

1 Grundlagen und Fluideigenschaften

In diesem Kapitel lernen Sie

- die Teilgebiete der Strömungsmechanik kennen,
- was ein Fluid ausmacht und was die Kontinuumsannahme bedeutet,
- was eine Phase und eine Grenzfläche sind,
- eine Einführung in den Systembegriff,
- Grundlagen zu physikalischen Größen und Einheiten,
- thermische und kalorische Zustandsgrößen,
- wichtige physikalische Eigenschaften von Fluiden, wie Viskosität und Oberflächenspannung.

Die Teilgebiete der Strömungsmechanik

Die Strömungsmechanik (auch als »Fluidmechanik« oder »Strömungslehre« bezeichnet) beschäftigt sich mit dem mechanischen Verhalten von Fluiden in Ruhe (Hydro- bzw. Aerostatik) und Bewegung (Hydro- bzw. Aerodynamik). Sie ist ein Teilgebiet der Technischen Mechanik und gehört somit zur angewandten Physik. Mit dem Begriff des Fluids wird fließfähige Materie bezeichnet, also im Wesentlichen Flüssigkeiten (»Hydro ... «) und Gase (»Aero ... «). Ist ein Fluid in Bewegung, sprechen wir von Strömung.

Historisch ist die Strömungsmechanik durch Versuch geprägt (**experimentelle Strömungsmechanik**). Mit der Entwicklung erster theoretischer Grundlagen ab dem 17. Jahrhundert entfaltete sich die **analytische Strömungsmechanik**, die in vereinfachter Form auch den Schwerpunkt im vorliegenden Schnellkurs bildet. Eine allgemeine, analytisch exakte Lösung der fundamentalen Bewegungsgleichungen für Strömungen ist bis heute nicht bekannt, sodass neben den verwendeten Näherungen das Versuchswesen nach wie vor eine wichtige Rolle spielt.

Auch eine numerische Lösung der Bewegungsgleichungen ist möglich. Mit der wachsenden Verfügbarkeit leistungsfähiger Computer sind in der **numerischen Strömungsmechanik** (Strömungssimulation, Computational

Fluid Dynamics, CFD) große Fortschritte erzielt worden. Dennoch ist eine numerische Lösung für reale Strömungsprobleme auch heute meist noch aufwendig. Wichtige physikalische Effekte wie Turbulenz u. a. können bei einer wirtschaftlichen Vorgehensweise dabei nur vereinfacht berücksichtigt werden.

Was ist ein Fluid?

Im Gegensatz zu den Festkörpern sind die Teilchen (Atome, Moleküle) eines Fluids mehr oder weniger leicht gegeneinander beweglich, sodass ein Fluid seine Form unter der Einwirkung von Kräften fließend verändern kann.

Der Begriff des Fluids umfasst **Gas** und **Flüssigkeiten**. Der Unterschied zwischen Gasen und Flüssigkeiten besteht im mittleren Teilchenabstand und im Ausmaß der zwischenmolekularen Kräfte (Teilchenanziehung). Wesentliche Unterschiede in ihren Stoffeigenschaften, wie beispielsweise Dichte oder Viskosität (Fließfähigkeit), sind dadurch maßgeblich bestimmt.

Eine Flüssigkeit nimmt unter der Wirkung der Schwerkraft als zusammenhängendes Teilvolumen die Form des umschließenden Gefäßes an. Ein Gas füllt ein gegebenes Volumen vollständig aus (Abbildung 1.1). Für alle Fluide gilt: Sie haben keine feste Gestalt und passen sich jeder Gefäßform an.

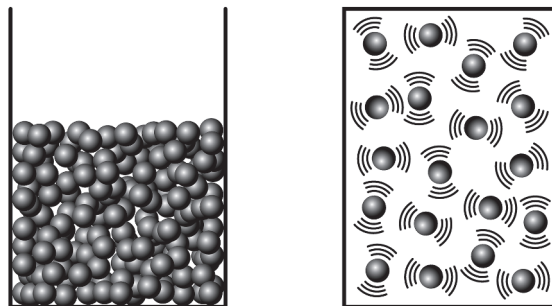


Abbildung 1.1 Modellvorstellung von Flüssigkeit (links) und Gas (rechts) in einem Behälter.

BEISPIEL

Teilchen in einer Flüssigkeit »kleben« mehr oder weniger stark aneinander. Bei manchen Fluiden muss man eine Weile warten, bis sie von selbst, allein unter Wirkung der Schwerkraft, die Form eines umschließenden Gefäßes

annehmen. Beispiele gefällig? Honig wenige Minuten, Bitumen Jahrzehnte (siehe auch »Viskosität« im Abschnitt »Physikalische Eigenschaften von Fluiden«.)

Die praktische Beschreibung von Fluiden beschränkt sich häufig auf deren mittlere, makroskopische Eigenschaften, ohne detaillierte Betrachtung von Einzelteilchen und deren Wechselwirkungen (also deren mikroskopische Eigenschaften). Wir tun einfach so, als handele es sich um ein homogenes, kontinuierliches System, kurz: ein Kontinuum. Daher bezeichnet man diese Sichtweise auch als **Kontinuumsannahme**. Die Kontinuumsannahme ist Ihnen vielleicht aus der Festkörpermechanik geläufig, bei der z. B. die Kraftübertragung in einem Balken als »kontinuierlich« und nicht etwa schrittweise von Teilchen zu Teilchen betrachtet wird. Auch in der Fluidmechanik basieren viele Gesetzmäßigkeiten und Berechnungsgleichungen auf der Kontinuumsannahme.

BEISPIEL

Zum Bau einer Sandburg reicht die Kontinuumsannahme völlig aus. Auch wenn die Eigenschaften des Baumaterials durch dessen körnige Natur wesentlich mitbestimmt sind, interessiert uns das Einzelschicksal der Körnchen nicht. Anders sieht es aus, wenn wir den Sand im Auge haben ...

Bei Fluiden ist die Kontinuumsannahme für viele (wenn nicht die meisten) technische Anwendungen gerechtfertigt. Bei besonders geringen Drücken oder sehr kleinen Abmessungen (wie z. B. bei Vakuumwendungen, Mikrofluidik oder atmosphärischen Strömungen in großer Höhe) muss geprüft werden, ob die Kontinuumsannahme noch sinnvoll ist.

Tipp

Zur Abschätzung, ob die Kontinuumsannahme noch gerechtfertigt ist, betrachtet man die mittlere freie Weglänge eines Fluidteilchens zwischen zwei Stößen. Ist diese viel kleiner als die Größenordnung der vorliegenden Behälterabmessung, kann man von einem Kontinuum ausgehen. Ein Teilchen stößt dann statistisch gesehen deutlich häufiger unter seinesgleichen an als mit der Behälterwand. Die mittlere freie Weglänge in Luft bei Umgebungsbedingungen (20°C und 1,013 bar) beträgt etwa $70 \text{ nm} = 7 \cdot 10^{-8} \text{ m}$. Ist die vorliegende Behälterabmessung deutlich größer, kann ein Kontinuum angenommen werden.

