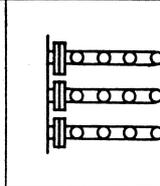
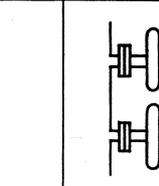
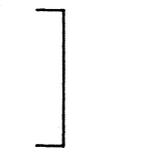
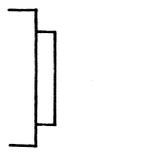
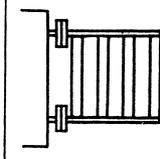
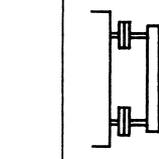
Außerdem ergeben sich trotz der wesentlich kleineren Kühlmittelgeschwindigkeiten größere Wärmeübergangszahlen. Das Abführen der Verluste aus den aktiven Bauteilen bereitet deshalb geringere Schwierigkeiten als bei Luftkühlung. Es ist allerdings erforderlich, dem Öl die aufgenommene Wärme in entsprechenden Kühlelementen wieder zu entziehen, da sonst ein ständiges Aufheizen des gesamten Ölvolumens stattfinden würde. Über die Kühlelemente wird die Verlustleistung des Transformators schließlich je nach Art des äußeren Kühlmittels den Luft- oder Wassermassen der näheren und weiteren Umgebung zugeleitet und damit auf deren Temperaturniveau gebracht.

Die *Bezeichnung eines Öltransformators* hinsichtlich seiner Kühlungsart erfolgt durch vier Buchstaben zur Kennzeichnung der Kühlmittelart und der Kühlmittelbewegung entsprechend

$$\begin{pmatrix} \text{Kühlmittel} \\ \text{der inneren} \\ \text{Kühlung} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Kühlmittel-} \\ \text{bewegung der} \\ \text{inneren Kühlung} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Kühlmittel} \\ \text{der äußeren} \\ \text{Kühlung} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Kühlmittel-} \\ \text{bewegung der} \\ \text{äußeren Kühlung} \end{pmatrix}.$$

Bei kleinen und mittleren Öltransformatoren ist das äußere Kühlmittel Luft. Zur Verbesserung des Wärmeübergangs vom Gefäß an die Kühlluft wird die Oberfläche

Tabelle 1.7.2 Ausführungsformen luftgekühlter Gefäße

Ausführungsform	Glattblechkessel	Kühlrippen	Rohrharfen	Radiatoren
Ausschnitt der Kesselwand als Draufsicht				
Seitenansicht des Kessels				

des Gefäßes durch Ausführung als Rippenkessel oder durch das Anbringen von Kühlelementen in Form von Rohrharfen oder Radiatoren vergrößert. In Tabelle 1.7.2 sind die verschiedenen Ausführungen von luftgekühlten Gefäßen schematisch dargestellt. Bei der Kühlungsart ONAN arbeitet man sowohl im inneren als auch im äußeren Kühlkreislauf mit der natürlichen Bewegung des Kühlmittels durch den Auftrieb. Wenn zur Vergrößerung der Strömungsgeschwindigkeit der äußeren Kühlluft Ventilatoren vorgesehen werden, erhält man die Kühlungsart ONAF. Größere Transformatoren werden auch mit erzwungenem Ölumlau ausgeführt, um die Strömungsgeschwindigkeit des Öls im Gebiet der zu kühlenden Oberflächen zu vergrößern (Kühlungsart OFAF).

Bei sehr großen Transformatoren führt die Rückkühlung des Öls mit Luft auf sehr große Kühlelemente. Deshalb geht man dann oft zur *Wasserkühlung* über. Der Kühler wird meist an den Transformator angebaut, so dass am Aufstellungsort lediglich die Leitungen für den Zu- und Abfluss des Kühlwassers angebracht werden müssen. Um diese Kühler klein halten zu können, wird dann stets mit erzwungenem Ölumlau gearbeitet. Man erhält Transformatoren der Kühlungsart OFWF.

Eine Zusammenstellung der Kühlungsarten von Transformatoren und deren schematische Darstellung gibt Tabelle 1.7.1.

### 1.7.5

#### Übertemperatur der Wicklung und Wärmeklassen des Isoliersystems

Der Gesichtspunkt für die zulässige Erwärmung eines Transformators ist das Einhalten der für ein gegebenes Isoliersystem zulässigen Temperatur. Die Lebensdauer eines Isoliersystems, das vorwiegend aus organischen Stoffen besteht, wird ganz entscheidend von der Temperatur beeinflusst. Aus der Temperaturabhängigkeit der Geschwindigkeit chemischer Reaktionen folgt, dass sich die thermische Lebensdauer

bei Temperaturerhöhung um 8 bis 10 K auf jeweils die Hälfte verringert.<sup>19)</sup> Dementsprechend werden Isoliersysteme in *Wärmeklassen* eingeteilt, denen bestimmte höchstzulässige Dauertemperaturen zugeordnet sind. Der Nachweis, dass ein vorliegendes Isoliersystem einer bestimmten Wärmeklasse genügt, kann durch vergleichende Untersuchungen in Form beschleunigter Alterungstests erbracht werden. Die in der Vergangenheit vorgenommene Zuordnung der Stoffe zu den einzelnen Wärmeklassen ist nicht mehr bindend, da das Zusammenwirken verwendeter Stoffe die Wärmebeständigkeit des Systems im positiven, aber auch im negativen Sinne beeinflussen kann.

Die zulässige Übertemperatur der Wicklungen gegenüber dem Kühlmittel hängt außer von der Wärmeklasse des eingesetzten Isoliersystems von der Kühlmitteltemperatur ab. Bei Luftkühlung wird dafür, wenn nichts anderes vereinbart ist, der ungünstige Wert von 40°C in Rechnung gesetzt. Wenn weiterhin eine Abweichung von einigen K zwischen der Temperatur an der heißesten Stelle und der mittleren Wicklungstemperatur Berücksichtigung findet, erhält man die in Tabelle 1.7.3 angeführten zulässigen Wicklungsübertemperaturen (*Grenzübertemperaturen*). Gleichzeitig ist in Tabelle 1.7.3 die zulässige Öltemperatur angegeben. Sie ist mit Rücksicht auf die Alterungsbeständigkeit des Öls festgelegt. Die Bezugnahme auf die mittlere Übertemperatur der Wicklungen erfolgt deshalb, weil diese über die Änderung des

**Tabelle 1.7.3** Zulässige Wicklungsübertemperaturen (Grenzübertemperaturen) von Trockentransformatoren nach IEC 60726 (DIN EN 60726) und von Öltransformatoren nach IEC 60076-2 (DIN EN 60076-2 bzw. VDE 0532 T.2)

		Wärmeklasse				
		A	E	B	F	H
Trockentransformatoren	Wicklungen (mittlere Übertemperatur in K)	60	75	80	100	125
	Öltransformatoren	Wicklungen (mittlere Übertemperatur in K)				
		65	Normalfall			
		70	bei erzwungenem und gerichtetem Ölumlaufl			
	Öl in der obersten Schicht (Temperatur in °C)	60	Normalfall (mit Konservator)			
		55	ohne Konservator und ohne luftdichten Abschluss			
	Eisenkern und andere Teile	Die Übertemperatur darf benachbarte Bauteile einschließlich der Blech- und der Bolzenisolierung nicht schädigen				

<sup>19)</sup> Der thermischen Alterung des Isoliersystems überlagert sich die elektrische Alterung aufgrund von Teilentladungserscheinungen, die abhängig sind von der elektrischen Feldstärke in der Isolierung und damit von der Spannung.

