

1 Messung und Maßeinheiten

1.1 Die Einheitenvorsätze Mikro (μ), Nano, Piko, ... finden Sie in Tab. 1.2.

(a) Da $1 \text{ km} = 1 \cdot 10^3 \text{ m}$ und $1 \text{ m} = 1 \cdot 10^6 \mu\text{m}$ sind, gilt

$$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m} = (10^3 \text{ m}) (10^6 \mu\text{m}/\text{m}) = 10^9 \mu\text{m} .$$

Der gegebene Messwert ist $1,0 \text{ km}$ (zwei signifikante Stellen), woraus folgt, dass unser Ergebnis als $1,0 \cdot 10^9 \mu\text{m}$ geschrieben werden sollte.

(b) Wir berechnen die Anzahl der Mikrometer in 1 Zentimeter. Da $1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$ sind, gilt

$$1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m} = (10^{-2} \text{ m}) (10^6 \mu\text{m}/\text{m}) = 10^4 \mu\text{m} .$$

Wir schließen, dass der Bruchteil eines Zentimeters, der $1,0 \mu\text{m}$ entspricht, $1,0 \cdot 10^{-4}$ ist.

(c) Da $1 \text{ yd} = (3 \text{ ft}) (0,3048 \text{ m}/\text{ft}) = 0,9144 \text{ m}$ ist, gilt

$$1,0 \text{ yd} = (0,91 \text{ m}) (10^6 \mu\text{m}/\text{m}) = 9,1 \cdot 10^5 \mu\text{m} .$$

1.2 Der Kunde erwartet ein Volumen $V_1 = 20 \cdot 7056 \text{ in}^3$, erhält aber nur ein Volumen $V_2 = 20 \cdot 5826 \text{ in}^3$. Der Unterschied beträgt also

$$\Delta V = V_1 - V_2 = 24\,600 \text{ in}^3 \quad \Rightarrow \quad \Delta V = (24\,600 \text{ in}^3) \left(\frac{2,54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} \right)^3 \left(\frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ cm}^3} \right) = 403 \text{ L} .$$

1.3 **STARTPUNKT** Diese Aufgabe befasst sich mit der Umrechnung alter Längeneinheiten wie Furlong, Rod und Chain.

ANSATZ Wegen $1 \text{ Furlong} = 201,168 \text{ m}$, $1 \text{ Rod} = 5,0292 \text{ m}$ und $1 \text{ Chain} = 20,117 \text{ m}$ sind die benötigten Umrechnungsfaktoren

$$1,0 \text{ Furlong} = 201,168 \text{ m} = (201,168 \cancel{\text{ m}}) \frac{1 \text{ Rod}}{5,0292 \cancel{\text{ m}}} = 40 \text{ Rod}$$

sowie

$$1,0 \text{ Furlong} = 201,168 \text{ m} = (201,168 \cancel{\text{ m}}) \frac{1 \text{ Chain}}{20,117 \cancel{\text{ m}}} = 10 \text{ Chain} .$$

Die unerwünschte Einheit Meter kürzt sich wie geplant heraus.

RECHNUNG Mit diesen Umrechnungsfaktoren erhalten wir

(a) für den Abstand d in Rod

$$d = 4,0 \text{ Furlong} = \frac{(4,0 \text{ Furlong}) (201,168 \text{ m}/\text{Furlong})}{5,0292 \text{ m}/\text{Rod}} = 160 \text{ Rod}$$

(b) und in Chain

$$d = \frac{(4,0 \text{ Furlong}) (201,168 \text{ m}/\text{Furlong})}{20,117 \text{ m}/\text{Chain}} = 40 \text{ Chain} .$$

AUFGEPASST Da 4 Furlong etwa 800 m entsprechen und 1 Rod ungefähr 5 m lang ist, ist unser Ergebnis von ca. 160 Rod plausibel. Dasselbe gilt für das Resultat von 40 Chain ($1 \text{ Chain} \approx 20 \text{ m}$).

