

## Inhaltsverzeichnis

**Vorwort** *XV*

<b>1</b>	<b>Grundkenntnisse von MATLAB</b>	<i>1</i>
1.1	Bekannschaft schließen mit MATLAB	<i>1</i>
1.1.1	Die Arbeitsoberfläche von MATLAB	<i>1</i>
1.1.2	Zum Einstieg: Berechnungen mit einfachen Zahlen	<i>2</i>
1.1.3	Befehlsstruktur: ein erster Überblick	<i>4</i>
1.1.4	Berechnung oder Formel-Manipulation?	<i>6</i>
1.1.5	Tabellen, Vektoren und Matrizen	<i>11</i>
1.1.6	Hintergrundinformation und Hilfsfunktionen	<i>13</i>
1.1.7	Datenaustausch mit Files	<i>15</i>
1.2	Grundlagen der Matrizenrechnung	<i>20</i>
1.2.1	Definitionen und Fachausdrücke	<i>20</i>
1.2.2	Indizieren der Matrixelemente	<i>24</i>
1.2.3	Das Transponieren einer Matrix	<i>24</i>
1.2.4	Addition und Subtraktion von Matrizen	<i>25</i>
1.2.5	Das Produkt von zwei Matrizen	<i>26</i>
1.2.6	Die Einheitsmatrix	<i>30</i>
1.2.7	Kann man durch Matrizen dividieren?	<i>31</i>
1.3	Matrizenrechnung mit MATLAB	<i>33</i>
1.3.1	Einstieg in die Matrizenrechnung mit MATLAB	<i>33</i>
1.3.2	Indizieren in MATLAB	<i>37</i>
1.3.3	Beispiele zur Schleifenprogrammierung	<i>39</i>
1.3.4	Turmmatrizen (Permutationsmatrizen)	<i>40</i>
1.3.5	Einfache Beispiele von linearen Gleichungssystemen	<i>42</i>
1.3.6	Matrizen zur Darstellung von Daten	<i>43</i>
1.4	Schritte zum eigenen Programm	<i>46</i>
1.4.1	Skript-M-Files und Funktions-M-Files	<i>46</i>
1.4.2	Objekt-Orientiertes Programmieren	<i>52</i>
1.5	Einfache grafische Darstellungen mit MATLAB	<i>56</i>
1.5.1	Funktionsdarstellungen	<i>57</i>
1.5.2	Polygone, Kreise, Sterne	<i>60</i>
1.5.3	Flächen malen	<i>62</i>

- 1.5.4 Properties von grafischen Objekten 64
- 1.6 Übersicht über die wichtigsten Grundbefehle in MATLAB 65
- 1.6.1 In MATLAB definierte Operatoren und Grundbefehle 65
- 1.6.2 Das Definieren von Zahlen, Matrizen und Vektoren 68
- 1.6.3 Schleifen und Bedingungen 70
- 1.6.4 Mathematische Funktionen 71
- 1.6.5 Grundfunktionen im symbolischen Modus 72
- 1.6.6 „struct“- und „cell“-Variablen 73
- 1.6.7 Grafische Darstellungen 74
- 1.7 MATLAB Grundlagen aktivieren 76
  
- 2 Auffrischen der Elementarmathematik 91**
- 2.1 Basiswissen zum Funktionsbegriff 91
- 2.1.1 Funktionen als spezielle Relationen 91
- 2.2 Linienplots in MATLAB 96
- 2.2.1 Grundfunktionen kennenlernen mit MATLAB 97
- 2.2.2 Kurven in Parameterdarstellung 100
- 2.2.3 Spiralen 102
- 2.2.4 Zykloiden 103
- 2.2.5 Weitere Mathematische Klassiker 106
- 2.2.6 Die „Versiera di Agnesi“ 107
- 2.2.7 Interpolationsfunktionen 110
- 2.2.8 Ausflug ins Dreidimensionale 114
- 2.3 Folgen und Reihen 116
- 2.3.1 Arithmetische Folgen und Reihen 117
- 2.3.2 Geometrische Folgen und Reihen 119
- 2.3.3 Die Anwendung bei Zinsberechnungen 122
- 2.3.4 Beherrschbare Unendlichkeit 125
- 2.3.5 Fibonacci-Folgen 128
- 2.4 Keine Angst vor komplexen Zahlen! 129
- 2.4.1 Die Rechenregeln für komplexe Zahlen 130
- 2.4.2 Die  $n$ -ten Einheitswurzeln 134
- 2.4.3 Die  $n$ -ten Wurzeln aus beliebigen Zahlen 135
- 2.4.4 Komplexe Zahlen näher kennenlernen 136
- 2.4.5 Beschreibung von stationären Schwingungen 138
- 2.5 Elementarmathematik aktivieren 141
  
