

# 1

## Einleitung

### 1.1 Felder in Mechanik und Elektrodynamik

Die Elektrodynamik ist nach der Mechanik das zweite große Teilgebiet der klassischen theoretischen Physik. In der klassischen Mechanik untersucht man das dynamische Verhalten von Massenpunkten unter dem Einfluss von Kräften. Dabei werden der Begriff des Kraftfelds und – bei Kräften mit Potential – der des Potentialfelds eingeführt. Vom geometrischen Standpunkt betrachtet, ist das Kraftfeld ein Vektorfeld und wird in jedem Raumpunkt durch drei Komponenten beschrieben. Veranschaulichen können wir uns Kraftfelder durch Kraftfeldlinien, deren Tangenten die Krafrichtung und deren Dichte die Stärke des Kraftfelds beschreiben. Geometrisch etwas einfacher ist das Potentialfeld, das in jedem Raumpunkt durch die Angabe eines einzigen Werts beschrieben wird. Zur Veranschaulichung dieses skalaren Felds werden Flächen gleichen Potentials, die Äquipotentialflächen, verwendet. Weil das Kraftfeld sich als negativer Gradient des Potentials ergibt, stehen die Kraftfeldlinien stets senkrecht auf den Äquipotentialflächen.

Der Feldbegriff setzt die Präsenz einer physikalischen Größe in allen Punkten des Raums voraus. Innerhalb der klassischen Mechanik ist diese Vorstellung zwar hilfreich um eine anschauliche Darstellung der jeweiligen physikalischen Situation zu erhalten, aber sie ist keinesfalls zwingend. Zur Beschreibung der Dynamik eines Systems von Massenpunkten genügt die Kenntnis der Kräfte auf die jeweiligen Massenpunkte als Funktion der aktuellen Positionen aller Elemente des mechanischen Systems.

Sind aber die Kraftfelder bekannt, dann besteht das primäre Ziel der klassischen Mechanik darin, aus diesen vorgegebenen Feldern die Bewegung der Massenpunkte zu bestimmen. Der umgekehrte Fall, also die Bestimmung von Kraftfeldern aus der Konfiguration eines gegebenen Massenpunktsystems, ist im Rahmen der klassischen Mechanik eher sekundär. Eine der wenigen wichtigen Ausnahmen innerhalb der Newton'schen Mechanik ist die Bestimmung des Gravitationsfelds vorgegebener Massenpunktverteilungen.

In der Elektrodynamik dagegen kommt der Erzeugung elektrischer und magnetischer Felder durch Ladungsverteilungen und Ladungsströme eine wesentliche Rolle zu. Demgegenüber ist die Bestimmung der Bewegung von Ladungen in elektromagnetischen Feldern ein nur zweitrangiges Problem der Elektrodynamik. Solche Fragestellungen haben wir bereits im Rahmen der theoretischen Mechanik behandelt. Tatsächlich unterscheidet sich vom Standpunkt der klassischen Mechanik die theoretische Untersuchung einer Ladung in einem elektromagnetischen Feld nur wenig von der einer Masse in einem Gravitationsfeld.

## 2 | 1 Einleitung

Andererseits begegnet uns in der eben dargestellten Situation auch ein wesentlicher Aspekt einer typischen Feldtheorie. Materielle Objekte reagieren nicht nur auf vorgegebene Felder, sie sind auch die Quellen von Feldern. Dabei entscheiden die Eigenschaften des jeweiligen Objekts, auf welche Felder es reagiert. So sind Massen sensitiv gegenüber Gravitationsfeldern und ihrerseits auch die Ursache von Gravitationsfeldern. Elektrische Ladungen reagieren dagegen auf elektromagnetische Felder und sind selbst auch Quellen solcher Felder.