- 1.4 (a) Mit der Beziehung 12 Punkt = 1 Pica folgt

$$0,80 \text{ cm} = (0,80 \text{ cm}) \left(\frac{1 \text{ Inch}}{2,54 \text{ cm}} \right) \left(\frac{6 \text{ Pica}}{1 \text{ Inch}} \right) \left(\frac{12 \text{ Punkt}}{1 \text{ Pica}} \right) \approx 23 \text{ Punkt} .$$

- (b) Mit den Umrechnungsfaktoren 1 Inch = 2,54 cm und 6 Pica = 1 Inch erhalten wir

$$0,80 \text{ cm} = (0,80 \text{ cm}) \left(\frac{1 \text{ Inch}}{2,54 \text{ cm}} \right) \left(\frac{6 \text{ Pica}}{1 \text{ Inch}} \right) \approx 1,9 \text{ Pica} .$$

- 1.5 **STARTPUNKT** Gegeben ist der Radius der Erde; wir sollen daraus ihren Umfang, ihre Oberfläche und ihr Volumen berechnen.

ANSATZ Wir gehen von einer Kugelform der Erde aus; ihr Radius beträgt

$$R_E = (6,37 \cdot 10^6 \text{ m}) (10^{-3} \text{ km/m}) = 6,37 \cdot 10^3 \text{ km} .$$

Entsprechend betragen ihr Umfang, ihre Oberfläche und ihr Volumen

$$U = 2\pi R_E, \quad A = 4\pi R_E^2, \quad V = \frac{4\pi}{3} R_E^3 .$$

Diese geometrischen Formeln finden Sie in Anhang D.

RECHNUNG

- (a) Mit den angegebenen Formeln erhalten wir für den Umfang

$$U = 2\pi R_E = 2\pi(6,37 \cdot 10^3 \text{ km}) = 4,00 \cdot 10^4 \text{ km} .$$

- (b) Entsprechend ist die Oberfläche

$$A = 4\pi R_E^2 = 4\pi(6,37 \cdot 10^3 \text{ km})^2 = 5,10 \cdot 10^8 \text{ km}^2 .$$

- (c) Das Volumen beträgt

$$V = \frac{4\pi}{3} R_E^3 = \frac{4\pi}{3} (6,37 \cdot 10^3 \text{ km})^3 = 1,08 \cdot 10^{12} \text{ km}^3 .$$

AUFGEPASST Aus den angegebenen Formeln sehen wir, dass $U \propto R_E$, $A \propto R_E^2$ und $V \propto R_E^3$ ist. Für das Verhältnis von Volumen zu Oberfläche bzw. Oberfläche zu Umfang gilt $V/A = R_E/3$ und $A/U = 2R_E$.

- 1.6 (a) Wir verwenden die Tatsache, dass die Fläche A eines Rechtecks sich aus (Länge) · (Breite) berechnet und bestimmen zunächst die Gesamtfläche

$$\begin{aligned} A_{\text{gesamt}} &= (3,00 \text{ Acre}) + (25,0 \text{ Perch}) (4,00 \text{ Perch}) \\ &= (3,00 \text{ Acre}) \left(\frac{(40 \text{ Perch}) (4 \text{ Perch})}{1 \text{ Acre}} \right) + 100 \text{ Perch}^2 = 580 \text{ Perch}^2 . \end{aligned}$$

Dies multiplizieren wir mit dem Umrechnungsfaktor von Perch² zu Rood (1 Rood/40 Perch²) und erhalten als Antwort $A_{\text{gesamt}} = 14,5 \text{ Rood}$.

- (b) Nun wandeln wir unser Zwischenergebnis aus (a) um:

$$A_{\text{gesamt}} = (580 \text{ Perch}^2) \left(\frac{16,5 \text{ ft}}{1 \text{ Perch}} \right)^2 = 1,58 \cdot 10^5 \text{ ft}^2 .$$

Dieses Resultat wandeln wir mithilfe der Beziehungen aus Anhang D von Fuß in Meter um:

$$A_{\text{gesamt}} = (1,58 \cdot 10^5 \text{ ft}^2) \left(\frac{1 \text{ m}}{3,281 \text{ ft}} \right)^2 = 1,47 \cdot 10^4 \text{ m}^2 .$$