- 3 Basiswissen zur Linearen Algebra 151**
- 3.1 Lineare Gleichungssysteme und ihre Lösbarkeit 151
- 3.1.1 Gleichungssystem und zugehörige Matrixgleichung 151
- 3.1.2 Die verschiedenen Fälle der Lösbarkeit 152
- 3.1.3 Die Bedingungen zur eindeutigen Lösbarkeit – Regularität 152
- 3.1.4 Die wichtigsten Fachausdrücke der Lösbarkeitsdiskussion 153
- 3.1.5 Lineare Abhängigkeit von Vektoren 154
- 3.1.6 Lineare Systeme und ihre Teilräume 158

- 3.1.7 Die Determinante einer Matrix 160
- 3.2 Anwendungen von linearen Gleichungssystemen 162
  - 3.2.1 Gleichungssysteme aus Tabellenkalkulationen 162
  - 3.2.2 Kirchhoff'sche Netze 163
  - 3.2.3 Statik von Tragwerken 166
  - 3.2.4 Dünn besetzte Matrizen 169
  - 3.2.5 Polynombestimmung 169
- 3.3 Orthogonalität und Projektionen 171
  - 3.3.1 Orthogonale Vektoren 171
  - 3.3.2 Projektionen von Vektoren 173
  - 3.3.3 Orthogonale Teilräume 175
  - 3.3.4 Orthogonale Matrizen 175
- 3.4 Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme 177
  - 3.4.1 Die Bedeutung der Dreiecksmatrizen 177
  - 3.4.2 Der Gauß-Algorithmus 177
  - 3.4.3 Der Gauß-Algorithmus mit MATLAB 180
  - 3.4.4 Das Vertauschen von Zeilen: Pivot-Suche 181
  - 3.4.5 Die L-R-Zerlegung 183
  - 3.4.6 Der Gauß-Jordan-Algorithmus 185
  - 3.4.7 Singuläre Systeme 185
  - 3.4.8 Die Q-R-Zerlegung 187
- 3.5 Eigenwerte und Eigenvektoren 190
  - 3.5.1 Definition von Eigenwerten und Eigenvektoren 190
  - 3.5.2 Wiederholte Abbildungen durch Matrizen 192
  - 3.5.3 Lösungsmethoden für Eigenwertprobleme 193
  - 3.5.4 Stabilität von Systemen 196
- 3.6 Probleme mit der endlichen Rechengenauigkeit 197
  - 3.6.1 Die Zahlendarstellung im Computer 197
  - 3.6.2 Auslöschung, Stabilität und Wohldefiniertheit 201
  - 3.6.3 Die Kondition einer Matrix 203
  - 3.6.4 Die Option `digits` 204
- 3.7 Lineare Algebra aktivieren 205
  
- 4 Ebenen- und Raumgeometrie 217**
  - 4.1 Vektoren in der Elementargeometrie 217
    - 4.1.1 Addition und Subtraktion von Vektoren 218
    - 4.1.2 Produkte zwischen Vektoren 220
  - 4.2 Beispiele aus der Raumgeometrie 222
    - 4.2.1 Geometrische Grundelemente 222
    - 4.2.2 Geometrische Grundaufgaben 226
    - 4.2.3 Anwendungsbeispiele 231
  - 4.3 Längen und Winkel in höheren Dimensionen 232
  - 4.4 Matrixformulierung geometrischer Abbildungen 236
  - 4.5 Abbildungen in homogenen Koordinaten 240
    - 4.5.1 Das Prinzip der homogenen Koordinaten 240