Phasen und Grenzflächen

Als **Phase** bezeichnet man einen räumlichen Bereich eines Stoffes mit gleichartigen physikalischen und chemischen Eigenschaften. Gase, nicht miteinander mischbare Flüssigkeiten sowie Festkörper bilden jeweils getrennte Phasen, wie im Beispiel in Abbildung 1.2 dargestellt. Die Kontaktfläche zwischen verschiedenen Phasen wird als Phasengrenze oder auch **Grenzfläche** bezeichnet. Grenzflächen zwischen einer Flüssigkeit und einem Gas nennt man **freie Oberflächen**. Grenzflächen zwischen zwei nicht mischbaren Flüssigkeiten heißen **Trennflächen**. Zur symbolischen Darstellung einer Grenzfläche kann diese mit einem auf der Spitze stehenden Dreieck hervorgehoben werden (siehe Abbildung 1.2).

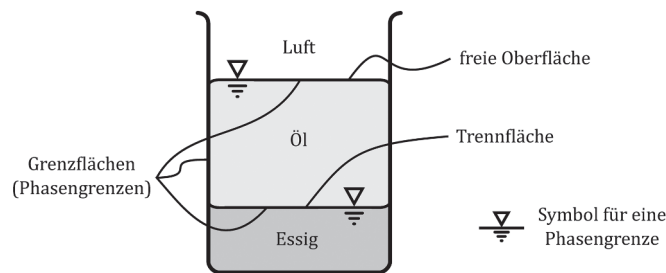


Abbildung 1.2 Grenzflächen, Phasengrenzen, freie Oberfläche und Trennflächen in einer (ungewürzten) Salatsauce.

Aufgrund der leichten Verschiebbarkeit der Fluidteilchen richten sich ruhende Grenzflächen stets so aus, dass an ihnen ausschließlich Normalkräfte wirken. Wir werden auf diese Eigenschaft in Kapitel 2 zurückkommen.

System und Systemgrenze

Zur Untersuchung von Problemen der Strömungsmechanik ist die Betrachtung von Systemen hilfreich. Als **System** wollen wir einen räumlich abgegrenzten Bereich einer physikalischen Anordnung bezeichnen, für den wir Bilanzen aufstellen können. Ein System wird daher auch **Bilanzraum** oder Kontrollraum genannt. Die (eindeutig festzulegende) Berandung eines Systems nennen wir die **Systemgrenze**. Der Zustand eines Systems kann z. B. durch Zu- oder Abfuhr von Energie und Masse über die Systemgrenze verändert werden.

Die Wahl einer Systemgrenze ist willkürlich und je nach Aufgabenstellung mitunter geschickt zu wählen. Die Systemgrenze muss dabei nicht starr oder an einem bestimmten Ort fixiert sein. Grundsätzlich können Systemgrenzen durchlässig sein für Masse, Wärme und Arbeit. Ist die Systemgrenze durchlässig für Masse, handelt es sich um ein **offenes** System, im umgekehrten Fall liegt ein **geschlossenes** System vor. Ist die Systemgrenze wärmedicht (= perfekt wärmeisoliert), sprechen wir von einem **adiabaten** System. Ein adiabates, geschlossenes System wird auch isoliert oder abgeschlossen genannt. Alles, was außerhalb des Systems liegt, wollen wir als **Umgebung** bezeichnen. Beispiele für verschiedene Systeme sind in Abbildung 1.3 dargestellt.

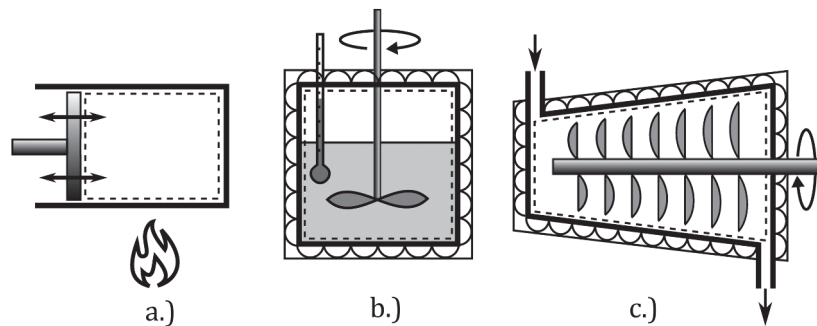


Abbildung 1.3 Beispiele verschiedener Systeme mit ihren Eigenschaften und gestrichelt dargestellten Systemgrenzen (alle Systeme übertragen Arbeit über ihre Grenzen):
a.) verschieblicher Kolben mit beheiztem Zylinder (geschlossen, bewegliche Systemgrenze),
b.) wärmeisolierter Rührbehälter (geschlossen, adiabatisch), c.) wärmeisolierte Dampfturbine (offen, adiabatisch).

Als Bilanzgrößen kommen hauptsächlich **Erhaltungsgrößen** wie Masse, Energie oder Impuls in Frage. Wie wir später sehen werden, ist das Aufstellen von Erhaltungsgleichungen über eine Systembilanz eine sehr effektive Methode, um strömungsmechanische Fragestellungen zu verstehen und zu lösen.

Größen und Einheiten

Zur Beschreibung der Eigenschaften und Zustände von Fluiden verwenden wir physikalische Größen, die in **Einheiten** ausgedrückt werden. Die in diesem Buch benutzten Basiseinheiten sind Länge (in Meter, m), Masse (in Kilogramm, kg), Stoffmenge (in Mol, mol), Zeit (in Sekunden, s) und Temperatur

(in Kelvin, K). Diese Basiseinheiten beruhen auf dem international gebräuchlichen SI-System (*Système international d'unités*). Alle anderen Größen lassen sich von diesen Basiseinheiten ableiten. So ergibt sich z. B. für die Kraft über das erste Newtonsche Gesetz die Einheit Newton (N):

$$F = m \cdot a \quad [F] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N} \quad (1.1)$$

Im praktischen Gebrauch werden Größen auch häufig in nicht-SI-Einheiten angegeben, wie z. B. Stunde (h), Grad Celsius (°C), Liter (l) oder Tonne (t). Diese Einheiten müssen dann in der Regel mit dem Einsetzen in Berechnungsgleichungen in die entsprechenden Basiseinheiten umgerechnet werden.