- 1.7 Das Volumen des Eises ist das Produkt der Fläche A des Halbkreises und der Dicke des Halbkreises. Die Fläche A ist die halbe Fläche eines Kreises mit Radius R , also $A = \pi R^2/2$. Wenn wir mit D die Dicke des Eises bezeichnen, beträgt sein Volumen V also

$$V = \frac{\pi}{2} R^2 D .$$

Nun drücken wir alle Größen in der Einheit cm aus:

$$R = (2000 \text{ km}) \left(\frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right) \left(\frac{10^2 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \right) = 2000 \cdot 10^5 \text{ cm} .$$

und

$$D = (3000 \text{ m}) \left(\frac{10^2 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \right) = 3000 \cdot 10^2 \text{ cm} .$$

Wir erhalten also

$$V = \frac{\pi}{2} (2000 \cdot 10^5 \text{ cm})^2 (3000 \cdot 10^2 \text{ cm}) = 1,9 \cdot 10^{22} \text{ cm}^3 .$$

- 1.8 Das Gesamtvolumen V des realen Hauses ist das eines Dreiecksprismas (der Höhe $h = 3,0 \text{ m}$ und der Grundfläche $A = 20 \text{ m} \cdot 12 \text{ m} = 240 \text{ m}^2$) plus dem eines Quaders (der Höhe $h' = 6,0 \text{ m}$ und derselben Grundfläche), also

$$V = \frac{1}{2} h A + h' A = \left(\frac{h}{2} + h' \right) A = 1800 \text{ m}^3 .$$

(a) In dem Puppenhaus ist jede Dimension um den Faktor $1/12$ verkleinert, folglich gilt

$$V_{\text{Puppenhaus}} = (1800 \text{ m}^3) \left(\frac{1}{12} \right)^3 \approx 1,0 \text{ m}^3 .$$

(b) In diesem Fall ist jede Dimension um den Faktor $1/144$ verkleinert (gegenüber dem realen Haus), daher ist nun

$$V_{\text{Miniatur}} = (1800 \text{ m}^3) \left(\frac{1}{144} \right)^3 \approx 6,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 .$$

- 1.9 Wir verwenden die in Anhang D gefundenen Umrechnungsfaktoren.

$$1 \text{ Acre} \cdot \text{ft} = (43,560 \text{ ft}^2) \cdot \text{ft} = 43,560 \text{ ft}^3 .$$

Da $2 \text{ in} = (1/6) \text{ ft}$ sind, beträgt das Volumen des Wassers, das während des Gewitters fiel,

$$V = (26 \text{ km}^2) \left(\frac{1}{6} \text{ ft} \right) = (26 \text{ km}^2) (3281 \text{ ft/km})^2 \left(\frac{1}{6} \text{ ft} \right) = 4,66 \cdot 10^7 \text{ ft}^3 .$$

Also haben wir

$$V = \frac{4,66 \cdot 10^7 \text{ ft}^3}{4,3560 \cdot 10^4 \text{ ft}^3/\text{Acre} \cdot \text{ft}} = 1,1 \cdot 10^3 \text{ Acre} \cdot \text{ft} .$$

- 1.10 Die Einheitenvorsätze Mikro (μ), Nano, Piko, ... finden Sie in Tab. 1.2. Das Einheitenzeichen „a“ steht für ein Jahr (lateinisch annus), „d“ für Tag (lateinisch dies, englisch day).

(a)

$$1 \mu\text{Jhd.} = (10^{-6} \text{ Jhd.}) \left(\frac{100 \text{ a}}{1 \text{ Jhd.}} \right) \left(\frac{365 \text{ d}}{1 \text{ a}} \right) \left(\frac{24 \text{ h}}{1 \text{ d}} \right) \left(\frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \right) = 52,6 \text{ min} .$$

(b) Die prozentuale Abweichung ist folglich

$$\frac{52,6 \text{ min} - 50 \text{ min}}{52,6 \text{ min}} = 4,9\% .$$

1.11 Wir verwenden die in Anhang D gefundenen Umrechnungsfaktoren und die Definitionen der SI-Einheitenvorsätze aus Tab. 1.2. Dabei steht „ns“ für die Einheit Nanosekunden, „ps“ für die Einheit Pikosekunden usw.