4.5.2	Homogene Koordinaten in der Ebene	240
4.5.3	Homogene Koordinaten im Raum	246
4.6	Vektorgeometrie aktivieren	250
<b>5</b>	<b>Funktionensysteme, Fourier-Transformation und Faltung</b>	<b>259</b>
5.1	Unendliche Reihen von Funktionen	259
5.1.1	Potenzreihen	259
5.1.2	MacLaurin- und Taylor-Entwicklungen	261
5.1.3	Integration mit Potenzreihen	263
5.2	Orthogonalpolynome	264
5.2.1	Orthogonalität von Funktionen	264
5.2.2	Die Wirkung der Orthogonalität	265
5.2.3	Tschebyscheff-Polynome	267
5.3	Fourier-Reihen, Fourier-Transformation	269
5.3.1	Definition der Fourier-Reihen	269
5.3.2	Die Berechnung der Fourier-Koeffizienten	271
5.3.3	Das Fourier-Spektrum	272
5.4	Diskrete Fourier-Transformation und FFT	276
5.4.1	Definition der diskreten Fourier-Transformation	277
5.4.2	Aliasing, Nyquist-Frequenz, „sampling“	278
5.4.3	Das Prinzip der schnellen Fourier-Transformation	280
5.4.4	M-Files zur Demonstration des FFT-Prinzips	283
5.5	Die Fourier-Transformation näher kennenlernen	286
5.6	Die einfache Faltung	289
5.6.1	Das Prinzip der einfachen Faltung	289
5.6.2	Die Faltung als Multiplikation von Polynomen	291
5.6.3	Die Formel zur Faltung von Zahlenfolgen	292
5.6.4	Beispiele von einfachen Faltungen	294
5.6.5	Die Faltung von kontinuierlichen Funktionen	295
5.7	Zirkuläre Faltung – Faltungssatz	295
5.7.1	Die Definition der zirkulären Faltung	295
5.7.2	Der Faltungssatz	296
5.7.3	Zwei- und mehrdimensionale Faltungen	299
5.8	Funktionensystem- Faltungs- und Fourier-Theorie aktivieren	300
<b>6</b>	<b>Funktionen von mehreren Variablen</b>	<b>311</b>
6.1	Grundbegriffe der Funktionen von mehreren Variablen	311
6.1.1	Die Funktionsdefinition	311
6.1.2	Grafische Darstellung	312
6.1.3	Differenzieren von Funktionen mit mehreren Variablen	313
6.1.4	Illustration der partiellen Ableitung	314
6.2	Das Bilden von partiellen Ableitungen	318
6.2.1	Grundprinzip des partiellen Ableitens	318
6.2.2	Ableitungstabelle für Grundfunktionen	318
6.2.3	Ableitungsregeln für zusammengesetzte Funktionen	319

- 6.2.4 Beispiele von partiellen Ableitungen 319
- 6.2.5 Partielle Ableitungen im symbolischen Modus 320
- 6.3 Partielle Ableitungen und das totale Differential 321
  - 6.3.1 Die Formel für das totale Differential 321
  - 6.3.2 Anwendung zur Berechnung der Volumenausdehnung 322
  - 6.3.3 Empfindlichkeit der Eigenfrequenz 323
  - 6.3.4 Kommerzielle Einflussanalyse 323
  - 6.3.5 Das Optimierungsprinzip in mehreren Variablen 324
- 6.4 Höhenlinien- und Flächenplots 325
  - 6.4.1 Höhenlinien 326
  - 6.4.2 Dreidimensionale Flächendarstellungen 328
  - 6.4.3 Die Funktion Meshgrid 330
  - 6.4.4 Darstellung der Gradientenvektoren 330
  - 6.4.5 Kombinierte Flächen- und Konturdarstellungen 331
- 6.5 Ausgleichsrechnung 333
  - 6.5.1 Geradenfit als Beispiel 333
  - 6.5.2 Allgemeine lineare Ausgleichsprobleme 335
- 6.6 Algorithmen zur Ausgleichsrechnung 337
  - 6.6.1 Normalengleichungen und Fehlergleichungen 338
  - 6.6.2 Singular Value Decomposition 342
- 6.7 Die Methode der Lagrange-Multiplikatoren 344
  - 6.7.1 Optimierungsprobleme mit Nebenbedingungen 344
  - 6.7.2 Beispiele für Lagrange-Multiplikatoren 346
- 6.8 Nichtlineare Gleichungssysteme 347
- 6.9 Kenntnisse von Funktionen mehrerer Variablen aktivieren 350
  