Ein wesentlicher Unterschied zwischen elektromagnetischen Feldern und Gravitationsfeldern ist, dass die Quellen des elektromagnetischen Felds, die elektrischen Ladungen, entgegengesetztes Vorzeichen haben können, während die Quellen des Gravitationsfelds, die Massen, nur mit einem Vorzeichen auftreten. Obwohl, wie wir in Abschn. 2.1.1 sehen werden, die Stärke der elektromagnetischen Wechselwirkung zwischen geladenen Partikeln viel größer als deren gravitative Wechselwirkung ist, kompensieren sich die Beiträge der unterschiedlichen Ladungen zum elektromagnetischen Feld weitgehend auf makroskopischen Skalen, während die Beiträge der Gravitationsladungen, also der Massen, sich stets addieren. Insbesondere auf kosmologischen Skalen sind nur noch die Gravitationswechselwirkungen bemerkbar.

Die entscheidende Frage jeder Feldtheorie ist aber, ob den betrachteten Feldern eine physikalische Realität<sup>1)</sup> zukommt oder ob sie nur ein vorteilhaftes Modell darstellen. Tatsächlich werden wir später zeigen, dass elektromagnetische Felder, z. B. in Form von Radiowellen, Energie und Impuls mit einer endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit zwischen Ladungen übertragen können. Da dieser Transfer über einen beliebig großen ladungsfreien Raum möglich ist, muss zwischen den Ladungen ein räumlich und zeitlich veränderlicher Träger vorhanden sein, den wir mit dem elektromagnetischen Feld identifizieren.

Innerhalb der Elektrodynamik kommt den elektromagnetischen Feldern eine Eigendynamik zu, die in der klassischen Mechanik völlig unbekannt ist. In der Tat sind in den meisten der üblicherweise betrachteten mechanischen Problemen die Kraftfelder zeitunabhängig. Wenn überhaupt eine Zeitabhängigkeit vorliegt, ist sie entweder von außen vorgegeben oder wird durch die Dynamik des Massenpunktsystems generiert.

Ein typisches Beispiel für ein solches Problem ist die Behandlung des Gravitationsfelds eines Doppelsternsystems (siehe Band I, Aufgabe 5.5) im Rahmen der klassischen Newton'schen Mechanik. Durch die Rotation der beiden Massen um ihren gemeinsamen Schwerpunkt entsteht in jedem Raumpunkt ein zeitlich veränderliches Newton'sches Gravitationsfeld als Superposition der Gravitationsfelder der beiden Sterne, das der jeweiligen aktuellen Konfiguration des Doppelsternsystems entspricht. Das Gravitationsfeld ändert sich bei diesem Konzept in jedem Raumpunkt instantan, d. h., jede Änderung der Position der beiden Sterne führt augenblicklich zu einer Änderung des Kraftfelds in einem beliebig weit vom Doppelsternsystem entfernten Punkt. In einem mechanischen Feld breiten sich offensichtlich Veränderungen mit einer unendlich großen Geschwindigkeit aus, im Gegensatz zu den Aussagen echter feldtheoretischer Modelle und im Widerspruch zur Realität.

1) Im Sinne der von A. Einstein geforderten Trennung der zur theoretischen Beschreibung eines physikalischen Sachverhalts benötigten Objekte in experimentell zugängliche *Elemente der physikalischen Realität* und experimentell nicht zugängliche Modellgrößen.

Die Ausbreitung von Feldern mit einer endlichen Geschwindigkeit in einem ansonsten leeren Raum ist ein typisches Phänomen nicht nur innerhalb der Elektrodynamik, sondern jeder modernen Feldtheorie. So findet man insbesondere auch für die Propagation von Änderungen des Gravitationsfelds im Rahmen der allgemeinen Relativitätstheorie eine endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit.

Wir haben in diesem einleitenden Abschnitt absichtlich vermieden, elektrische und magnetische Felder streng zu unterscheiden. Tatsächlich kann man nur bei Systemen mit räumlich fixierten Ladungsverteilungen oder mit stationären Strömen von rein elektrischen oder rein magnetischen Feldern sprechen. Es wird sich jedoch zeigen, dass man elektrische und magnetische Felder nicht mehr unabhängig voneinander betrachten kann, wenn sich die Ladungsverteilungen und Ströme zeitlich ändern. Aus diesem Grund spricht man allgemein auch vom elektromagnetischen Feld.