(a) $1 \text{ m} = 3,281 \text{ ft}$ und $1 \text{ s} = 10^9 \text{ ns}$. Also haben wir

$$3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s} = \left(\frac{3,0 \cdot 10^8 \text{ m}}{\text{s}} \right) \left(\frac{3,281 \text{ ft}}{\text{m}} \right) \left(\frac{\text{s}}{10^9 \text{ ns}} \right) = 0,98 \text{ ft/ns}.$$

(b) Verwenden wir $1 \text{ m} = 10^3 \text{ mm}$ und $1 \text{ s} = 10^{12} \text{ ps}$, so erhalten wir

$$3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s} = \left(\frac{3,0 \cdot 10^8 \text{ m}}{\text{s}} \right) \left(\frac{10^3 \text{ mm}}{\text{m}} \right) \left(\frac{\text{s}}{10^{12} \text{ ps}} \right) = 0,30 \text{ mm/ps}.$$

1.12 Ein Jahr enthält $3,156 \cdot 10^7$ Sekunden, was einerseits in Anhang D angegeben ist, sich andererseits aber auch einfach aus

$$\left(\frac{365,25 \text{ d}}{1 \text{ a}} \right) \left(\frac{24 \text{ h}}{1 \text{ d}} \right) \left(\frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \right) \left(\frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \right)$$

berechnen lässt.

(a) Eine Sekunde enthält 10^8 Shakes, also tatsächlich mehr, als ein Jahr Sekunden hat.

(b) Wenn wir das Alter des Universums als 1 U-Tag (oder 86 400 U-Sekunden) bezeichnen, dann gilt für die Zeitspanne seit der Entstehung des Menschen

$$\frac{10^6}{10^{10}} = 10^{-4} \text{ U-Tage} \Rightarrow (10^{-4} \text{ U-Tag}) \left(\frac{86\,400 \text{ U-Sek.}}{1 \text{ U-Tag}} \right) = 8,6 \text{ U-Sek.}$$

1.13 **STARTPUNKT** In dieser Aufgabe sollen wir fünf Uhren im Hinblick auf ihre Eignung als Zeitmesser beurteilen.

ANSATZ Keine der Uhren läuft innerhalb von 24 h exakt 24 h weiter, aber das ist nicht das wichtigste Kriterium, um ihre Eignung für die Messung von Zeitintervallen zu beurteilen. Wichtiger ist, dass die Uhr in jedem 24-h-Intervall um (nahezu) denselben Betrag weiterläuft. Die abgelesene Zeit kann dann leicht angepasst werden, um das korrekte Intervall zu erhalten.

RECHNUNG Die folgende Tabelle gibt die Korrekturen (in Sekunden) an, die für jede Uhr in jedem 24-h-Intervall auf die angezeigte Zeit angewandt werden müssen. Die Einträge wurden ermittelt, indem die am Ende des Intervalls angezeigte Zeit von der zum Beginn subtrahiert wurde.

Uhr	So–Mo	Mo–Di	Di–Mi	Mi–Do	Do–Fr	Fr–Sa
A	–16	–16	–15	–17	–15	–15
B	–3	+5	–10	+5	+6	–7
C	–58	–58	–58	–58	–58	–58
D	+67	+67	+67	+67	+67	+67
E	+70	+55	+2	+20	+10	+10

Die Uhren C und D sind beide gute Zeitmesser in dem Sinn, dass jede bei ihrer täglichen Abweichung (bezüglich der Referenz-Zeitangabe) konsistent ist; also können C und D leicht mit einfachen und vorhersagbaren Korrekturen „perfekt“ gemacht werden. Die Korrektur für Uhr C ist kleiner als die für Uhr D, daher bewerten wir Uhr C als beste und Uhr D als zweitbeste.

Die Korrektur, die auf Uhr A angewandt werden muss, liegt im Bereich von 15 bis 17 s. Für Uhr B liegt sie im Bereich von –5 bis +10 s, für Uhr E im Bereich von –70 bis –2 s. Nach C und D besitzt A den kleinsten Korrekturbereich, B den zweitkleinsten und E den größten. Von der besten zur schlechtesten Uhr lautet die Reihenfolge C, D, A, B, E.

AUFGEPASST Bei den Uhren A, B und E variieren die Abweichungen in verschiedenen 24-h-Intervallen völlig unsystematisch, was eine Korrektur schwierig macht.