BEISPIEL

Beispiel für die Umrechnung einer Geschwindigkeit von km/h in SI-Basiseinheiten (m/s):

$$120 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 120 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m/km}}{3600 \text{ s/h}} \approx 33,33 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Manche Größen lassen sich spezifisch oder absolut angeben. Teilt man eine Größe durch die im betrachteten System vorhandene Masse, so spricht man von einer **spezifischen Größe**. Die jeweilige Eigenschaft wird damit auf die Systemmasse bezogen. Insbesondere bei den Zustandsgrößen Volumen, innere Energie und Enthalpie macht man davon Gebrauch.

Größen, die nicht spezifisch sind, nennt man **absolute Größen**. Absolute Größen werden mit einem großen Buchstaben gekennzeichnet, die entsprechenden spezifischen Größen mit dem jeweiligen Kleinbuchstaben.

Physikalische Eigenschaften von Fluiden

Die Beschreibung des physikalischen Verhaltens von Fluiden führt zu Materialgesetzen und Stoffwerten. Stoffwerte sind messbare Eigenschaften von Fluiden, die sich je nach Art und Zustand des vorliegenden Stoffes unterscheiden. Stoffwerte charakterisieren die physikalische Beschaffenheit der betrachteten Fluide. Im Folgenden lernen wir die für die Strömungsmechanik wichtigen Stoffwerte kennen und streifen dabei naturgemäß auch die Thermodynamik.

Dichte und spezifisches Volumen

Als **Dichte** bezeichnet man die Masse m eines Fluids, bezogen auf das entsprechende Volumen V , das die betrachtete Masse einnimmt. Die Dichte wird mit ρ bezeichnet (Einheit kg/m^3):

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1.2)$$

Oft (insbesondere bei kompressibler Strömung) wird alternativ das **spezifische Volumen** v verwendet, welches dem Kehrwert der Dichte entspricht (Einheit m^3/kg):

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} \quad (1.3)$$

Wir werden im weiteren Verlauf, abhängig von praktischen Gesichtspunkten, mal mit der Dichte und mal mit dem spezifischen Volumen arbeiten.

BEISPIEL

Die Dichte von Gasen bei Umgebungsbedingungen ist meist deutlich geringer als die von Flüssigkeiten. Für Wasser beträgt diese etwa $\rho = 998 \text{ kg}/\text{m}^3$, für Luft etwa $1,2 \text{ kg}/\text{m}^3$ (beide Werte für 20°C und $1,013 \text{ bar}$) (siehe für Luft auch Abschnitt »Thermische Zustandsgleichung«).

Kompressibilität und thermische Ausdehnung

Die Dichte eines Fluids hängt stets von Druck und Temperatur ab. Das Ausmaß dieser Abhängigkeit kann von Stoff zu Stoff stark variieren und wird über die isotherme **Kompressibilität** K bzw. den thermischen **Ausdehnungskoeffizient** β ausgedrückt. Die Kompressibilität (»Zusammendrückbarkeit«) beschreibt die auftretende relative Volumenänderung eines Fluids bei Änderung des aufgetragten Druckes:

$$K = -\frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_T = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T \quad (1.4)$$

Die Einheit der Kompressibilität ist $1/\text{Pa} = \text{Pa}^{-1}$ (zur Einheit Pascal, Pa, und allgemein zum Druckbegriff siehe Abschnitt »Druckdefinition und -eigenschaften« in Kapitel 2). Die Definitionsgleichung Gl. (1.4) kann gleichsam

als Messvorschrift für K interpretiert werden. («Wie ändert sich das spezifische Volumen bzw. die Dichte eines Stoffes mit Änderung des Druckes?») Damit die Volumenänderung ausschließlich aufgrund der Druckänderung, und nicht etwa zusätzlich aufgrund einer etwaig auftretenden Temperaturänderung bestimmt wird, muss sichergestellt werden, dass sich die Temperatur während der »Messung« nicht ändert (daher der Index T in Gl. (1.4)).

Für praktische Anwendungen, d. h. für endliche (aber nicht zu große!) Druck- und Volumenänderungen Δp bzw. Δv , kann Gl. (1.4) auch näherungsweise geschrieben werden als:

$$K \approx -\frac{1}{v} \frac{\Delta v}{\Delta p} = \frac{1}{\rho} \frac{\Delta \rho}{\Delta p} \quad (1.5)$$

Da bei jedem Stoff das spezifische Volumen beim Zusammendrücken abnimmt, also $\Delta v = v_2 - v_1 < 0$ für $\Delta p > 0$ ist, führt das negative Vorzeichen in Gl. (1.4) bzw. Gl. (1.5) stets zu einem positiven Zahlenwert für K .

Die Temperaturabhängigkeit des spezifischen Volumens (bzw. der Dichte) wird über den thermischen Ausdehnungskoeffizienten beschrieben:

$$\beta = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (1.6)$$

Die Einheit von β ist K^{-1} . Zahlenwerte für K und β finden sich in der entsprechenden Literatur (z. B. [1]). Die Erfahrung zeigt, dass Flüssigkeiten eine deutlich geringere Kompressibilität aufweisen als Gase, sie sind schwerer zusammendrückbar. Flüssigkeiten werden daher häufig als (näherungsweise) inkompressibel angesehen.

BEISPIEL

Die Kompressibilität von Wasser bei Umgebungsbedingungen beträgt etwa $5 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$, d. h., bei einer Druckerhöhung um 10 bar verringert sich das Volumen des komprimierten Wassers um etwa 0,05 %. Die Kompressibilität von Luft beträgt bei Umgebungsbedingungen etwa $1 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$. Hier wird bei einer Druckerhöhung um 10 bar das Volumen um rund 90 % zusammengedrückt!

Vorsicht

Während es sich bei der Kompressibilität K um eine reine Stoffeigenschaft handelt, unterscheiden wir bei Strömungsvorgängen ebenfalls danach, ob diese als kompressibel anzusehen sind oder nicht (inkompressible Strömung). Dies hat nicht allein mit der Kompressibilität des Fluids zu tun! Wie wir später sehen werden, hängt diese Eigenschaft einer Strömung maßgeblich auch von den vorliegenden Strömungsverhältnissen ab und ist ohne deren Kenntnis, allein über die Stoffeigenschaft des strömenden Fluids, nicht beurteilbar.

Thermische Zustandsgleichung und ideales Gas

Über die Kompressibilität und den thermischen Ausdehnungskoeffizienten kann die Abhängigkeit der Fluidichte von Druck und Temperatur angegeben werden, solange die Änderungen relativ klein sind (und ein Zahlenwert für K bzw. β bekannt ist). Ist man an der generellen Form der Abhängigkeit interessiert (falls sich z. B. Druck und Temperatur gleichzeitig ändern, was insbesondere für kompressible und auftriebsdominierte Strömungen relevant ist), braucht man eine **Zustandsgleichung**. Eine Zustandsgleichung beschreibt allgemein den Zusammenhang von Dichte (bzw. spezifischem Volumen), Druck und Temperatur für einen gegebenen Stoff.