Wicklungswiderstands relativ leicht gemessen werden kann. Dieses Messverfahren ist deshalb auch für das Einhalten der Werte nach Tabelle 1.7.3 verbindlich. Es muss allerdings beachtet werden, dass der Transformator zur Durchführung der Widerstandsmessung vom Netz zu trennen ist. Dadurch vergeht eine nicht zu vernachlässigende Zeit, ehe der Messwert zur Verfügung steht. Es wird deshalb i. Allg. der Zeitverlauf  $R = f(t)$  des Wicklungswiderstands für eine gewisse Zeit nach dem Abschalten ermittelt und davon ausgehend auf  $t = 0$  extrapoliert.

#### 1.7.6

##### **Betriebsarten**

In den bisherigen Betrachtungen wurde ein Betrieb vorausgesetzt, bei dem hinreichend lange konstante Belastung vorliegt, so dass sich die stationäre Wärmeströmung eingestellt hat. Der Transformator hat dann seine Endübertemperatur erreicht, der Erwärmungsvorgang nach Abschnitt 1.7.3 ist abgeschlossen. Diese Betriebsart wird als *Dauerbetrieb* bezeichnet. IEC 60354 unterscheidet zwischen Dauerbetrieb bei konstanter Kühlmitteltemperatur und Dauerbetrieb bei unterschiedlicher Kühlmitteltemperatur. Diese Norm führt darüber hinaus die Betriebsart (periodisch) wechselnde Belastung ein, bei der keine konstante Belastung vorliegt, so dass sich auch keine stationäre Wärmeströmung einstellt. Außerdem wird der sog. Notlastbetrieb definiert.

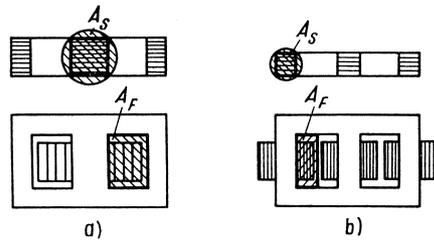
## 1.8

### **Technische Ausführung von Leistungstransformatoren**

#### 1.8.1

##### **Grundlegendes über die Baugröße**

Im Abschnitt 1.7.1 war gezeigt worden, dass die Verlustdichte  $\bar{v}_u$  der Ummagnetisierungsverluste im magnetischen Kreis entsprechend (1.7.1) durch die Induktion  $\hat{B}$  und die Verlustdichte  $\bar{v}_w$  der Wicklungsverluste entsprechend (1.7.3) durch die Stromdichte  $S$  bestimmt sind. Daraus ist zu schließen, dass sowohl für  $\hat{B}$  als auch für  $S$  gewisse zulässige Werte  $\hat{B}_{zul}$  und  $S_{zul}$  unter dem Gesichtspunkt der Verluste und der Erwärmung nicht überschritten werden dürfen. Hinsichtlich der Erwärmung werden die zulässigen Werte natürlich auch von der verwendeten Kühlungsart abhängen. Die Induktion  $\hat{B}$  im magnetischen Kreis wird außerdem dadurch begrenzt, dass der relative Magnetisierungsstrom möglichst klein sein soll und die magnetischen Geräusche niedrig zu halten sind. Deren Ursache liegt im Wesentlichen in der durch Magnetostraktion verursachten Bewegung der Eisenkerne, so dass hauptsächlich ein Ton doppelter Netzfrequenz abgestrahlt wird. Aus diesen Gründen führt man moderne Transformatoren mit ausgesprochen niedrigen Kerninduktionen bis herab zu 1,45 T



**Bild 1.8.1** Festlegung der Schenkelquerschnitte  $A_S$  und der Fensterquerschnitte  $A_F$ :  
 a) beim Einphasen-Manteltransformator;  
 b) beim Dreiphasen-Kerntransformator

aus, während in der Vergangenheit Werte bis 1,9 T üblich waren. Natürlich erfordert dies einen größeren Einsatz an Masse.

Es wird zunächst ein Einphasen-Manteltransformator nach Bild 1.8.1a betrachtet. Durch Einführen eines Füllfaktors  $\varphi_S$  lässt sich der Fluss im wicklungstragenden Mittelschenkel formulieren als

$$\hat{\Phi} = \hat{B}_{zul} A_S \varphi_S, \quad (1.8.1)$$

wobei  $A_S$  der innerhalb des Isolierzylinders zur Verfügung stehende Gesamtquerschnitt ist. Der Fluss  $\hat{\Phi}$  wird andererseits unter Vernachlässigung der inneren Spannungsabfälle durch die angelegte Strangspannung diktiert entsprechend

$$\hat{\Phi} = \frac{\sqrt{2} U_{str1}}{\omega w_1} = \frac{\sqrt{2} U_{str2}}{\omega w_2}. \quad (1.8.2)$$

Dabei werden bereits hier bei der Betrachtung des Einphasentransformators die Begriffe Strangspannung und Strangstrom verwendet, um die Ergebnisse der Untersuchungen später unmittelbar auf Dreiphasentransformatoren übertragen zu können. Aus (1.8.1) und (1.8.2) erhält man für den erforderlichen Schenkelquerschnitt

$$A_S = \frac{\sqrt{2} U_{str1}}{\omega \hat{B}_{zul} \varphi_S} \frac{1}{w_1}. \quad (1.8.3)$$

Das ist die *erste Konstruktionsgleichung des Transformators*. Eine zweite erhält man aus einer Untersuchung des Platzbedarfs im Wickelfenster. Der Fensterquerschnitt  $A_F$  wird ausgefüllt mit  $w_1$  Leitern des Querschnitts  $A_{L1}$  und  $w_2$  Leitern des Querschnitts  $A_{L2}$  sowie mit Isolierstoffen und Kühlkanälen, deren Platzbedarf durch einen Fensterfüllfaktor  $\varphi_F$  berücksichtigt werden soll. Damit erhält man

$$\varphi_F A_F = w_1 A_{L1} + w_2 A_{L2}. \quad (1.8.4)$$

Andererseits ist, wenn in beiden Wicklungen die gleiche Stromdichte  $S_{zul}$  angenommen wird,

$$A_{L1} = \frac{I_{str1}}{S_{zul}} \quad \text{und} \quad A_{L2} = \frac{I_{str2}}{S_{zul}},$$

und es gilt unter Vernachlässigung des Leerlaufstroms  $I_{str1} w_1 = I_{str2} w_2$ . Damit gewinnt man ausgehend von (1.8.4) als *zweite Konstruktionsgleichung des Transformators*