- 7 Differentialgleichungen 359**
  - 7.1 Die Bedeutung von Differentialgleichungen in Physik und Technik 359
    - 7.1.1 Was ist eine Differentialgleichung? 360
    - 7.1.2 Grundtypen von Differentialgleichungen 361
  - 7.2 Beispiele zu den Differentialgleichungs-Typen 363
    - 7.2.1 Gewöhnliche Differentialgleichungen 363
    - 7.2.2 Partielle Differentialgleichungen 365
  - 7.3 Analytische Lösungen von Differentialgleichungen 367
    - 7.3.1 Lösungs-Prinzipien 367
    - 7.3.2 Beispiele analytischer Lösungen 369
    - 7.3.3 Oszillatorgleichungen 377
  - 7.4 Lösungen mit Laplace-Transformationen 381
    - 7.4.1 Das Lösungsprinzip 381
  - 7.5 Numerische Lösungsverfahren für Anfangswertprobleme 386
    - 7.5.1 Das Grundprinzip der Lösung von Anfangswertproblemen 386
    - 7.5.2 Das Euler-Verfahren 387
    - 7.5.3 Runge-Kutta Verfahren 388
    - 7.5.4 Explizite und implizite Verfahren 393
  - 7.6 Anfangswertprobleme mit MATLAB lösen 395

- 7.6.1 Radioaktive Zerfälle 395
- 7.6.2 Der schiefe Wurf, ein Körper im Gravitationsfeld 397
- 7.6.3 Der gedämpfte harmonische Oszillator 400
- 7.6.4 Demonstration des Steifheit-Effektes 402
- 7.6.5 Geladene Teilchen im Magnetfeld 405
- 7.6.6  $E \times B$ -Drift: Elektrische und magnetische Felder 406
- 7.7 Schnuppern am Chaos 407
- 7.7.1 Der Lorenz'sche Strange Attractor 407
- 7.8 Kenntnisse über Differentialgleichungen aktivieren 410

## **8 Grundlagen der Statistik 421**

- 8.1 Motivation: Überblick über große Datenmengen 421
  - 8.1.1 Die Schuhgrößen als Beispiel 421
  - 8.1.2 Schlüsselzahlen zum Charakterisieren von Verteilungen 422
  - 8.1.3 Die Formeln zur Median-Familie 423
  - 8.1.4 Die Formeln zu Mittelwert und Standard-Abweichung 425
  - 8.1.5 Der grafische Test einer Verteilung 428
- 8.2 Regressions-Analyse 429
  - 8.2.1 Korrelations-Untersuchungen für zwei Dimensionen 429
- 8.3 Wahrscheinlichkeitsrechnung 433
  - 8.3.1 Die Grundelemente von Glücksspielen 433
  - 8.3.2 Anordnungs- und Auswahlformeln 438
  - 8.3.3 Wahrscheinlichkeit, mathematisch definiert 443
  - 8.3.4 Beispielprobleme 445
- 8.4 Statistische Verteilungen 449
  - 8.4.1 Dichte und Wahrscheinlichkeitsverteilung 449
  - 8.4.2 Diskrete Verteilungen 450
  - 8.4.3 Stetige Verteilungen 453
- 8.5 Stichproben und Tests 457
  - 8.5.1 Der Ablauf einer Stichprobe 457
  - 8.5.2 Statistische Tests 459
- 8.6 Kenntnisse zu den Grundlagen der Statistik aktivieren 462

## **Anhang A MATLAB professionell einsetzen 467**

- A.1 Erweiterungen in grafischer Richtung 467
  - A.1.1 Audio-Video-Sequenzen und Webinare 467
  - A.1.2 Erstellen von grafischen Benutzeroberflächen mit GUIDE 468
  - A.1.3 Simulink 468
- A.2 Die Ausdehnung der Einsatzmöglichkeiten 469
  - A.2.1 Erweiterungen im Basispaket 469
  - A.2.2 Zusatzpakete 469
  - A.2.3 Die weltweite Benutzergemeinschaft 470
  - A.2.4 Rückmeldungen und weitere Beispiele 470

**Literaturhinweise** 471

**Zum guten Ende** 473

**Stichwortverzeichnis** 475