Die wichtigste Zustandsgleichung für *gasförmige* Fluide ist die **ideale Gasgleichung**:

$$p \cdot v = R_i \cdot T \quad (1.7)$$

Bzw. (mit Gl. (1.3)):

$$p = \rho \cdot R_i \cdot T \quad (1.8)$$

R_i ist die **spezielle Gaskonstante**, die für jedes Gas einen eigenen, festen Wert besitzt. Die spezielle Gaskonstante kann aus der **universellen Gaskonstante** \mathcal{R} über die Molmasse M_i des Gases bestimmt werden:

$$R_i = \frac{\mathcal{R}}{M_i}; \quad \mathcal{R} \approx 8,3145 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

Den Index i werden wir zukünftig der Einfachheit halber häufig weglassen, wenn klar ist, welcher Stoff gemeint ist.

In der Praxis wird die ideale Gasgleichung Gl. (1.7) bzw. (1.8) von keinem Gas exakt erfüllt, sie ist aber für viele Fälle eine brauchbare Näherung, insbesondere für Zustände geringer Drücke und hoher Temperaturen (für Luft z. B. bis etwa 100 bar, falls $T > 0^\circ\text{C}$).

BEISPIEL

Die spezielle Gaskonstante für (trockene) Luft beträgt $R_L \approx 287,2\text{J}/(\text{kg K})$. Die Dichte von Luft bei 20°C und 1 bar ist $\rho \approx 1,188\text{ kg/m}^3$, die ideale Gasgleichung liefert praktisch denselben Wert. Bei einem Druck von 300 bar beträgt die Abweichung in der Dichte zwischen dem Wert der idealen Gasgleichung und dem tatsächlichen Wert schon rund 10 %.

Vorsicht

Bei der Anwendung der idealen Gasgleichung muss darauf geachtet werden, dass die Temperatur stets in der Basiseinheit Kelvin (K) eingesetzt wird!

Für genauere Anforderungen (insbesondere für die Bereiche hoher Drücke und Annäherung an das Zweiphasengebiet, also bei Dämpfen) stehen spezialisierte (und kompliziertere) Realgas-Gleichungen zur Verfügung, vornehmlich für technisch wichtige Fluide, wie z. B. Luft und Wasserdampf. Zusätzlich findet man die Zustandsgrößen auch in Tafeln, Tabellen und Diagrammen (z. B. [1], [2], [3]).

Für die Kompressibilität nach Gl. (1.4) folgt für ein ideales Gas (einsetzen von Gl. (1.7) in Gl. (1.4)):

$$K = \frac{1}{p} \quad (1.9)$$

Genauso wie für Gase gibt es auch für **Flüssigkeiten** Zustandsgleichungen. Allerdings ist hier die Abhängigkeit der Dichte (bzw. des spezifischen Volumens) von Druck und Temperatur typischerweise deutlich geringer ausgeprägt als für den Fall eines Gases. Für nicht allzu große Druck- und Temperaturänderungen kann daher häufig eine näherungsweise lineare Abhängigkeit des spezifischen Volumens von Druck und Temperatur angesetzt werden:

$$v = v_0(1 + \beta \cdot (T - T_0) - K \cdot (p - p_0))$$

v_0 ist dabei ein bekannter Referenzzustand bei p_0 und T_0 . Selbstverständlich gibt es auch für viele praktisch wichtige Flüssigkeiten spezielle und genauere Zustandsgleichungen.

Kalorische Größen

Unter dem Begriff der kalorischen Größen werden diejenigen Stoffeigenschaften zusammengefasst, die den inneren energetischen Zustand eines Fluids beschreiben. Im Folgenden lernen wir die beiden wichtigsten kalorischen Größen für die Strömungsmechanik kennen.

Innere Energie

Bei Strömungen mit Temperaturänderung spielt die innere Energie der Strömung eine Rolle. Als **innere Energie** U (in J) bzw. **spezifische innere Energie** u (in J/kg) wird die Gesamtheit aller thermischen Energien der Teilchen eines Systems bezeichnet. Die Temperatur ist ein Maß für den inneren Energiegehalt des Fluids. Die innere Energie eines Stoffes hängt daher generell von der Temperatur ab.

Für das ideale Gas ist der Zusammenhang von Temperatur T und innerer Energie über die **spezifische isochore Wärmekapazität** c_v (in J/(kg K)) gegeben. Eine kleine Temperaturänderung dT bewirkt eine proportionale Änderung der inneren Energie dU :

$$dU = m \cdot c_v \cdot dT \quad \text{bzw.} \quad du = c_v \cdot dT \quad (1.10)$$

Für eine endlich große Temperaturänderung $\Delta T = T_2 - T_1$ muss integriert werden:

$$U_2 - U_1 = \Delta U = m \cdot \Delta u = m \cdot \int_1^2 c_v dT = m \cdot \bar{c}_v \cdot \Delta T \quad (1.11)$$

Bzw. in spezifischer Schreibweise:

$$\Delta u = \int_1^2 c_v dT = \bar{c}_v \cdot \Delta T \quad (1.12)$$

Da die spezifische Wärmekapazität wiederum selbst von der Temperatur abhängt, muss die integrale Schreibweise in Gl. (1.11) bzw. (1.12) gewählt oder (einfacher) mit einem integralen Mittelwert \bar{c}_v gerechnet werden. Wenn die betrachtete Temperaturdifferenz hinreichend klein ist, kann auch näherungsweise mit einer konstanten Wärmekapazität gearbeitet werden. Bei realen Gasen muss mit komplizierteren Gleichungen oder Tabellen gearbeitet werden (für Wasserdampf z. B. nach [3]).

Tipp

Die Abkürzung Delta (Δ) werden wir häufig benutzen. Sie kennzeichnet als Differenz stets den Unterschied einer Größe entlang der Zeit (»nachher« minus »vorher«) oder entlang eines Weges (»Ende« minus »Anfang«). Häufig interessieren nämlich nur die Änderungen einer Größe, nicht deren Absolutwerte. Nimmt die betrachtete Größe entlang der Zeit oder des Weges zu, ist $\Delta > 0$, anderenfalls gilt $\Delta < 0$. Bleibt die Größe unverändert, ist $\Delta = 0$.

Die mittlere isochore Wärmekapazität \bar{c}_v kann einfach experimentell bestimmt werden. Dazu wird einem Fluid bei konstantem Volumen (= isochor) eine definierte Wärmemenge zugeführt. Nach dem Ersten Hauptsatz der Thermodynamik erhöht sich die innere Energie des Systems genau um den Betrag der zugeführten Wärmeenergie. Aus der gemessenen Temperaturerhöhung kann dann die Wärmekapazität nach Gl. (1.11) berechnet werden.