$$A_F = \frac{2 I_{str1}}{\varphi_F S_{zul}} w_1. \quad (1.8.5)$$

Aus (1.8.3) und (1.8.5) folgt, dass der Entwurf des Transformators bei gegebenen Werten von  $U_{\text{str}1}$  und  $I_{\text{str}1}$  noch vollständig unbestimmt ist, da außer  $A_S$  und  $A_F$  auch die Windungszahl  $w_1$  als unbekannt anzusehen ist. Wenn keine weiteren Gesichtspunkte hinzugezogen werden, ist  $w_1$  also frei wählbar. Bei kleinem  $w_1$  wird ein großer Fluss und damit ein großer Schenkelquerschnitt benötigt, um die erforderliche Spannung zu induzieren. Da der Leiterquerschnitt allein durch den Strom bestimmt ist, führt die kleine Windungszahl auf einen kleinen Fensterquerschnitt. Man erhält einen Transformator mit viel Eisen und wenig Wicklungsmaterial, der ein kleines Verlustverhältnis nach (1.5.9) haben wird. Bei großem  $w_1$  dagegen genügt ein kleiner Fluss und damit ein kleiner Schenkelquerschnitt, um die erforderliche Spannung zu induzieren. Demgegenüber ist jetzt ein großer Fensterquerschnitt erforderlich, um die große Leiterzahl unterzubringen. Der Transformator enthält wenig Eisen, aber viel Wicklungsmaterial und wird dementsprechend ein großes Verlustverhältnis aufweisen.

Die Festlegung von  $w_1$  bestimmt entsprechend (1.8.3) und (1.8.5) das Verhältnis  $\alpha = A_F/A_S$  von Fensterquerschnitt zu Schenkelquerschnitt und damit das Verlustverhältnis. Sie hat demnach entsprechend den Überlegungen im Abschnitt 1.5.2 aus ökonomischen Überlegungen heraus zu erfolgen.

Um eine von der Windungszahl unabhängige *Entwurfsgleichung* zu erhalten, liegt es nahe, mit Hilfe von (1.8.3) und (1.8.5) den Ausdruck

$$A_F A_S = \frac{\sqrt{2}}{\pi \varphi_S \varphi_F} \frac{1}{S_{\text{zul}} \hat{B}_{\text{zul}}} \frac{U_{\text{str}1} I_{\text{str}1}}{f}$$

zu bilden. Daraus erhält man durch Einführen des Verhältnisses  $\alpha = A_F/A_S$

$$A_S = \frac{1}{\alpha} A_F = \sqrt{\frac{A_F A_S}{\alpha}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\pi \varphi_F \varphi_S \alpha} \frac{1}{S_{\text{zul}} \hat{B}_{\text{zul}}} \frac{U_{\text{str}1} I_{\text{str}1}}{f}}. \quad (1.8.6)$$

Der Schenkelquerschnitt kann bei vorgegebenem Verhältnis  $\alpha$  als repräsentatives Maß für die Baugröße angesehen werden. Die Baugröße wächst demnach mit der Scheinleistung und sinkt mit der Frequenz. Letzteres führt dazu, dass ein Transformator für die Bahnstromversorgung mit der Frequenz  $f = 16,7$  Hz größer ausfällt als ein Transformator gleicher Leistung für die Netzfrequenz von 50 Hz. Andererseits erhält man in autonomen Netzen mit höherer Frequenz (z. B. 400 Hz bei Bordnetzen von Flugzeugen) vergleichsweise kleine Transformatoren.

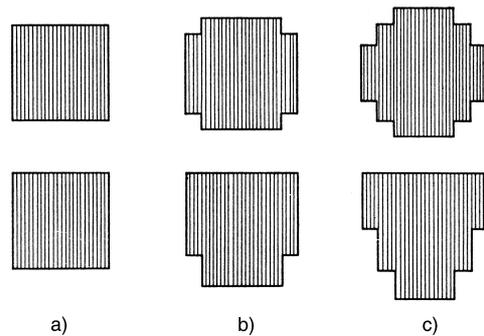
Die gleichen Beziehungen (1.8.3), (1.8.5) und (1.8.6) erhält man für einen Schenkel eines Dreiphasentransformators, wenn als Fensterquerschnitt die Fläche eingesetzt wird, die den beiden Wicklungssträngen eines Schenkels zur Verfügung steht. Im Bild 1.8.1b sind die maßgebenden Flächen  $A_F$  und  $A_S$  für einen Dreiphasen-Kerntransformator angegeben. Die in (1.8.6) unter dem Wurzelzeichen erscheinende Leistung ist jetzt die Scheinleistung je Schenkel, also ein Drittel der Gesamtscheinleistung des Transformators.

## 1.8.2

**Konstruktive und technologische Gestaltung der aktiven Bauteile****1.8.2.1 Magnetischer Kreis**

Die klassischen Formen des magnetischen Kreises von Transformatoren wurden im Abschnitt 1.2.1 für Einphasentransformatoren (s. Bild 1.2.3a bis c) und im Abschnitt 1.3.1 für Dreiphasentransformatoren (s. Bilder 1.3.3, 1.3.4 und 1.3.7) entwickelt. Um die Wirbelstromverluste klein zu halten, werden diese magnetischen Kreise als Blechpaket aus gegeneinander isolierten Blechen hergestellt. Die Blechdicke beträgt vorwiegend 0,35 mm. Da die Ummagnetisierungsverluste schwerer klein zu halten sind als der Magnetisierungsstrom, verwendet man Blech mit möglichst kleinen spezifischen Verlusten [s. (1.7.1)], auch wenn dies auf Kosten des Durchflutungsbedarfs und damit des Leerlaufstroms geschieht. Früher kam deshalb als Transformatorblech hochsiliziertes Blech zum Einsatz, dessen spezifischer Widerstand durch den Siliziumgehalt wesentlich vergrößert ist, so dass die Wirbelströme einen größeren Widerstand vorfinden und dementsprechend geringere Wirbelstromverluste entstehen [s. (1.2.59)]. Durch den Siliziumanteil wird allerdings die Magnetisierungskurve  $B = f(H)$  nach niedrigeren Werten von  $B$  hin verschoben, so dass man zur gleichen Induktion höhere Feldstärken benötigt. Heute verwendet man im Transformatorbau ausschließlich *kaltgewalztes Texturblech*, das in der Walzrichtung niedrigere magnetische Feldstärken benötigt als gewöhnliche Bleche und außerordentlich geringe Ummagnetisierungsverluste aufweist. Dafür sind allerdings die Eigenschaften dieses Blechs senkrecht zur Walzrichtung schlechter als die gewöhnlicher Bleche. Gebiete mit einem derartigen Feldverlauf müssen deshalb möglichst klein gehalten werden.

