

Inhaltsverzeichnis

Vorwort zur fünften Gesamtauflage IX

1	Aussagenlogik, Mengen und Zahlen	1
1.1	Aussagenlogik	1
1.1.1	Aussagen	1
1.1.2	Verknüpfung von Aussagen	2
1.1.3	Aussageformen	6
1.1.4	Direkter und indirekter Beweis	8
1.2	Mengen	9
1.3	Zahlen	11
1.3.1	Natürliche Zahlen	11
1.3.2	Ganze Zahlen	16
1.3.3	Rationale Zahlen	17
1.3.4	Reelle Zahlen	20
1.4	Aufgaben	23
2	Elementare Arithmetik	27
2.1	Rechenoperationen in \mathbb{Q}	27
2.1.1	Eigenschaften der Addition in \mathbb{Q}	28
2.1.2	Eigenschaften der Multiplikation in \mathbb{Q}	29
2.1.3	Potenzrechnung in \mathbb{Q}	31
2.1.4	Binomische Formeln	31
2.1.5	Bruchrechnung	32
2.2	Proportionalität	35
2.2.1	Dreisatz	36
2.2.2	Prozentrechnung	37
2.2.3	Zinsrechnung	38
2.3	Aufgaben	39
3	Gleichungen und Ungleichungen	45
3.1	Gleichungen	45
3.1.1	Lösen von Gleichungen	46
3.1.2	Äquivalenzumformungen bei Gleichungen	48
3.2	Ungleichungen	49

vi | *Inhaltsverzeichnis*

3.2.1	Lösen von Ungleichungen	49
3.2.2	Äquivalenzumformungen bei Ungleichungen	50
3.3	Aufgaben	52
4	Elementare Funktionen	53
4.1	Definition einer Funktionen	53
4.2	Verkettung von Funktionen	54
4.3	Symmetrien bei Funktionen	60
4.4	Monotonie	61
4.5	Umkehrfunktionen	63
4.6	Potenzfunktionen und Wurzelfunktionen	63
4.7	Rationale Funktionen	66
4.7.1	Lineare Funktionen	67
4.7.2	Quadratische Funktionen	69
4.7.3	Kubische Funktionen	72
4.7.4	Polynome	74
4.7.5	Polynomdivision	80
4.7.6	Gebrochenrationale Funktionen	82
4.8	Trigonometrische Funktionen	86
4.8.1	Winkel, Bogen- und Gradmaß	86
4.8.2	Sinus- und Kosinusfunktion	88
4.8.3	Tangens- und Kotangensfunktion	93
4.8.4	Arkusfunktionen	96
4.9	Exponential- und Logarithmusfunktionen	98
4.10	Hyperbel- und Areafunktionen	103
4.11	Aufgaben	108
5	Vektorrechnung	113
5.1	Vektoren	113
5.2	Vektoraddition und skalare Multiplikation	115
5.3	Geometrie in Dreiecken	117
5.4	Vektorlänge	121
5.5	Skalarprodukt	123
5.6	Kreuzprodukt	127
5.7	Aufgaben	129
6	Gleichungssysteme und analytische Geometrie	131
6.1	Lineare Gleichungssysteme	131
6.1.1	Matrizen	133
6.1.2	Gauß'sches Eliminationsverfahren	134
6.2	Geraden und Ebenen	141
6.2.1	Geraden im \mathbb{R}^2	141
6.2.2	Geraden im \mathbb{R}^3	145
6.2.3	Ebenen im \mathbb{R}^3	145
6.3	Quadratische Gleichungen	149
6.3.1	Quadratische Gleichungen im \mathbb{R}^2	149

6.3.2	Quadratische Gleichungen im \mathbb{R}^3	155
6.4	Aufgaben	163
7	Folgen und stetige Funktionen	167
7.1	Folgen	167
7.1.1	Konvergenz	173
7.1.2	Rechenregeln für konvergente Folgen	177
7.2	Reihen	180
7.3	Grenzwerte von Funktionen	181
7.4	Stetigkeit	187
7.5	Aufgaben	192
8	Differentialrechnung	195
8.1	Ableitung einer Funktion	195
8.2	Ableitungen elementarer Funktionen	202
8.3	Differentiationsregeln	205
8.3.1	Linearität	205
8.3.2	Produktregel	206
8.3.3	Kehrwertregel	207
8.3.4	Quotientenregel	208
8.3.5	Kettenregel	208
8.3.6	Ableitung der Umkehrfunktion	210
8.4	Anwendung der Differentialrechnung	212
8.4.1	Monotonie und Extremwerte	212
8.4.2	Konvexität und Wendepunkte	221
8.4.3	Kurvendiskussion	226
8.5	Aufgaben	229
9	Integralrechnung	233
9.1	Das bestimmte Integral	233
9.1.1	Konstruktion des Integrals	236
9.1.2	Integrierbarkeit und Rechenregeln	240
9.1.3	Numerische Integration	243
9.2	Das unbestimmte Integral	246
9.2.1	Stammfunktionen	246
9.2.2	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	248
9.3	Integrationsregeln	251
9.3.1	Linearität	251
9.3.2	Partielle Integrationsregel	253
9.3.3	Substitutionsregel	256
9.3.4	Gebrochenrationale Funktionen	262
9.4	Uneigentliche Integrale	264
9.4.1	Integrale über unbeschränkte Intervalle	264
9.4.2	Integrale bei unbeschränkten Funktionen	266
9.5	Aufgaben	267

VIII | *Inhaltsverzeichnis*

10	Komplexe Zahlen	271
10.1	Konstruktion und Darstellung	271
10.2	Rechenregeln	277
10.3	Aufgaben	284
11	Lösungen zu den Aufgaben	287
	Literaturhinweise	369
	Stichwortverzeichnis	371