— Enthalpie

Bei kompressiblen Strömungen geht zusätzlich zur inneren Energie noch die »Zusammengedrücktheit« des Fluids in seinen inneren energetischen Zustand mit ein. In diesen Fällen ist es allgemein praktischer, mit der **Enthalpie** zu rechnen. Die Enthalpie H (in J) bzw. h (in J/kg) ist definiert als innere Energie plus **Verschiebeenergie**:

$$H = U + p \cdot V \quad \text{bzw.} \quad h = u + p \cdot v \quad (1.13)$$

Die Verschiebeenergie kann als diejenige Arbeit interpretiert werden, die notwendig ist, um das vom Fluid eingenommene Volumen gegen den herrschenden Systemdruck zu schaffen. Die Umgebung muss hierzu mit dem Arbeitsaufwand $p \cdot V$ zurückgedrängt werden. Eine häufig verwendete alternative Bezeichnung für die Verschiebeenergie ist »Druckenergie«.

Für ideale Gase ist der Zusammenhang von Temperatur und Enthalpie über die **spezifische isobare Wärmekapazität** c_p (in J/(kg K)) gegeben:

$$dH = m \cdot c_p \cdot dT \quad (1.14)$$

Integriert über eine endlich große Änderung liefert:

$$H_2 - H_1 = \Delta H = m \cdot \Delta h = m \cdot \int_1^2 c_p dT = m \cdot \bar{c}_p \cdot \Delta T \quad (1.15)$$

Bzw. in spezifischer Schreibweise:

$$\Delta h = \int_1^2 c_p \, dT = \bar{c}_p \cdot \Delta T \quad (1.16)$$

Zur Temperaturabhängigkeit der spezifischen isobaren Wärmekapazität gilt sinngemäß das Gleiche wie für den isochoren Wert (s. o.). Zahlenwerte für spezifische Wärmekapazitäten findet man z. B. in [1]. Bei realen Gasen muss wiederum mit komplizierteren Gleichungen oder Tabellen gearbeitet werden (für Wasserdampf z. B. nach [3]). Alternativ kann mit entsprechenden Diagrammen gearbeitet werden.

Bei der isobaren (= bei konstantem Druck erfolgenden) Wärmezufuhr kann im Gegensatz zum isochoren Fall die zugeführte Wärme nicht vollständig zur Erhöhung der inneren Energie beitragen. Ein Teil der Energie muss zur Schaffung von neuem Volumen gegen den Systemdruck aufgewendet werden, da sich das System unter isobaren Bedingungen bei Wärmezufuhr ausdehnt. Es gilt daher immer:

$$c_p > c_v$$

Insbesondere bei der Behandlung kompressibler Strömungen (Kapitel 7) werden wir viel mit der Enthalpie arbeiten. Für die dort behandelten Strömungen wird außerdem der als **Isentropenexponent** κ bezeichnete Quotient der beiden spezifischen Wärmekapazitäten benötigt:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad (1.17)$$

Der Isentropenexponent ist eng mit einer adiabaten und verlustfreien (reibungsfreien) Zustandsänderung eines Fluids verknüpft (z. B. im Abschnitt »Energiegleichungen für kompressible Strömungen« in Kapitel 7). Der Zahlenwert für den Isentropenexponenten ist gleichsam von der Temperatur abhängig.

Für ideale Gase kann man schließlich zeigen, dass die Wärmekapazitäten auch direkt mit der speziellen Gaskonstanten zusammenhängen:

$$c_p - c_v = R \quad (1.18)$$

BEISPIEL

Für Luft bei Umgebungsbedingungen ist $c_v = 0,7198 \text{ kJ}/(\text{kg K})$ und $c_p = 1,007 \text{ kJ}/(\text{kg K})$. Der Isentropenexponent beträgt $\kappa = 1,40$. Die Differenz der beiden Werte liefert die Gaskonstante von Luft ($R_{\text{Luft}} = 287,2 \text{ J}/(\text{kg K})$).

Für Flüssigkeiten ist der Unterschied zwischen innerer Energie und Enthalpie in der Regel wegen ihres geringen spezifischen Volumens (bzw. dessen geringer Änderung) vernachlässigbar. Hier gilt in guter Näherung:

$$\Delta U = m \cdot \int_1^2 c \, dT = m \cdot \bar{c} \cdot \Delta T \approx \Delta H$$

Die Größe c (ohne Index) wird dann schlicht als spezifische Wärmekapazität bezeichnet.

BEISPIEL

Für Wasser findet man bei Umgebungsbedingungen eine spezifische Wärmekapazität $c = 4,18 \text{ kJ}/(\text{kg K})$. Erwärmt man das Wasser um $\Delta T = 50 \text{ K}$, so erhöht sich dessen innere Energie um rund $209 \text{ kJ}/\text{kg}$ (unter Annahme einer konstanten Wärmekapazität). Die entsprechende Enthalpieänderung beträgt etwa $211 \text{ kJ}/\text{kg}$, also praktisch das Gleiche.

Viskosität und Haftbedingung

Nachdem wir nun einige wichtige allgemeinere Stoffwerte kennengelernt haben, erfahren wir jetzt etwas zu spezielleren Materialeigenschaften und Konzepten, die vorwiegend das Fließverhalten von Fluiden beeinflussen und modellieren.

Viskosität, Scherrate und Newtonsches Reibungsgesetz

Die Viskosität ist eine wichtige strömungsmechanische Stoffeigenschaft von Fluiden. Sie charakterisiert die Zähigkeit eines Mediums und beschreibt dessen Widerstand gegen Scherung. Im Gegensatz zu einem Festkörper kann ein *ruhendes* Fluid lediglich Normalkräfte, aber keine Querkräfte übertragen. Erst mittels einer Scherbewegung ist dies möglich. Das Ausmaß der

Querkraftübertragung für eine gegebene Scherung ist durch die Viskosität bestimmt.

In Abbildung 1.4 ist die Situation für eine **Scherströmung** zwischen zwei ebenen, parallelen Platten dargestellt (sog. *Couette-Strömung*). Zwischen den Platten befindet sich ein Fluid. Die obere Platte (Kontaktfläche A) wird mit einer konstanten Geschwindigkeit c_{platte} nach rechts bewegt, die untere Fläche ruht. Zwischen den beiden Platten stellt sich eine Scherung des Fluids ein, d. h. ein übereinander erfolgendes Abgleiten paralleler Fluidschichten mit verschiedenen Geschwindigkeiten zueinander. Für viele Fluide (und bei nicht zu großem Plattenabstand Δz) stellt sich hierbei ein Bewegungsverlauf mit näherungsweise linearem Geschwindigkeitsprofil ein.