Die *Parallelblechung* ist die einfachste und gebräuchlichste Art der Herstellung eines magnetischen Kreises. Dabei liegen sämtliche Bleche in parallelen Ebenen; sie werden aufeinandergeschichtet. Bei sehr kleinen Transformatoren wird die Form des magnetischen Kreises als Ganzes oder aus zwei Teilen bestehend ausgeschnitten. Dieses Verfahren wird wegen der schlechten Blechsausnutzung und der relativ komplizierten Schnittwerkzeuge sehr bald unwirtschaftlich bzw. wegen der zu großen Abmessungen überhaupt unmöglich. Deshalb werden die magnetischen Kreise schon ab Leistungen von einigen hundert Watt aus Blechstreifen zusammengesetzt. Die Schenkelquerschnitte kleiner Transformatoren sind quadratisch. Mit zunehmender Leistung wird es wirtschaftlich, den innerhalb des Isolierzylinders zur Verfügung stehenden Querschnitt durch Abstufen der Schenkelbreite besser auszunutzen. Die Joche erhalten die gleiche Querschnittsverteilung wie die Schenkel, damit das Feld an der Übergangsstelle nicht gezwungen ist, teilweise quer zur Schichtebene zu verlaufen. Derartige Feldkomponenten haben Wirbelströme in der Blechebene und damit merkliche zusätzliche Verluste zur Folge. Im Bild 1.8.2 sind die einfachsten Querschnittsformen zusammengestellt, wobei oben die Schenkelquerschnitte und unten zugehörige Jochquerschnitte dargestellt sind, die zum Wickelfenster hin nicht abgestuft sind. Zur



**Bild 1.8.2** Schenkelquerschnitte (oben) und Jochquerschnitte (unten), die zum Wickelfenster hin nicht abgestuft sind.

- a) Quadratquerschnitt;
- b) Kreuzquerschnitt;
- c) Stufenquerschnitt

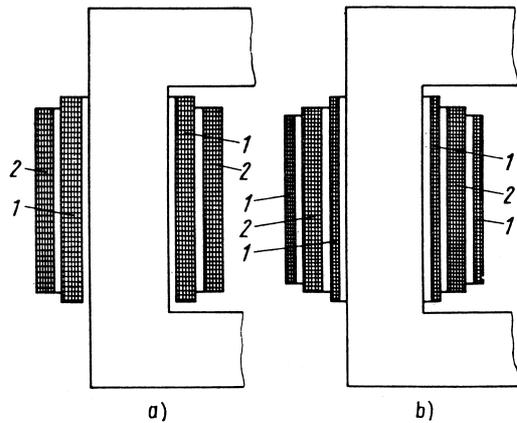
Vergrößerung der wärmeabgebenden Oberfläche können Kühlkanäle vorgesehen werden, wie sie bereits im Bild 1.7.5 angedeutet worden sind. Derartige Maßnahmen sind ab etwa 16 MVA erforderlich. Besondere Aufmerksamkeit ist dem Übergang vom Schenkel zum Joch zu widmen, damit aus Blechen des Jochs und solchen des Schenkels keine Kurzschlusskreise entstehen, die von einem großen Fluss durchsetzt werden.

Bei der konstruktiven Gestaltung heute ausgeführter parallelgeblechter magnetischer Kreise wird auf Spannbolzen innerhalb des Blechpakets weitgehend verzichtet, weil das Gebiet zwischen den Bolzen wegen der schlechten magnetischen Leitfähigkeit quer zur Walzrichtung vom magnetischen Feld kaum genutzt wird. Die Schenkel und Joche werden durch Bandagen aus Glasfaserband und durch Verkleben zusammengehalten. In diesem Fall verbieten sich natürlich einseitig abgestufte Jochquerschnitte, wie sie im Bild 1.8.2 unten dargestellt sind. Über die Joche greifen äußere Zuganker und pressen die Druckschienen zusammen.

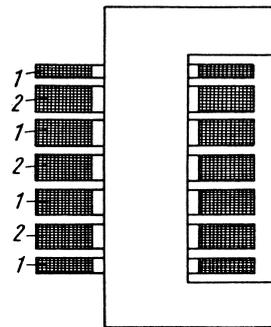
#### 1.8.2.2 Wicklungen

Die beiden magnetisch miteinander gekoppelten Wicklungsstränge auf einem Schenkel eines Transformators müssen möglichst dicht beieinander liegen, um die Streuung bzw. die Kurzschlussspannung nicht zu groß werden zu lassen. Deshalb sind sie im Zuge der Herleitung der praktischen Ausführungsformen von Transformatoren in den Abschnitten 1.2.1 und 1.3.1 konzentrisch ineinander angeordnet worden. Dabei entsteht ein zylindrischer Trennraum zwischen den beiden Wicklungssträngen. Man bezeichnet diese gebräuchlichste Wicklungsausführung deshalb als *Zylinderwicklung*. Sie wird entsprechend Bild 1.8.3 als einfach-konzentrische oder als doppelt-konzentrische Zylinderwicklung ausgeführt. Aus isolationstechnischen Gründen ordnet man den inneren Wicklungszylinder stets der Unterspannungswicklung zu.

Die räumliche Annäherung der beiden Wicklungsstränge kann auch dadurch erzielt werden, dass entsprechend Bild 1.8.4 axial nebeneinander abwechselnd Teile der Ober- und der Unterspannungswicklung angeordnet werden. In diesem Fall entstehen scheibenförmige Trennräume zwischen den Wicklungssträngen. Man bezeichnet die Wicklung deshalb als *Scheibenwicklung*. Um einen symmetrischen Aufbau zu er-



**Bild 1.8.3** Zylinderwicklung:  
 a) als einfach-konzentrische Zylinderwicklung;  
 b) als doppelt-konzentrische Zylinderwicklung.  
 1 US-Wicklung, 2 OS-Wicklung



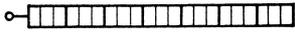
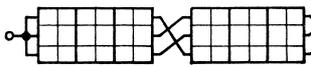
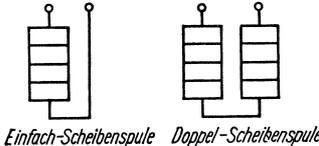
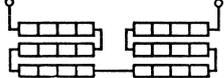
**Bild 1.8.4** Scheibenwicklung.  
 1 US-Wicklung, 2 OS-Wicklung

halten, werden die beiden Außenspulen als Halbspulen ausgeführt und einem Wicklungsstrang zugeordnet. Aus isolationstechnischen Gründen gehören sie der Unter Spannungswicklung an.

Hinsichtlich des konstruktiven Aufbaus setzt sich eine Wicklung i. Allg. aus einer Anzahl von Spulen zusammen. Diese Spulen haben unterschiedlichen Aufbau. Eine *Lagenspule* erhält man, wenn ein Leiter oder mehrere Leiter nebeneinander als ein- oder mehrgängige Schraube axial nebeneinander gewickelt werden. Die *Wendelspule* entsteht auf die gleiche Art und Weise aus einem Leiterbündel, das auch radial übereinander aus mehreren Leitern besteht. Wenn diese Leiter parallelgeschaltet werden, ist es erforderlich, die übereinanderliegenden Leiter mehrere Male zu verdrehen, um eine gleichmäßige Stromverteilung zu erzwingen. Aus dem gleichen Grund verwendet man bei sehr großen Transformatoren sog. Drillleiter, wie sie bei rotierenden Maschinen als Roebel-Leiter bereits seit langer Zeit bekannt sind (vgl. Abschnitt 2.3.1.2). Die *Scheibenspule* erhält man, wenn ein Leiter oder ein Leiterbündel als ein- oder mehrgängige Spirale radial übereinander gewickelt werden. Eine *Doppelscheibenspule* besteht aus zwei nebeneinanderliegenden Scheibenspulen mit einander entgegengesetztem Wickelsinn, deren innere Spulenden miteinander verbunden sind. *Abteilungsspulen* bestehen aus zwei Halbspulen, die jeweils nur einen Teil der Schenkellänge in Anspruch nehmen und lagenweise mit einander entgegengesetztem Wickelsinn gewickelt werden. In Tabelle 1.8.1 ist eine Zusammenstellung der Spulenarten und ihrer Verwendungsmöglichkeiten zum Aufbau von Scheiben- und Zylinderwicklungen gegeben.