## 1.2 Aufbau des Bands „Elektrodynamik“

Das erste Ziel unserer Untersuchungen wird es sein, Bewegungsgleichungen zur Beschreibung der Dynamik elektromagnetischer Felder zu gewinnen. Diese auch als Maxwell-Gleichungen bezeichneten Feldgleichungen werden wir über zwei konzeptionell sehr verschiedene Zugänge gewinnen.

Im nachfolgenden Kapitel werden wir zunächst einen heuristischen Weg beschreiten, der sich im Prinzip an der historischen Entwicklung der klassischen Elektrodynamik orientiert. Das Ziel dieser Überlegungen wird – ausgehend von experimentellen Befunden – die empirische Formulierung der Maxwell-Gleichungen für das elektromagnetische Feld sein. Diese Gleichungen bilden – ähnlich wie die Newton’schen Gesetze in der klassischen Mechanik – das Axiomensystem der Elektrodynamik.

Der zweite Zugang zu den Maxwell-Gleichungen erfolgt über das Hamilton’sche Wirkungsprinzip. Dieser Weg folgt dem weitverbreiteten theoretischen Konzept, fundamentale Wechselwirkungen durch möglichst generelle Annahmen bei gleichzeitiger Beachtung geeigneter, sinnvoller Symmetrien und unter Verwendung möglichst weniger experimenteller Erfahrungen herzuleiten. Wir werden in den Kap. 3 bis 4 eine Theorie für Systeme ableiten, deren Massenpunkte ausschließlich elektromagnetische Wechselwirkungen zeigen. Da die Grundvoraussetzung für diese Form der Wechselwirkung eine endliche elektrische Ladung der einzelnen Massenpunkte ist, werden wir in Zukunft meist von Ladungen sprechen, obwohl die Bezeichnung „elektrisch geladene Massenpunkte“ zutreffender wäre.

Als Konsequenz dieses Vorgehens werden wir zwei Gleichungstypen finden:

### 1. *Bewegungsgleichungen der Ladungen im elektromagnetischen Feld*

Die in diesen Gleichungen auftretenden Kräfte sind die bereits aus Band I bekannten Lorentz-Kräfte. Sie sind somit die Reaktion des Systems geladener Massenpunkte auf eine bestimmte Konfiguration des elektromagnetischen Felds und werden ausführlich in Kap. 3 diskutiert.

### 2. *Evolutionsgleichungen des elektromagnetischen Felds*

Diese sogenannten Feldgleichungen sind durch das System der Maxwell-Gleichungen gegeben. Sie lassen die Reaktion des elektromagnetischen Felds auf eine Veränderung der Positionen und Geschwindigkeiten der einzelnen Ladungen erkennen. Diese Gleichungen

#### 4 | 1 Einleitung

chungen werden in Kap. 4 aus dem Wirkungsprinzip abgeleitet und auf ihre generellen Eigenschaften untersucht.

Beide Gleichungssysteme schließen sich zu einer vollständigen mathematischen Beschreibung des Gesamtsystems

##### *Ladungen + elektromagnetisches Feld*

zusammen. Die gemeinsame Lösung der Maxwell- und Lorentz-Gleichungen unter Beachtung gegebener Rand- und Anfangsbedingungen stellt die vollständige Antwort auf die Frage nach der Dynamik eines gegebenen Systems wechselwirkender Ladungen dar.

Neben diesem feldtheoretischen Zugang zu den Maxwell-Gleichungen werden wir im Rahmen von Kap. 3 die Grundzüge der speziellen Relativitätstheorie für elektromagnetische Felder behandeln.