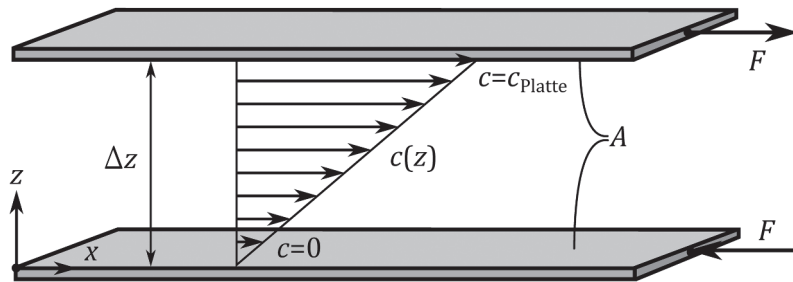


Abbildung 1.4 Scherströmung zwischen zwei parallelen Platten.

Um die obere Platte relativ zur unteren zu bewegen, ist eine Kraft F notwendig. Diese induziert eine Schubspannung zwischen den abgleitenden Schichten, wodurch die Kraft von oben nach unten auf die ruhende Platte übertragen wird. Um die untere Platte festzuhalten, ist somit eine gleich große, entgegengerichtete Einspannkraft notwendig.

Experimentell stellt man fest, dass die übertragene Kraft F mit der Schergeschwindigkeit dc/dz ansteigt. Je schneller die obere Platte relativ zur unteren bewegt wird, desto größer muss die wirkende Kraft sein. Das Ausmaß der Kraftübertragung in Abhängigkeit von der vorhandenen Schergeschwindigkeit wird durch die Viskosität des betrachteten Fluids bestimmt.

Für die quer zur Strömungsrichtung übertragene Schubspannung τ gilt das **Newtonsche Reibungsgesetz**:

$$\tau = \frac{F}{A} = \eta \cdot \frac{dc}{dz} = \eta \cdot \dot{\gamma} \quad (1.19)$$

Die Proportionalitätskonstante η wird als **dynamische Viskosität** bezeichnet (Einheit $\text{N/m}^2 \cdot \text{s} = \text{Pa} \cdot \text{s} = \text{Pas}$).

Tipp

Wahrscheinlich kennen Sie schon den Begriff der (Gleit-)Reibung aus der Festkörpermechanik. Diese Reibung tritt zwischen zwei festen Oberflächen auf, die sich entlang ihrer Berührungsfläche bewegen. Die Ursache liegt in der unebenen Struktur ihrer Oberflächen, wodurch sie sich gegenseitig hemmen. Im Gegensatz dazu wird die Reibung innerhalb eines Fluids durch die Wechselwirkung der Fluidteilchen untereinander verursacht. Wir sprechen in der Fluidmechanik daher auch von innerer oder viskoser Reibung. Beiden Phänomenen gemein ist eine durch Relativbewegung verursachte, der Bewegungsrichtung entgegengerichtete Widerstandskraft.

Die Ableitung dc/dz in Gl. (1.19) ist die Änderung des Geschwindigkeitsbetrages quer zur Bewegungsrichtung (genauer: Änderung der x -Komponente der Strömungsgeschwindigkeit entlang der z -Achse). Sie wird als **Schergeschwindigkeit** (auch Scherrate) $\dot{\gamma}$ bezeichnet (Einheit 1/s). Für dünne Scherschichten kann diese näherungsweise aus der Verschiebegeschwindigkeit c_{Platte} und dem Plattenabstand Δz (Abbildung 1.4) bestimmt werden:

$$\dot{\gamma} = \frac{dc}{dz} \approx \frac{c_{\text{Platte}}}{\Delta z} \quad (1.20)$$

Neben der dynamischen Viskosität η findet auch die **kinematische Viskosität** ν verbreitete Verwendung (in m^2/s). Hierbei wird die dynamische Viskosität noch durch die Dichte des Fluids geteilt:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (1.21)$$

BEISPIEL

Viskosität zum Frühstück: Wenn Sie die zwei Brotscheiben eines Honigbrottes parallel gegeneinander verschieben wollen, müssen Sie eine Kraft aufwenden. Diese Kraft hängt maßgeblich von der Viskosität des Honigs ab. Weitere Einflussgrößen sind die benetzte Oberfläche (= Größe der Brotscheibe), die Verschiebegeschwindigkeit (= Schergeschwindigkeit) sowie die Dicke des Honigaufstrichs.

Die Viskosität eines Fluids ist ein Maß für die durch **innere Reibung** behinderte Verschiebbarkeit der Fluidteilchen gegeneinander (»Zähigkeit«). Sie resultiert vor allem bei Gasen aus einem durch Diffusionsbewegung verursachten Impulsaustausch quer zur Strömungsrichtung. Teilchen, die von einer schnelleren

Fluidschicht in eine langsamere wechseln, beschleunigen diese. Im umgekehrten Fall erfolgt ein Abbremsen. Beide Effekte führen gemeinsam zur messbaren inneren Reibung im Fluid. Bei Flüssigkeiten hingegen sind die Anziehungskräfte der Teilchen untereinander für die Viskosität verantwortlich. In jedem Fall bedarf es zum Auftreten von innerer Reibung einer Scherung des Fluids.

BEISPIEL

Die dynamische Viskosität von Luft bei Umgebungsbedingungen beträgt etwa $\eta \approx 1,8 \cdot 10^{-5}$ Pas, die von Wasser bei Umgebungsbedingungen ist $\eta \approx 1 \cdot 10^{-3}$ Pas.

— Haftbedingung

An den Kontaktflächen (Grenzflächen) zwischen Fluid und Wand (wie z. B. in Abbildung 1.4 dargestellt) sind die Geschwindigkeiten von strömendem Fluid und Wand identisch, was als **Haftbedingung** bezeichnet wird. Aufgrund der Adhäsionskräfte »klebt« das Fluid an der Wand. Dabei ist es unerheblich, ob die Wand in Ruhe ist oder sich bewegt. Bis auf wenige Ausnahmen wird bei Strömungsvorgängen mit realen (reibungsbefaheten) Fluiden an festen Wänden die Haftbedingung angenommen.

BEISPIEL

Betrachtet man die Flügel eines (länger nicht gereinigten) Zimmerventilators genauer, so kann man auf ihnen anhaftenden Staub ausmachen. Aufgrund der Haftbedingung ist beim rotierenden Ventilatorblatt die Relativgeschwindigkeit zwischen der Oberfläche und der wandnächsten Luftschicht null. Für ein Staubkörnchen auf der Oberfläche herrscht daher nahezu Windstille (eine genauere Betrachtung wandnaher Strömungen erfolgt im Abschnitt »Grenzschichtströmung und Strömungsablösungen« in Kapitel 3).