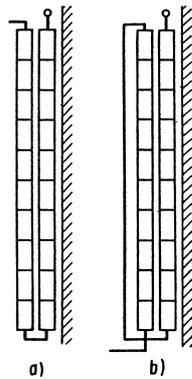
Eine Zylinderwicklung, die aus einer oder mehreren Lagenspulen aufgebaut ist, bezeichnet man als *Lagenwicklung*. Dabei sind i. Allg. mehrere radial übereinanderliegende Lagenspulen vorgesehen, die entsprechend Bild 1.8.5 entweder fortlaufend oder gleichsinnig gewickelt werden. Im zweiten Fall muss das Hintereinan-

**Tabelle 1.8.1** Die Spulenarten von Transformatorwicklungen und ihre Verwendungsmöglichkeiten

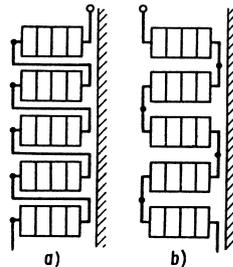
Spulenart	Aufbau schematisch	Einsatz in		Bezeichnung der entsprechenden Zylinderwicklung
		Scheibenwicklung	Zylinderwicklung	
Lagenspule			×	Lagenwicklung
Wendelspule			×	Wendelwicklung
Scheibenspule	 <i>Einfach-Scheibenspule</i> <i>Doppel-Scheibenspule</i>	×	×	Scheibenspulenwicklung; verstärzte Wicklung
Abteilungs-spule		×	×	Abteilungs-spulenwicklung

derschalten der Lagenspulen durch Verbindungsleiter erfolgen, die außerhalb der Wicklungszyylinder geführt werden. Wenn die Zylinderwicklung aus Scheibenspulen zusammengesetzt wird, spricht man von einer *Scheibenspulenwicklung* und beim Einsatz von Abteilungsspulen von einer *Abteilungsspulenwicklung*. Die beiden prinzipiellen Ausführungsmöglichkeiten von Scheibenspulenwicklungen sind im Bild 1.8.6 dargestellt. Die Abteilungsspulenwicklung entspricht hinsichtlich Anordnung und Verbindung der Einzelspulen der Darstellung nach Bild 1.8.6b. Eine Scheibenspulenwicklung aus Doppelscheibenspulen, die entsprechend Bild 1.8.7 fortlaufend, d.h. ohne Verbindungsstellen, gewickelt wird, bezeichnet man als *verstärzte Wicklung*. Dabei wird jede zweite Scheibenspule, die im Endzustand von außen nach innen durchlaufen werden muss, zunächst provisorisch von innen nach außen auf den Isolierzylinder gewickelt und dann umgeschichtet (verstärzt). Bei Großtransformatoren werden oberspannungsseitig neuerdings vielfach sog. *verschachtelte Scheibenspulenwicklungen* angewendet, bei denen die Reihenfolge der Windungen innerhalb einer Scheibe geändert wird, um eine bessere Spannungsverteilung beim Einlaufen von Stoßspannungswellen zu erhalten.

Die *Isolierzylinder*, auf die die Wicklungen aufgebracht werden, sind aus Transformatoren-Pressspan bzw. bei Öltransformatoren für höhere Spannungen aus Weichpapier. Zwischen dem Isolierzylinder und der Wicklung werden i. Allg. durch Abstandsstücke Ölkanäle frei gehalten. Die Leiterisolierung bei Öltransformatoren ist Papier, bei Trockentransformatoren verwendet man umspinnene Leiter. Besonderes Augenmerk ist bei Transformatoren für höhere Spannungen der *Randfeldisolierung* zu widmen. Das ist die Isolierung zwischen den Wicklungen und den Jochen. Sie bildet die aufgestülpte



**Bild 1.8.5** Zylinderwicklung als Lagenwicklung:  
a) fortlaufend gewickelt;  
b) gleichsinnig gewickelt

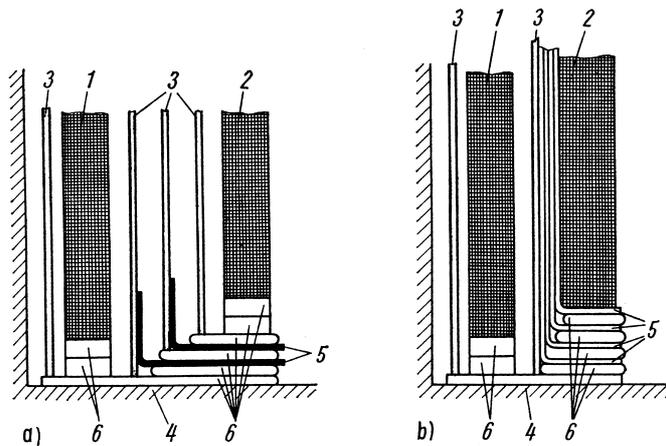


**Bild 1.8.6** Zylinderwicklung als Scheibenspulenwicklung:  
a) aus Einzelscheibenspulen;  
b) aus Doppelscheibenspulen



**Bild 1.8.7** Zylinderwicklung als verstärkte Wicklung

Verlängerung der Isolierzylinder. Es wird sowohl Weichpapier als auch Pressspan verwendet. Im ersten Fall erreicht man das Aufstülpen durch Einreißen und Umlegen der einzelnen Papierbahnen. Im zweiten Fall müssen starre Winkelringe aus Pressspan vorgefertigt werden. Im Bild 1.8.8 ist der prinzipielle Aufbau der Randfeldisolierung gezeigt.



**Bild 1.8.8** Aufbau der Randfeldisolierung:

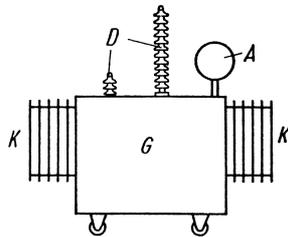
a) mit Pressspanisolierung  
1 Unterspaltungswicklung  
2 Oerspaltungswicklung  
3 Pressspanisolerzylinder  
4 Eisenkern  
5 Winkelringe aus Pressspan  
6 Distanzringe;

b) mit Weichpapierisolierung  
1 Unterspaltungswicklung  
2 Oerspaltungswicklung  
3 Pressspanisolerzylinder  
4 Eisenkern  
5 Winkelringe aus eingerissenem Weichpapier  
6 Distanzringe

## 1.8.3

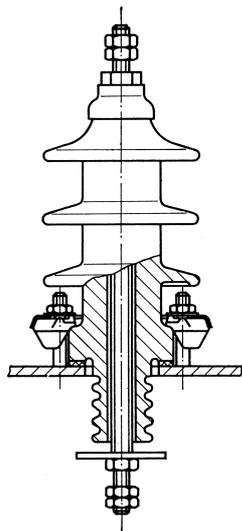
**Äußere Gestaltung**

Der äußere Aufbau von Öltransformatoren wird vom Gefäß und seinen Kühlelementen, von den Durchführungen und vom Ölausdehnungsgefäß beherrscht. Im Bild 1.8.9 ist der prinzipielle äußere Aufbau eines Einphasen-Öltransformators skizziert. Die *Durchführungen* haben die Aufgabe, die Zuleitungen spannungssicher in das Gefäß zu führen. Sie sind mit Rücksicht auf die Kriechstromgefahr mit Schirmen versehen. Bild 1.8.10 zeigt den prinzipiellen Aufbau einer Durchführung. Im *Ölausdehnungsgefäß* findet die mit der Temperaturänderung im Transformator verbundene Schwankung des Ölvolumens statt. Das eigentliche Gefäß des Transformators ist dadurch stets vollständig mit Öl gefüllt.