- 1.14 Die auf einer beliebigen der Uhren angezeigte Zeit ist eine lineare Funktion der auf den anderen Uhren angezeigten Zeiten, wobei die Steigungen dieser Geraden $\neq 1$ und ihre y -Achsenabschnitte $\neq 0$ sind. Aus den in der Abbildung gezeigten Daten entnehmen wir

$$t_C = \frac{2}{7}t_B + \frac{594}{7}, \quad t_B = \frac{33}{40}t_A - \frac{662}{5}.$$

Mit diesen Beziehungen können wir die Fragen beantworten.

- (a) Für $t'_A - t_A = 600$ s gilt

$$t'_B - t_B = \frac{33}{40}(t'_A - t_A) = 495 \text{ s}.$$

- (b) Wir erhalten

$$t'_C - t_C = \frac{2}{7}(t'_B - t_B) = \frac{2}{7}(495 \text{ s}) = 141 \text{ s}.$$

- (c) Wenn Uhr A $t_A = 400$ s anzeigt, zeigt Uhr B $t_B = (33/40)(400) - (662/5) \approx 198$ s.

- (d) Mit $t_C = 15 = (2/7)t_B + (594/7)$ erhalten wir $t_B \approx -245$ s.

- 1.15 **STARTPUNKT** Für diese Aufgabe müssen wir die Lichtgeschwindigkeit in astronomischen Einheiten pro Minute ausdrücken.

ANSATZ Zuerst rechnen wir Meter in astronomische Einheiten und Sekunden in Minuten um. Dabei benutzen wir

$$\begin{aligned} 1000 \text{ m} &= 1 \text{ km}, \\ 1 \text{ AE} &= 1,50 \cdot 10^8 \text{ km}, \\ 60 \text{ s} &= 1 \text{ min}. \end{aligned}$$

RECHNUNG Mit den angegebenen Beziehungen erhalten wir

$$c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s} = \left(\frac{3,0 \cdot 10^8 \text{ m}}{\text{s}} \right) \left(\frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} \right) \left(\frac{\text{AE}}{1,50 \cdot 10^8 \text{ km}} \right) \left(\frac{60 \text{ s}}{\text{min}} \right) = 0,12 \text{ AE/min}.$$

AUFGEPASST Wenn wir die Lichtgeschwindigkeit wie hier in AE/min ausdrücken, sehen wir sofort, dass das Licht etwa 8,3 (= 1/0,12) Minuten braucht, um von der Sonne zur Erde zu gelangen, d. h. eine Entfernung von 1 AE zurückzulegen.

- 1.16 Da eine Änderung des Längengrads um 360° einer Zeitverschiebung um 24 Stunden entspricht, muss man seine Uhr erst dann um 1,0 h verstellen, wenn man seine geografische Länge um $360^\circ/24 \text{ h} = 15^\circ$ verändert hat.
- 1.17 Der letzte Tag der 20 Jahrhunderte ist um folgenden Wert länger als der erste Tag:

$$(20 \text{ Jhd.}) (0,001 \text{ s/Jhd.}) = 0,02 \text{ s}.$$

Der durchschnittliche Tag während der 20 Jahrhunderte ist $(0 + 0,02)/2 = 0,01$ s länger als der erste Tag. Da die Zunahme gleichmäßig geschieht, ist der kumulative Effekt T :

$$\begin{aligned} T &= (\text{mittlere Längenzunahme eines Tages}) (\text{Zahl der Tage}) \\ &= \left(\frac{0,01 \text{ s}}{1 \text{ d}} \right) \left(\frac{365,25 \text{ d}}{1 \text{ a}} \right) (2000 \text{ a}) = 7305 \text{ s} \approx 2 \text{ h}. \end{aligned}$$

- 1.18 Für die Rotationsgeschwindigkeit f (für Frequenz) des Pulsars gilt

$$f = \frac{1 \text{ Rotation}}{1,557 806 448 872 75 \cdot 10^{-3} \text{ s}}.$$

- (a) Die Zahl der Rotationen erhalten wir, indem wir f mit dem Zeitintervall $t = 7,00$ d (entsprechend 604 800 s, wenn wir Überlegungen zur Zahl der *signifikanten Stellen* für den Moment außer Acht lassen) multiplizieren:

$$N = \left(\frac{1 \text{ Rotation}}{1,557 806 448 872 75 \cdot 10^{-3} \text{ s}} \right) (604 800 \text{ s}) = 388 238 218,4.$$

Diesen Wert runden wir jetzt auf $3,88 \cdot 10^8$ Rotationen, da auch das Zeitintervall in der Aufgabe nur mit drei signifikanten Stellen angegeben war.