— Newtonsches, nicht newtonsches und ideales Fluid

Die Viskosität eines Fluids ist **temperaturabhängig**. Bei Flüssigkeiten sinkt die Viskosität mit steigender Temperatur aufgrund abnehmender Anziehungskräfte (Kohäsionskräfte). Bei Gasen steigt sie hingegen aufgrund der Zunahme der mittleren Teilchenstöße an. Der qualitative Verlauf der kinematischen

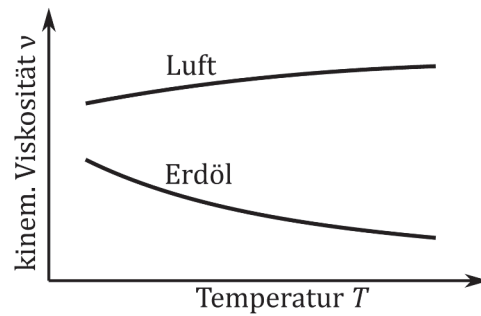


Abbildung 1.5 Qualitativer Verlauf der kinematischen Viskosität für Flüssigkeiten und Gase in Abhängigkeit von der Temperatur.

Viskosität mit der Temperatur ist in Abbildung 1.5 dargestellt. Zahlenwerte für viele Stoffe findet man z. B. in [1].

Ein Fluid, dessen Viskosität nur von Druck und Temperatur abhängig ist, wird als **newtonsches Fluid** bezeichnet. Die auftretende Schubspannung ist in diesem Fall nach Gl. (1.19) überall im Fluid direkt proportional zur Schergeschwindigkeit. Trägt man die Schubspannung über der Schergeschwindigkeit auf, ergibt sich eine Gerade, die durch den Koordinatenursprung geht (Abbildung 1.6). Die Steigung dieser Geraden entspricht der (konstanten) dynamischen Viskosität. Für ein newtonsches Fluid ergibt sich damit auch der in Abbildung 1.4 zwischen den beiden Platten dargestellte, lineare Geschwindigkeitsverlauf, falls die Schichtdicken nicht zu groß sind.

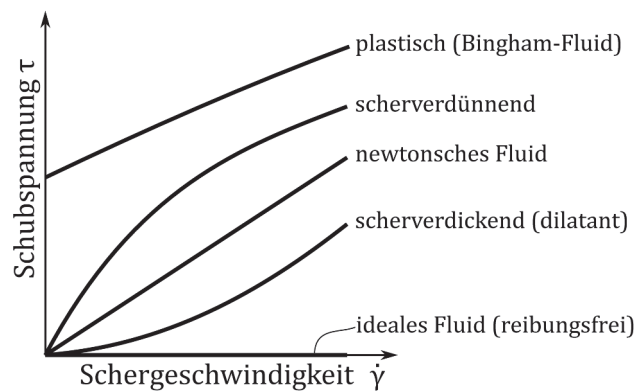


Abbildung 1.6 Abhängigkeit der Schubspannung von der Schergeschwindigkeit für das newtonsche und das ideale Fluid sowie für einige nicht newtonsche Fluide.

Viele Fluide können näherungsweise als newtonsche Fluide angenommen werden. Es gibt aber auch eine Reihe von Stoffen, bei denen dies nicht der Fall ist (z. B. Dispersionsfarbe, Zahnpasta, Tomatenketchup). Wir sprechen dann von einem **nicht newtonschen Fluid**. Die Viskosität des Fluids hängt in diesem Fall noch von weiteren Einflussgrößen ab, z. B. von Eigenschaften der Strömung selbst, wie der Schergeschwindigkeit. Einige verbreitet auftretende systematische Abweichungen vom newtonschen Fluid sind in Abbildung 1.6 dargestellt.

BEISPIEL

Zahnpasta und Dispersionsfarbe sind Beispiele *plastischer* Fluide. Ein kleiner Tropfen an der Wand verbleibt an Ort und Stelle, erst ausreichend große Farbtropfen überwinden schwerkraftbedingt die kritische Schubspannung (= Fließgrenze) und laufen langsam unter »Nasenbildung« nach unten. *Dilatante* Fluide finden in (Sport-) Schutzbekleidung Anwendung (freie Beweglichkeit bei langsamer Schergeschwindigkeit, »Verhärtung« bei schneller Verformung eines Aufpralls) oder begeistern als »hüpfender Kitt«. Beispiel eines *scherverdünnenden* Fluids ist Ketchup, der erst nach kräftigem Schütteln, dann aber meist reichlich aus der Flasche fließt.

Lassen wir die Viskosität in unserer Vorstellung unendlich klein werden, so erreichen wir die Idee des **idealen Fluids**. Es handelt sich hierbei um ein reibungsfrei gedachtes Modellfluid zur vereinfachten Beschreibung von Strömungsvorgängen. In der Realität gibt es (von wenigen extremen Ausnahmen abgesehen) keine idealen Fluide.

Teilchenkräfte und Oberflächenspannung

Sowohl zwischen Fluidteilchen und benachbarten Grenzflächen als auch zwischen Fluidteilchen untereinander wirken **Anziehungskräfte**.

Kräfte zwischen Teilchen innerhalb einer Phase werden als **Kohäsionskräfte** bezeichnet. Teilchenkräfte, die über eine Grenzfläche hinweg wirken, heißen **Adhäsionskräfte**. Die Teilchenkräfte bei Fluiden sind generell deutlich kleiner als bei Festkörpern, für Gase wiederum deutlich kleiner als für Flüssigkeiten.

Die **Oberflächenspannung** resultiert aus der Anziehung von Fluidteilchen untereinander (Kohäsionskräfte) und ist deswegen hauptsächlich für Flüssigkeiten relevant. Sie beeinflusst die Form der freien Oberfläche.

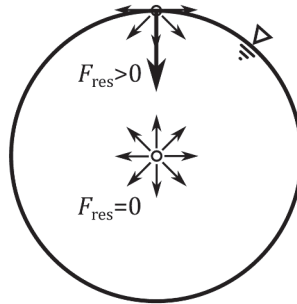


Abbildung 1.7 Teilchenkräfte in einem Flüssigkeitstropfen mit freier Oberfläche.

Wir betrachten dazu einen kleinen, von einem Gas umgebenen Flüssigkeitstropfen (Abbildung 1.7). Für ein Flüssigkeitsteilchen im Innern des Tropfens wirkt die Kohäsionskraft aus allen Richtungen gleich, die resultierende Kraft auf das Teilchen verschwindet. Die auf ein Teilchen an der freien Oberfläche wirkenden Anziehungskräfte sind nicht von allen Seiten gleich, die Adhäsionskräfte zur benachbarten Gasphase sind vernachlässigbar klein. Es resultiert eine in das Fluidvolumen gerichtete Kraftkomponente. Das betrachtete Teilchen an der Oberfläche wird in das Volumen hineingezogen, weswegen sich als Folge ein erhöhter Innendruck im Tropfen einstellt (Kapillardruck). Die Außenhaut des Fluids verhält sich in der Folge ähnlich wie eine gespannte Membran, mit der Tendenz, eine minimale Oberfläche anzunehmen.