**Bild 1.8.9** Äußerer Aufbau eines Öltransformators.  
G Gefäß, K Kühlelement, A Ausdehnungsgefäß,  
D Durchführung

Beim Trockentransformator ist der äußere Aufbau weitgehend davon abhängig, in welchem Maß ein Schutz gegen das Berühren spannungsführender Teile und gegen Fremdkörper sowie gegen Wassereinfluss bestehen soll. Diese Überlegungen führen auf die im folgenden Abschnitt durchgeführten Erörterungen des Schutzgrads.



**Bild 1.8.10** Prinzipieller Aufbau einer Durchführung

### 1.8.3.1 Schutzgrade

Der Grad des Schutzes elektrotechnischer Erzeugnisse gegen zufällige Berührung sowie gegen den Einfluss von Fremdkörpern und Wasser wird durch ein Kurzzeichen angegeben. Dieses Kurzzeichen lautet:<sup>20)</sup>

IP erste Kennziffer zweite Kennziffer.

Dabei charakterisiert die erste Kennziffer den Berührungs- und Fremdkörperschutz durch Zahlen 0 bis 6 und die zweite den Wasserschutz durch Zahlen 0 bis 8. Diese Kennzeichnung ist fixiert in

IEC 60529 (DIN EN 60529).

Die Bedeutung der Kennziffern entspricht derjenigen für rotierende Maschinen, wie sie in den Tabellen 2.3.3a und 2.3.3b auf Seite 234f. wiedergegeben ist. Bei Transformatoren kommt i. Allg. nur eine Auswahl der möglichen Schutzgrade zur Anwendung.

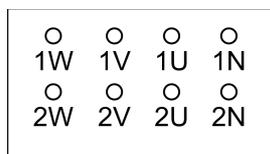
Bei Öltransformatoren hat das Gefäß i. Allg. den Schutzgrad IP 23, während die offenen Klemmen den Schutzgrad IP 00 aufweisen. Trockentransformatoren haben ohne besondere Maßnahmen den Schutzgrad IP 00. Durch das Anbringen von abgedeckten Kabeleinführungen und eine Blechabdeckung des ganzen Transformators lassen sie sich im Schutzgrad IP 23 ausführen.

### 1.8.3.2 Klemmenbezeichnung und Klemmenanordnung

Die Klemmenbezeichnung für Leistungstransformatoren ist festgelegt in

IEC 60616 bzw. DIN 42402.<sup>21)</sup>

In Tabelle 1.8.2 sind die wichtigsten Bezeichnungen nach IEC 60616 bzw. DIN 42402 zusammengestellt. Wenn eine Ausgleichswicklung vorhanden ist, wird deren Dreieckschaltung an einer Stelle unterbrochen. Die Klemmenanordnung für einen Dreiphasentransformator zeigt Bild 1.8.11. Dieser Klemmenanordnung angepasst, sind die standardisierten Schaltgruppen (s. Tabelle 1.3.3) unter dem Gesichtspunkt einfachster Leiterführung ausgewählt.



**Bild 1.8.11** Bezeichnung und Anordnung der Klemmen eines Dreiphasentransformators mit zwei Wicklungen

20) Dabei steht IP für: International Protection.

21) Bei älteren Transformatoren finden sich noch die Klemmenbezeichnungen  $U, V, W$  und  $N$  bzw.  $U, V$  für die Oberspannungsseite und  $u, v, w$  und  $n$  bzw.  $u, v$  für die Unterspannungsseite.

**Tabelle 1.8.2** Bezeichnung für Leiter- und Sternpunkt клемmen nach IEC 60616 bzw. DIN 42402

	Bezeichnung für	
	Oberspannungswicklung	Unterspannungswicklung
Einphasentransformatoren	1.1–1.2	2.1–2.2
Dreiphasentransformatoren offene Schaltung	1U1–1U2, 1V1–1V2, 1W1–1W2	2U1–2U2, 2V1–2V2, 2W1–2W2
Schaltung im Stern, Dreieck oder Zickzack		
• Leiterklemmen	1U, 1V, 1W	2U, 2V, 2W
• Sternpunkt клемmen	1N	2N

#### 1.8.4

##### Schaltzeichen

Die Untersuchungen über den physikalischen Mechanismus des Transformators wurden auf der Grundlage von Prinzipanordnungen (z. B. nach Bild 1.2.1) durchgeführt. Um Schaltpläne aufstellen zu können, eignen sich derartige Darstellungsformen wenig. Es sind deshalb zweckmäßige Symbole, die sog. Schaltzeichen erarbeitet worden. Sie sind für Transformatoren enthalten in

IEC 60617-6 (DIN EN 60617-6).

Die in dieser Norm explizit angegebenen Schaltzeichen sind eine Auswahl aus der großen Mannigfaltigkeit von denkbaren Ausführungsformen. Da sich die Schaltzeichen aus ebenfalls in der Norm angegebenen Grundelementen aufbauen, können Abwandlungen hinsichtlich der Schaltungsart und der Stellbarkeit leicht vorgenommen werden. Eine Reihe von Schaltzeichen existiert in einer ausführlichen und vereinfachten Form. Die Entscheidung, ob das vereinfachte oder das ausführliche Schaltzeichen verwendet wird, hängt von dem notwendigen Grad der Detaildarstellung (Übersichtsschaltpläne, Wirkschaltpläne, Stromlaufpläne usw.) ab.

#### 1.8.5

##### Schutztechnik

##### 1.8.5.1 Innere Fehler

Durch einen Transformator fließt eine gewisse Leistung, von der im ungestörten Betrieb nur ein verschwindend kleiner Anteil in Form der Verluste zur Erwärmung des Transformators führt. Wenn sich dieser Anteil durch einen inneren Fehler erhöht, so dass ein merklicher Teil der durch den Transformator fließenden Leistung in Wärme umgesetzt wird, muss mit größeren Zerstörungen im Inneren des Transformators

gerechnet werden. Es kommt deshalb darauf an, einen inneren Fehler schnell zu erkennen und den Transformator abzuschalten, um die durch ständige Energiezufuhr bedingte Ausweitung des Fehlers zu verhindern. Es ist die Aufgabe der Schutztechnik, entsprechende Einrichtungen vorzusehen. Außerdem soll sie dafür sorgen, dass der Transformator solche Betriebszustände möglichst rasch beendet, die innere Fehler entstehen lassen können. Im Folgenden werden zunächst die inneren Fehler und deren Ursachen aufgezeigt.