- (b) Die Aufgabenstellung gibt eine *exakte* Zahl von Rotationen des Pulsars an (eine Million). Die Unbekannte ist nun t und die Gleichung der Form $N = ft$ aus Teil (a) lautet daher

$$1 \cdot 10^6 = \left(\frac{1 \text{ Rotation}}{1,557\,806\,448\,872\,75 \cdot 10^{-3} \text{ s}} \right) \cdot t,$$

woraus wir das Resultat $t = 1557,806\,448\,872\,75 \text{ s}$ bekommen (obwohl Sie vermutlich weniger Stellen erhalten werden, wenn Sie die Werte in Ihren Taschenrechner eingeben).

- (c) Die Angabe in der Aufgabenstellung bedeutet, dass die Zeitungenauigkeit *pro Umdrehung* des Pulsars $\pm 3 \cdot 10^{-17} \text{ s}$ beträgt. Für eine Million Umdrehungen ist die resultierende Ungenauigkeit folglich

$$(\pm 3 \cdot 10^{-17})(1 \cdot 10^6) = \pm 3 \cdot 10^{-11} \text{ s}.$$

- 1.19** Wenn M_E die Masse der Erde, m die durchschnittliche Masse eines Atoms in der Erde und N die Anzahl der Atome bezeichnet, dann ist $M_E = Nm$ bzw. $N = M_E/m$. Unter Verwendung von Anhang D wandeln wir die Masse m in Kilogramm um ($1 \text{ u} = 1,661 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$). Also ergibt sich

$$N = \frac{M_E}{m} = \frac{5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(40 \text{ u})(1,661 \cdot 10^{-27} \text{ kg/u})} = 9,0 \cdot 10^{49}.$$

- 1.20** Die Dichte von Gold beträgt

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{19,32 \text{ g}}{1 \text{ cm}^3} = 19,32 \text{ g/cm}^3.$$

- (a) Das Volumen des Blatts berechnen wir aus seiner Fläche A multipliziert mit seiner Dicke z . Mit der Dichte $\rho = 19,32 \text{ g/cm}^3$ und der Masse $m = 27,63 \text{ g}$ erhalten wir für das Volumen

$$V = \frac{m}{\rho} = 1,430 \text{ cm}^3.$$

Dieses Ergebnis rechnen wir in SI-Einheiten um:

$$V = (1,430 \text{ cm}^3) \left(\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \right)^3 = 1,430 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Mit $V = Az$ und $z = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ (die Einheitenvorsätze finden sich in Tab. 1.2) erhalten wir so

$$A = \frac{1,430 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}{1 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 1,430 \text{ m}^2.$$

- (b) Das Volumen eines Zylinders der Länge ℓ ist $V = A\ell$, wobei seine Querschnittsfläche die eines Kreises ist: $A = \pi r^2$. Daher ergibt sich mit $r = 2,500 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ und $V = 1,430 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$

$$\ell = \frac{V}{\pi r^2} = 7,284 \cdot 10^4 \text{ m} = 72,84 \text{ km}.$$

- 1.21** **STARTPUNKT** Diese Aufgabe besteht aus zwei Teilen: Zuerst müssen wir die Masse des Wassers aus seinem Volumen und seiner Dichte bestimmen. Der zweite Teil befasst sich mit dem Massenstrom des Wassers, der im SI in der Einheit kg/s ausgedrückt wird.

ANSATZ Aus der Definition der Dichte, $\rho = m/V$, erkennen wir, dass wir die Masse des Wassers aus $m = \rho V$ berechnen können, dem Produkt aus Volumen und Dichte. Mit $1 \text{ g} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ und $1 \text{ cm}^3 = (1 \cdot 10^{-2} \text{ m})^3 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ erhalten wir für die Dichte des Wassers in SI-Einheiten (kg/m^3)

$$\rho = 1 \text{ g/cm}^3 = \left(\frac{1 \text{ g}}{\text{cm}^3} \right) \left(\frac{10^{-3} \text{ kg}}{\text{g}} \right) \left(\frac{\text{cm}^3}{10^{-6} \text{ m}^3} \right) = 1 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3.$$

Um den Massenstrom zu erhalten, dividieren wir einfach die Gesamtmasse des Wassers durch die Zeit, die zur Entleerung des Behälters nötig ist.

