

■ Inhaltsverzeichnis

| | | |
|---|-------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| ■ | Über den Autor | 15 |
| ■ | Danksagung | 15 |
| ■ | Einleitung | 21 |
| | Was Sie schon immer über lineare Algebra wissen wollten 21 | |
| | Meine Leser 21 | |
| | Ziel des Buches 22 | |
| | Nötiges Vorwissen 23 | |
| | Was bedeutet was 23 | |
| | Nur Mut zum Stolpern 24 | |
| ■ | 1 Schnellkurs Lineare Algebra – was bisher geschah... | 25 |
| ■ | 2 Koordinatentransformation bei Basiswechsel und darstellende Matrizen | 39 |
| | Erste Schritte der Koordinatentransformation 40 | |
| | Transformationsmatrizen für einen Basiswechsel 41 | |
| | Darstellende Matrizen von linearen Abbildungen bezüglich beliebiger Basen 49 | |
| | Darstellende Matrizen über Transformationsmatrizen generieren 51 | |
| ■ | 3 Auf der Suche nach einfachen darstellenden Matrizen | 59 |
| | Die scheinbar perfekte allgemeine Darstellung in Diagonalgestalt 60 | |
| | Darstellende Matrizen von Endomorphismen 63 | |
| | Erster Darstellungsversuch einer Spiegelung in der Ebene 64 | |
| | Zweiter Darstellungsversuch einer Spiegelung in der Ebene 66 | |

| | | |
|----------|-----------------------------------------------------------------------|------------|
| 4 | Eigenwerte und Eigenvektoren verstehen | 71 |
| | Grundlegende Begriffe der Eigenwerttheorie | 72 |
| | Eigenwerte und Eigenvektoren an bekannten Beispielen | 74 |
| | Berechnung von Eigenvektoren bei gegebenen Eigenwerten | 77 |
| | Lineare Unabhängigkeit von Eigenvektoren | 81 |
| | Vorläufige Strategie des Diagonalisierens | 85 |
| 5 | Determinanten von Matrizen | 89 |
| | Motivation für Determinanten: Eigenwerte bei (2×2) -Matrizen | 89 |
| | Determinanten von Matrizen berechnen | 91 |
| | Determinanten und Gaußscher Algorithmus | 96 |
| | Praktisch Determinanten berechnen | 102 |
| | Die wichtigsten Sätze über Determinanten | 104 |
| | Die Cramersche Regel | 109 |
| | Determinanten und Volumina | 111 |
| 6 | Charakteristische Polynome und Diagonalisierbarkeit | 117 |
| | Eigenwerte als Nullstellen des charakteristischen Polynoms | 117 |
| | Ein erstes Beispiel des Diagonalisierens | 120 |
| | Der finale Algorithmus des Diagonalisierens | 123 |
| | Vielfachheiten eines Eigenwertes – algebraisch und geometrisch | 125 |
| 7 | Diagonalisieren an praktischen Beispielen | 129 |
| | Das MEGA-Beispiel oder was alles passieren kann | 129 |
| | Folgerungen aus dem MEGA-Beispiel | 134 |
| | Diagonalisieren einer Matrix mit Parametern | 136 |
| | Diagonalisieren als Anwendung bei den Fibonacci Zahlen | 138 |
| | Ausblick Hauptachsentransformation einer Quadrik | 140 |
| 8 | Euklidische Vektorräume – Vektoren vermessen | 147 |
| | Geometrische Begriffe in der reellen Ebene | 147 |
| | Allgemeine Skalarprodukte | 150 |
| | Normen als Begriff der Länge | 154 |
| | Orthogonalität von Vektoren | 158 |

| | | |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 9 | Orthonormalsysteme und Orthonormalisierungsverfahren | 165 |
| | Orthonormalsysteme schätzen lernen 165 | |
| | Die Entwicklungsformel für Linearkombinationen 167 | |
| | Gram-Schmidtsches Orthonormalisierungsverfahren 168 | |
| | Orthonormieren über nicht-triviale Skalarprodukte 176 | |
| 10 | Orthogonale Zerlegungen und orthogonale Abbildungen | 183 |
| | Orthogonale Zerlegungen und Projektionen 183 | |
| | Orthogonale Abbildungen 188 | |
| | Orthogonale Matrizen und die orthogonale Gruppe 192 | |
| 11 | Über selbstadjungierte Endomorphismen und reell-symmetrische Matrizen | 199 |
| | Selbstadjungierte Endomorphismen verstehen 199 | |
| | Hauptachsentransformation mittels des Spektralsatzes 204 | |
| | Definitheit von Matrizen 207 | |
| | Anwendung der Definitheit 211 | |
| 12 | Trigonalisierung von Matrizen – die alternative Form | 217 |
| | Grundlagen des Verfahrens 217 | |
| | Trigonalisierung am praktischen Beispiel 221 | |
| | Algorithmus des Trigonalisierens ohne Gedanken über Hintergründe 227 | |
| 13 | Die Jordansche Normalform – die Königsklasse der Darstellungsformen | 233 |
| | Erste Gedanken zur Jordanschen Normalform 233 | |
| | Wie die Jordansche Normalform aufgebaut ist und funktioniert 236 | |
| | Mit Jordanketten zum Ziel 238 | |
| | Anwendung der Jordanschen Normalform bei Differentialgleichungen 240 | |

| | | |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------|------------|
| 14 | Hinter die Kulissen der Jordanschen Normalform sehen | 245 |
| | Minimalpolynome bestimmen und verarbeiten können | 246 |
| | Vorbereitungen auf dem Weg zur Jordanschen Normalform | 249 |
| | Größe der Jordankästchen analysieren lernen | 253 |
| | Bestimmung der zur Jordanform passenden Jordanbasis | 256 |
| 15 | Die Jordansche Normalform für praktische Beispiele bestimmen | 265 |
| | Beispiel 1: Jeweils nur ein Jordankästchen | 265 |
| | Beispiel 2: Zwei einfache Jordankästchen zum gleichen Eigenwert | 270 |
| | Beispiel 3: Zwei nicht-triviale Jordankästchen zum gleichen Eigenwert | 274 |
| 16 | Lösungen zu den Aufgaben | 283 |
| | Glossar | 321 |
| | Index | 327 |