*Eisenfehler* haben ihre Ursache in der Zerstörung der Bolzenisolierung oder der isolierenden Zwischenlage zwischen Joch und Schenkel u. ä. Dadurch kommt es zu niederohmigen Kurzschlusskreisen, die von großen Flüssen durchsetzt und in denen deshalb große Spannungen induziert werden, die große Ströme antreiben. An den Stellen großer und undefinierter Übergangswiderstände zwischen dem jeweiligen Konstruktionsteil und dem Blechpaket entstehen Lichtbögen, die Kernmaterial abschmelzen. Man bezeichnet diese Erscheinungen als *Eisenbrand*. Starke örtliche Erwärmungen entstehen auch durch eine schadhafte Blechisolierung.

*Wicklungsfehler* entstehen durch Schäden innerhalb der Wicklungs- oder Windungsisolierung. Es kommt zu Vorentladungen, die sich zu einem Lichtbogen ausweiten können, der die Wicklung und ihre Isolierung weiter zerstört. Unmittelbare Ursache eines derartigen Fehlers sind meist Überspannungen, die von Blitzeinwirkung oder Schaltheandlungen im Netz herrühren. Eine gesunde Isolierung muss Überspannungen, wie sie nach Wirksamwerden des später zu behandelnden Überspannungsschutzes auf die Wicklung treffen, aushalten. Die Isolierung unterliegt jedoch einer merklichen Alterung, die mit zunehmender Temperatur rascher vor sich geht. Es ist deshalb erforderlich, den Transformator vor thermischen Überlastungen zu schützen. Die Isolierung kann außerdem durch mechanische Kräfte beschädigt werden, die bei Kurzschlüssen auf die Leiter der Wicklung wirken und zu Bewegungen innerhalb des Wicklungsverbands führen.

Alle aufgezeigten Fehler am aktiven Teil des Transformators haben starke örtliche Erwärmungen und Gasentwicklungen im Transformatoröl zur Folge. Dieses Gas ist brennbar und kann bei Entzündung zur Explosion des Kessels führen.

#### 1.8.5.2 Schutzeinrichtungen

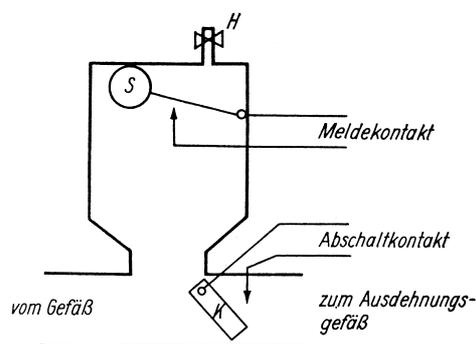
Die naheliegendste Schutzeinrichtung ist die *Temperaturüberwachung*. Dazu wird die Temperatur des Öls mit Hilfe von Thermometern gemessen. Diese werden in Thermometertaschen eingeschraubt, die sich im Transformatordeckel befinden. Die Thermometer haben einen Maximalkontakt, der bei Erreichen einer bestimmten eingestellten Temperatur eine Gefahrenmeldung auslöst. Temperaturüberwachungseinrichtungen werden praktisch bei allen Leistungstransformatoren vorgesehen.

Ein Transformator kann während einer gewissen Zeit mit Überlast betrieben werden. Führt der dann stattfindende Erwärmungsvorgang zum Überschreiten der zulässigen Grenztemperatur, entsteht nicht unmittelbar ein Wicklungsfehler, sondern es

wird lediglich der thermische Alterungsprozess beschleunigt und damit die thermische Lebensdauer der Isolierung etwas verkürzt. Erst wenn die Temperatur einen Wert erreicht, der zu einer unmittelbaren Karbonisierung der verwendeten Isolierstoffe führt, kommt es zu einem Windungs- oder einem Wicklungsschluss. Das Erreichen dieser Grenze kann jedoch nicht an der Öltemperatur erkannt werden, da sich das Öl wesentlich langsamer erwärmt als die Wicklung. Deshalb werden die Temperaturen bei größeren Transformatoren rechnergestützt im Lastverteiler der Schaltanlage überwacht und dann rechtzeitig eine Lastreduktion oder Abschaltung vorgenommen.

Als *Überlastungsschutz* dienen bei kleineren Transformatoren bis 250 kVA Hochleistungssicherungen bzw., wenn deren Abschaltvermögen überschritten wird, Leistungsschalter mit angebautem Überstromschutz. Größere Transformatoren erhalten einen unabhängigen *Überstromzeitschutz*. Dieser besteht aus einem vom Leistungsschalter getrennten Überstromzeitrelais, mit dessen Hilfe die gewünschte Auslösestrom-Zeit-Kennlinie eingestellt werden kann. Das Relais wirkt sowohl auf den primären als auch auf den sekundären Leistungsschalter. Es wird außerdem bei größeren Transformatoren sowohl primärseitig als auch sekundärseitig vorgesehen. Durch den Überlastungsschutz sollen Schäden im Transformator vermieden werden, die durch starke Erwärmung oder durch langes Wirken großer Stromkräfte entstehen. Er stellt also eine vorbeugende Schutzmaßnahme dar.

Alle inneren Fehler des Transformators haben eine örtliche Erwärmung des Öls und damit eine Vergrößerung seines Volumens zur Folge. Außerdem setzt Gasentwicklung ein, sobald innerhalb des Öls Entladungsvorgänge stattfinden. Auf beide Erscheinungen reagiert das sog. *Buchholz-Schutzrelais*, das in die Ölleitung zwischen dem Kessel und dem Ölausdehnungsgefäß eingebaut wird. Seine schematische Darstellung zeigt Bild 1.8.12. Bei Lichtbögen im Öl entstehen Gasblasen, die nach oben steigen und sich im oberen Teil des Buchholz-Relais sammeln. Dadurch sinkt der Schwimmer S und schließt einen Kontakt, der die Gefahrenmeldung auslöst. Bei starken örtlichen Ölerwärmungen bewirkt die damit verbundene Volumenvergrößerung eine kräftige Ölströmung in der Leitung zum Ausdehnungsgefäß. Dadurch wird der im Ölstrom liegende und als Klappe ausgebildete Schwimmer K bewegt. Es schließt sich ein Kon-



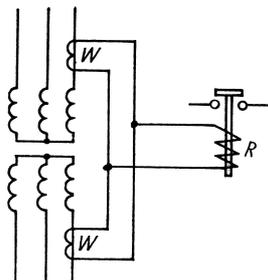
**Bild 1.8.12** Schematische Darstellung des Buchholz-Schutzrelais.