RECHNUNG

(a) Mit $m = \rho V$ erhalten wir für die Masse eines Kubikmeters Wasser

$$m = \rho V = (1 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3) (1 \text{ m}^3) = 1000 \text{ kg}.$$

(b) Die Gesamtmasse des Wassers im Behälter ist

$$M = \rho V = (5700 \text{ m}^3) (1 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3) = 5,70 \cdot 10^6 \text{ kg}.$$

Die Zeit ist $t = (10 \text{ h}) (3600 \text{ s/h}) = 3,6 \cdot 10^4 \text{ s}$, also ist der *Massenstrom* R

$$R = \frac{M}{t} = \frac{5,70 \cdot 10^6 \text{ kg}}{3,6 \cdot 10^4 \text{ s}} = 158 \text{ kg/s}.$$

AUFGEPASST Die Entleerungsgeschwindigkeit kann auch als Funktion des Volumens ausgedrückt werden

$$R' = \frac{V}{t} = \frac{5700 \text{ m}^3}{3,6 \cdot 10^4 \text{ s}} = 0,158 \text{ m}^3/\text{s}.$$

1.22 Das Volumen des Niederschlags ist

$$\begin{aligned} V &= (26 \text{ km}^2) (2,0 \text{ in}) = (26 \text{ km}^2) \left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right)^2 (2,0 \text{ in}) \left(\frac{0,0254 \text{ m}}{1 \text{ in}} \right) \\ &= (26 \cdot 10^6 \text{ m}^2) (0,0508 \text{ m}) \\ &= 1,3 \cdot 10^6 \text{ m}^3. \end{aligned}$$

Die Dichte des Wassers ist

$$\rho = \frac{m}{V} = 1 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3.$$

Folglich beträgt gemäß $m = \rho V$ die Masse des Wassers

$$m = (1 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3) (1,3 \cdot 10^6 \text{ m}^3) = 1,3 \cdot 10^9 \text{ kg}.$$

1.23 Wir verwenden die Definition der Dichte

$$\rho = \frac{m}{V}$$

und wandeln in SI-Einheiten um: $1000 \text{ g} = 1 \text{ kg}$ und $100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$.

(a) Die Dichte ρ einer Eisenprobe ist daher

$$\rho = (7,87 \text{ g/cm}^3) \left(\frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} \right) \left(\frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \right)^3,$$

was $\rho = 7870 \text{ kg/m}^3$ liefert. Wenn wir die Zwischenräume zwischen den dicht gepackten Kugeln vernachlässigen, dann ist die Dichte eines einzelnen Eisenatoms die gleiche wie die einer Eisenprobe. Das heißt, wenn M die Masse eines Atoms ist, ist dessen Volumen

$$V = \frac{M}{\rho} = \frac{9,27 \cdot 10^{-26} \text{ kg}}{7,87 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3} = 1,18 \cdot 10^{-29} \text{ m}^3.$$

(b) Wir setzen $V = 4\pi R^3/3$, wobei R der Radius (Anhang D enthält verschiedene geometrische Formeln) eines Atoms ist. Lösen wir nach R auf, erhalten wir

$$R = \left(\frac{3V}{4\pi} \right)^{1/3} = \left(\frac{3(1,18 \cdot 10^{-29} \text{ m}^3)}{4\pi} \right)^{1/3} = 1,41 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

Der Abstand zwischen den Mittelpunkten der Atome ist das Doppelte ihres Radius also $2,82 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