In den Kap. 5 bis 7 werden wir uns mit zeitunabhängigen Feldern befassen. Dabei stehen vor allem Lösungsmethoden unter Beachtung gegebener Randbedingungen im Vordergrund. Gleichzeitig werden wir in Kap. 6 die an sich für elektromagnetische Felder und Ladungen im Vakuum formulierten Maxwell-Gleichungen an die Beschreibung von elektromagnetischen Feldern in Materialien anpassen, zunächst für den Fall der Elektrostatik. In ähnlicher Weise wird dann in Kap. 7 die Magnetostatik in Materie formuliert. In beiden Fällen gelangen wir zu einer effektiven Feldtheorie, in der die spezifischen Eigenschaften der Materie durch neue Felder und zusätzliche Materialgleichungen berücksichtigt werden. Obwohl die Feldgleichungen in einem Medium gegenüber den Maxwell-Gleichungen des Vakuums erweitert erscheinen und diese auch als Spezialfall enthalten, stellen sie bei einer genaueren Betrachtung keine Verallgemeinerung der Elektrodynamik des Vakuums durch neuartige physikalische Gesetze dar. Im Gegenteil, die erhaltene effektive Feldtheorie erweist sich als eine auf makroskopische Skalen vergrößerte Version einer ursprünglich mikroskopisch formulierten Elektrodynamik des Vakuums.

Formal sind die Maxwell-Gleichungen des Vakuums nämlich völlig ausreichend zur Beschreibung elektrischer und magnetischer Felder in Gasen, Flüssigkeiten oder Festkörpern. Dabei muss man aber beachten, dass jede Substanz aus atomar kleinen Ladungen und elektrischen oder magnetischen Dipolen besteht. Diese reagieren auf die vorhandenen elektromagnetischen Felder und tragen damit zu einer Veränderung der ursprünglichen Felder bei. Leider führt dieser an sich richtige Gedanke einer mikroskopischen Formulierung der Elektrodynamik in Materialien nicht zu einer praktikablen Darstellung, denn die zwar physikalisch exakten, aber sehr komplizierten Feld- und Bewegungsgleichungen mit einer riesigen Zahl atomarer Freiheitsgrade schließen eine befriedigende quantitative Untersuchung solcher Probleme auf diesem direkten Weg aus.

Auf der makroskopischen Skala spielen die mikroskopischen Details eines Materials gewöhnlich nur eine untergeordnete Rolle. In diesem Fall ist es zweckmäßig, Substanzen durch effektive Parameter zu beschreiben, mit denen man die Änderung eines elektrischen oder magnetischen Felds in einem als Kontinuum gedachten Material quantitativ ausdrücken kann. Wir werden in Kap. 6 und 7 insbesondere auch zeigen, wie man die erwähnten effektiven Materialparameter oder Materialfelder wenigstens näherungsweise aus den atomaren Details einer Substanz bestimmen kann. Eine detaillierte Berechnung dieser Größen ist aber erst im Rahmen der Quantenmechanik und der statistischen Physik möglich, mit denen wir uns in den folgen Bänden befassen werden.

In Kap. 8 werden wir uns dann mit zeitabhängigen elektromagnetischen Feldern im Vakuum und in Materie befassen. Dieses Kapitel lässt sich als Verallgemeinerung der in den beiden vorangegangenen Kapiteln gewonnenen Aussagen über das Verhalten elektrostatischer und magnetostatischer Felder in Materie auf den Fall der vollen dynamischen Feldgleichungen ansehen.

In Kap. 9 wollen wir dann die Abstrahlung elektromagnetischer Felder durch zeitlich veränderliche Ladungskonfigurationen untersuchen. Dieses Phänomen ist nicht nur von großer praktischer Bedeutung, sondern auch von generellem theoretischen Interesse. Einerseits kann man hiermit die weiter oben diskutierte objektive Realität der elektromagnetischen Felder als eigenständige, dynamische Objekte veranschaulichen, andererseits ergeben sich hieraus auch wichtige Aussagen über das generelle Verhältnis von Feldern zu ihren Quellen. Diese Erkenntnisse lassen sich zumindest qualitativ auch auf andere klassische Feldtheorien übertragen, etwa die Hydrodynamik oder die allgemeine Relativitätstheorie.