S Schwimmer  
K Klappe  
H Ablasshahn

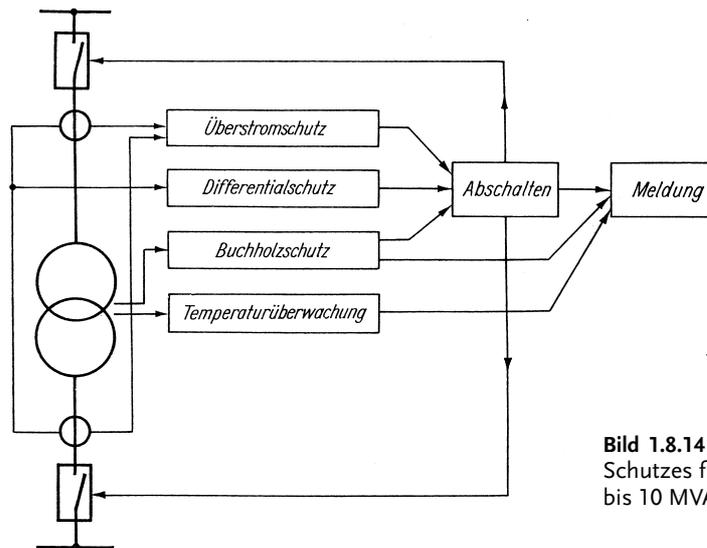
takt, der unmittelbar zum Auslösen der primären und sekundären Leistungsschalter führt. Selbstverständlich erfolgt außerdem eine Meldung, die dem Bedienungspersonal anzeigt, aus welchem Grund die Schalter geöffnet haben. Der Schwimmer S reagiert außerdem auf ein Absinken des Ölstands. Wenn der Buchholzschutz im Sinne einer Gefahrenmeldung angesprochen hat, aber auch zur regelmäßigen Kontrolle wird über den Ablasshahn H eine Gasprobe entnommen und analysiert. Aus dem Ergebnis der *Gas-in-Öl-Analyse* können Rückschlüsse auf die Art des vorliegenden Fehlers (z. B. Eisenschluss oder Teilentladungen) gezogen werden. Das Buchholz-Schutzrelais wird praktisch bei allen Öltransformatoren vorgesehen, weil es bei inneren Fehlern schnell anspricht, so dass die Schäden begrenzt werden, und weil es zudem kostengünstig ist.

Als Schutzeinrichtung vor den Folgen des Aufrechterhaltens eines Betriebs bei eingetretenen Windungs- und Wicklungsschlüssen dient der *Differentialschutz*. Er wirkt noch schneller als das Buchholz-Schutzrelais, wird jedoch aufgrund des höheren Aufwands nur bei Großtransformatoren eingesetzt. Dabei versteht man unter einem Windungsschluss einen Kurzschluss zwischen einer oder mehreren Windungen eines Strangs, während der Wicklungsschluss einen Kurzschluss zwischen zwei Wicklungssträngen darstellt. In beiden Fällen wird beim Transformator das Gleichgewicht zwischen den Strömen in den Zuleitungen gestört. Zur Überwachung dieses Gleichgewichts werden primär- und sekundärseitig Stromwandler mit gleichem Sekundärstrom eingebaut und nach Maßgabe der Schaltgruppe des Transformators so geschaltet, dass beide bei ungestörtem Betrieb im Sekundärkreis den gleichen Strom führen. In diesem Fall fließt durch die Stromspule des zugehörigen Relais, das entsprechend Bild 1.8.13 geschaltet ist, kein Strom. Das tritt jedoch ein, sobald die beiden Wandler sekundärseitig unterschiedliche Ströme führen müssen; der Differentialschutz spricht an. Maschinentransformatoren in Blockschaltung erhalten einen gemeinsamen Differentialschutz mit ihrem Generator. Das Wirkungsschema des Schutzes eines größeren Transformators zeigt Bild 1.8.14.

Als Grobschutz gegen Überspannungen, die von Gewittern oder Schalthandlungen im äußeren Netz herrühren, werden bei Spannungen von 10 kV und höher parallel zu den Durchführungen, d.h. zwischen den äußeren Zuleitungen und dem geerdeten Gefäß, *Pegelfunkenstrecken* vorgesehen. Alle Transformatoren, die an eine Freileitung angeschlossen sind, erhalten außerdem *Überspannungsableiter*.



**Bild 1.8.13** Prinzip des Differentialschutzes, dargestellt für einen der je drei Leiter auf Primär- und Sekundärseite.  
W Wandler, R Relais



**Bild 1.8.14** Wirkungsschema des Schutzes für Transformatoren bis 10 MVA

### 1.8.6

#### Ausführungsbeispiele

a) Drehstrom-Trockenverteilungstransformator mit Kühlungsart AN (Bild 1.8.15)

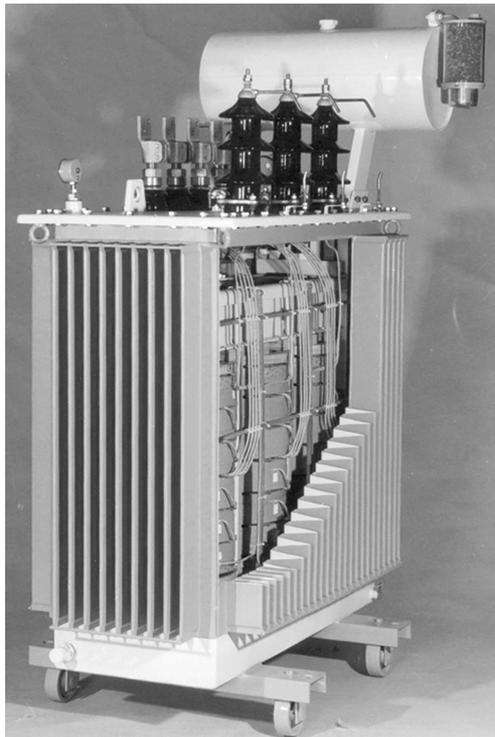
Bemessungs-Oberspannung	20 kV	Hersteller	Starkstrom-Gerätebau GmbH, Regensburg
Bemessungs-Unterspannung	400 V		
Bemessungsleistung	400 kVA	Schutzart	IP 00
Frequenz	50 Hz		
Relative Kurzschlussspannung	6 %	Gesamtlänge	1480 mm
Schaltgruppe	Dyn5		
Gesamtmasse	1570 kg	Gesamtbreite	820 mm

b) Drehstrom-Ölverteilungstransformator mit Kühlungsart ONAN (Bild 1.8.16)

Bemessungs-Oberspannung	20 kV	Hersteller	Areva Energietechnik GmbH, Mönchengladbach
Bemessungs-Unterspannung	400 V		
Typische Bemessungsleistung	50 bis 2500 kVA		



**Bild 1.8.15** Modell eines Drehstrom-Trockenverteilungstransformators mit der Kühlungsart AN (Werkbild SGB, Wicklung auf mittlerem Schenkel geschnitten)



**Bild 1.8.16** Modell eines Drehstrom-Ölverteilungstransformators mit der Kühlungsart ONAN (Werkbild Areva, Kessel teilweise geschnitten)

c) Netzkoppeltransformator mit Kühlungsart OFAF (Bild 1.8.17)

Bemessungs-Oberspannung	420 kV	Hersteller	Areva Energietechnik GmbH, Mönchengladbach
Bemessungs-Unterspannung	110 oder 220 kV		
Typische Bemessungsleistung	100 bis 600 MVA		



**Bild 1.8.17** Netzkoppeltransformator mit der Kühlungsart OFAF  
(Werkbild Areva)