- 1.24** Die Einheitenvorsätze Mikro, Nano, Piko, ... finden Sie in Tab. 1.2. Die Oberfläche A jedes Sandkorns mit Radius $r = 50 \mu\text{m} = 50 \cdot 10^{-6} \text{m}$ ist gegeben durch $A = 4\pi(50 \cdot 10^{-6} \text{m})^2 = 3,14 \cdot 10^{-8} \text{m}^2$ (Anhang D enthält verschiedene Formeln aus der Geometrie). Die Definition der Dichte ist

$$\rho = \frac{m}{V}$$

sodass die Masse aus $m = \rho V$ mit $\rho = 2600 \text{kg/m}^3$ bestimmt werden kann. Unter Verwendung von $V = 4\pi r^3/3$ ergibt sich daher für die Masse jedes Sandkorns

$$m = \left(\frac{4\pi(50 \cdot 10^{-6} \text{m})^3}{3} \right) \left(\frac{2600 \text{kg}}{\text{m}^3} \right) = 1,36 \cdot 10^{-9} \text{kg}.$$

Wir bemerken, dass die angegebene Oberfläche 6m^2 beträgt (weil ein Würfel sechs gleiche Seiten besitzt). Die Anzahl N der Kugeln (Sandkörner), die eine Gesamtfläche von 6m^2 besitzen, ist gegeben durch

$$N = \frac{6 \text{m}^2}{3,14 \cdot 10^{-8} \text{m}^2} = 1,91 \cdot 10^8.$$

Daher ist die Gesamtmasse M gegeben durch

$$M = Nm = (1,91 \cdot 10^8)(1,36 \cdot 10^{-9} \text{kg}) = 0,260 \text{kg}.$$

- 1.25** Aus Abb. 1.A25 erkennen wir, dass 212 S gerade 258 W entsprechen und $212 \text{S} - 32 \text{S} = 180 \text{S}$ gleich $216 \text{Z} - 60 \text{Z} = 156 \text{Z}$ sind. Mit diesen Informationen können wir S in W oder Z umwandeln.

(a) Für die Umrechnung in W gilt

$$50,0 \text{S} = (50,0 \text{S}) \left(\frac{258 \text{W}}{212 \text{S}} \right) = 60,8 \text{W}.$$

(b) Für die Umrechnung in Z gilt

$$50,0 \text{S} = (50,0 \text{S}) \left(\frac{156 \text{Z}}{180 \text{S}} \right) = 43,3 \text{Z}.$$

- 1.26** Die ersten beiden Umrechnungen sind eigentlich so einfach, dass wir uns den formalen Weg ersparen könnten, zum Zwecke der Übung wollen wir ihn aber trotzdem gehen:

(a) $11 \text{Tuffet} = (11 \text{Tuffet}) \left(\frac{2 \text{Peck}}{1 \text{Tuffet}} \right) = 22 \text{Peck}.$

(b) $11 \text{Tuffet} = (11 \text{Tuffet}) \left(\frac{0,50 \text{Imperial Bushel}}{1 \text{Tuffet}} \right) = 5,5 \text{Imperial Bushel}.$

(c) $11 \text{Tuffet} = (5,5 \text{Imperial Bushel}) \left(\frac{36,3687 \text{L}}{1 \text{Imperial Bushel}} \right) \approx 200 \text{L}.$

- 1.27** Am einfachsten lässt sich diese Aufgabe lösen, indem wir den zusätzlichen horizontalen Platzbedarf Δx pro Stufe ($\Delta x = 0,05 \text{m}$) mit der Zahl der benötigten Stufen (berechnet aus der Gesamthöhe und der Höhe der einzelnen Stufen) multiplizieren:

$$x = N_{\text{Stufen}} \Delta x = \left(\frac{4,57}{0,19} \right) (0,05 \text{m}) = 1,2 \text{m}.$$

- 1.28** Wir kürzen Wapentake als „wp“ ab und nehmen für 1 Hide eine Fläche von 110 Acres an. So erhalten wir für das Verhältnis 25 wp/11 Barn mit den entsprechenden Umrechnungsfaktoren:

$$\frac{(25 \text{wp})}{(11 \text{Barn})} \cdot \frac{\left(\frac{100 \text{Hide}}{1 \text{wp}} \right) \left(\frac{110 \text{Acre}}{1 \text{Hide}} \right) \left(\frac{4047 \text{m}^2}{1 \text{Acre}} \right)}{\left(\frac{1 \cdot 10^{-28} \text{m}^2}{1 \text{Barn}} \right)} \approx 1 \cdot 10^{36}.$$