Schließlich werden wir in Kap. 10 einige Grundprinzipien der geometrischen Optik und der Wellenoptik aus den Maxwell-Gleichungen ableiten.

### 1.3 Gültigkeitsgrenzen der Elektrodynamik

Die Elektrodynamik ist relativistisch invariant. Deshalb kann sie ohne Verallgemeinerung auch die Effekte von Ladungen beschreiben, die sich mit nahezu Lichtgeschwindigkeit bewegen.

Die Gültigkeitsgrenze der Elektrodynamik wird aber erreicht, wenn wir sehr kleine räumliche Skalen oder Felder sehr geringer Intensität betrachten. In diesem Fall zeigen nicht nur die Träger der Ladungen, z. B. Elektronen oder Protonen, quantenmechanische Eigenschaften, sondern auch die Felder selbst. In Abhängigkeit vom physikalischen Messprozess kann man jetzt statt eines Wellenfelds auch eine Schar von Photonen mit typischen Partikeleigenschaften registrieren. So kann man die Intensität eines Lasers so weit reduzieren, dass pro Zeiteinheit nur noch ein Photon ausgesandt wird. Lenkt man diese Photonen durch ein Gitter auf einen fotografischen Schirm, so wird auf diesem nach einer hinreichend langen Belichtungszeit das typische Beugungsmuster in Übereinstimmung mit den Resultaten der Elektrodynamik sichtbar. Zerlegt man aber mit einem Strahlteiler den Laserstrahl in zwei Teilstrahlen, die auf je einen Detektor gerichtet sind, so wird nach jedem ausgesandten Photon jeweils nur *einer* der beiden Detektoren ansprechen, ganz im Gegensatz zur Elektrodynamik, die eine derartige Aufteilung von elektromagnetischen Feldern in elementare Quanten nicht generieren kann. Dieser Widerspruch lässt sich erst im Rahmen einer allgemeineren Theorie, der Quantenelektrodynamik beheben.

Ein zweites typisches Beispiel für das Versagen der Elektrodynamik auf kleinen Skalen ist der Aufbau der Atome. Jedes klassisch verstandene Elektron, das sich auf einer Bahn um den Atomkern befindet, ist im Sinne der Elektrodynamik ein zeitlich veränderlicher Dipol, der beständig elektromagnetische Wellen aussenden müsste. Der damit verbundene Energieverlust würde unweigerlich zum Kollaps des Atoms führen, da das Elektron bereits nach kurzer Zeit in den Atomkern stürzen würde. Da aber eine solche Instabilität nicht beobachtet wird, sind auf den hier betrachteten atomaren Skalen die Gesetze der klassischen

## 6 | 1 Einleitung

Elektrodynamik offenbar verletzt und müssen durch eine allgemeingültigere Theorie ersetzt werden.

Ein wesentlicher Aspekt der klassischen Elektrodynamik ist die Linearität der Feldgleichungen, auf der das Superpositionsprinzip elektromagnetischer Felder basiert. Tatsächlich wird auch die Linearität durch quantenmechanische Effekte verletzt. So kennt die Quantenelektrodynamik die Photon-Photon-Streuung, die eine spezielle Form der Wechselwirkung elektromagnetischer Felder über virtuelle Elektron-Positron-Paare darstellt und damit zu einer gewöhnlich schwachen Verletzung des Superpositionsprinzips führt. Bei sehr hohen Feldstärken, z. B. in einem Laserstrahl, können solche von der Linearität der Maxwell-Gleichungen abweichenden Beiträge aber durchaus relevant werden.

Es ist – ähnlich wie wir bereits in der Einleitung zur klassischen Mechanik argumentiert haben – aber keineswegs so, dass durch diese allgemeineren Theorien die Elektrodynamik als physikalische Theorie insgesamt infrage gestellt wird. Vielmehr kann man zeigen, dass sich auf makroskopischen Skalen die klassische Elektrodynamik als Grenzfall der Quantenelektrodynamik ergibt.