BEISPIEL

Entlassen wir eine kleine Menge Wasser in die Schwerelosigkeit (z. B. an Bord der Internationalen Raumstation ISS), so nimmt diese spontan die Form eines Körpers mit minimaler Oberfläche ein, nämlich die einer Kugel. Auch ein irdischer (Regen-) Tropfen im freien Fall erfährt Schwerelosigkeit, hier führt allerdings der luftbedingte Strömungswiderstand zu einer von der Kugelform abweichenden Gestalt.

Wenn die Flüssigkeitsoberfläche nun entgegen der Oberflächenspannung vergrößert werden soll, muss »Kraft mal Weg«, also Arbeit, aufgewendet werden. Die Oberflächenspannung ist definiert über das Verhältnis der hierfür aufgewandten Arbeit dW , bezogen auf die Größe der neu geschaffenen Oberfläche dA (Einheit N/m), also:

$$\sigma = \frac{dW}{dA} \approx \frac{\Delta W}{\Delta A}$$

Daraus ergibt sich auch direkt das Messprinzip für die Oberflächenspannung, eine beispielhafte Vorrichtung hierzu ist in Abbildung 1.8 dargestellt. Zwischen einem festen Bügel und einem verschieblichen Steg befindet sich eine Flüssigkeitshaut des zu vermessenden Fluids (ähnlich einer Seifenblase). Zum Halten des Stegs (und Verschieben in Richtung einer Oberflächenvergrößerung) ist eine Kraft F notwendig. Die Oberflächenspannung σ bestimmt sich aus der aufgewandten Arbeit (Kraft mal Weg), bezogen auf die erreichte Oberflächenvergrößerung. Für die in Abbildung 1.8 dargestellten Verhältnisse folgt für eine kleine Verschiebung dx :

$$\sigma = \frac{dW}{dA} = \frac{F \cdot dx}{2 \cdot l \cdot dx} = \frac{F}{2 \cdot l}$$

Bzw.:

$$F = 2 \cdot \sigma \cdot l$$

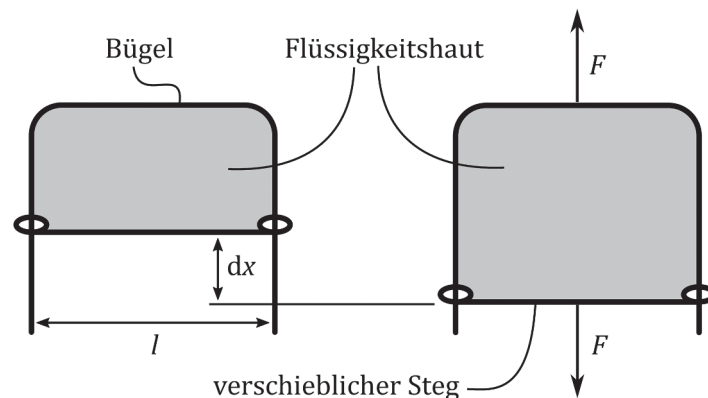


Abbildung 1.8 Einfache Messvorrichtung zur Bestimmung der Oberflächenspannung (Erklärung im Text).

Der Faktor 2 berücksichtigt, dass die Flüssigkeitshaut in der vorliegenden Versuchsanordnung zwei Oberflächen (eine Vorder- und eine Rückseite) besitzt, die beide um $l \cdot dx$ vergrößert werden.

Zahlenwerte für die Oberflächenspannung finden sich in der Literatur (z. B. [1]). Der Wert ist temperaturabhängig und sinkt in der Regel mit steigender Temperatur. Durch den Zusatz von oberflächenaktiven Substanzen (z. B. Tenside) kann die Oberflächenspannung einer Flüssigkeit drastisch herabgesetzt werden.

BEISPIEL

Die Oberflächenspannung von Wasser zu Luft beträgt bei 20 °C etwa 0,073 N/m und fällt mit steigender Temperatur ab (z. B. auf 0,061 N/m bei 90 °C). Durch Zugabe von Tensiden (wie Seife) kann die Oberflächenspannung weiter deutlich verkleinert werden. Daher gilt beim Händewaschen: Warmes Wasser und Seife!

Die Adhäsionskräfte zwischen einer Flüssigkeit und einem Festkörper sind meist deutlich größer als die zwischen einer Flüssigkeit und einem Gas. Ist die Adhäsionskraft zu einer angrenzenden Wand deutlich größer als die Kohäsion innerhalb der Flüssigkeit, ist diese bestrebt, möglichst viel Festkörperoberfläche zu benetzen. Der Kontakt zur Wand ist dann energetisch bevorzugt. Für diese in Abbildung 1.9 (rechts) dargestellte Situation kommt es zu einem Verlaufen der Flüssigkeit. Im umgekehrten Fall, also bei deutlich überwiegender Kohäsion, neigt die Flüssigkeit zu kleinstmöglichem Kontakt mit der Oberfläche, es kommt zur Ausbildung eines annähernd kugelförmigen Tropfens mit minimalem Kontakt, wie in Abbildung 1.9 links.

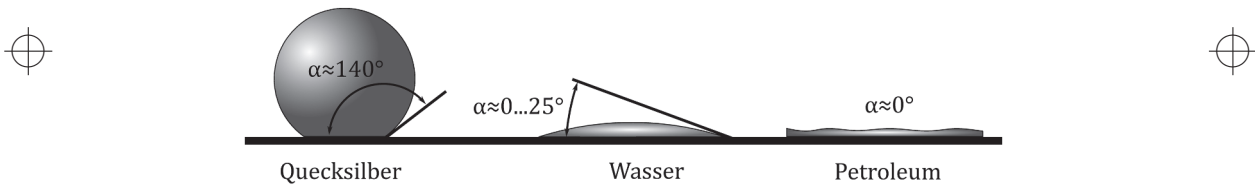


Abbildung 1.9 Ausbildung von Kontaktflächen verschiedener Flüssigkeiten auf einer Glasplatte mit Angabe ungefährr Kontaktwinkel (links nicht benetzend, Mitte und rechts teilweise bzw. vollständig benetzend).

Charakteristisch ist in allen Fällen der sich einstellende **Kontaktwinkel** α zwischen der freien Oberfläche und der festen Wand. Hier können nach Abbildung 1.9 zwei Fälle unterschieden werden: Ist die Anziehung der Fluidteilchen untereinander kleiner als die zwischen Fluid und Oberfläche, stellt sich ein Kontaktwinkel $< 90^\circ$ ein (z. B. Wasser/Glas oder Petroleum/Glas). Man spricht dann von einer teilweisen oder vollständigen **Benetzung** der Oberfläche. Für den umgekehrten Fall gilt $\alpha > 90^\circ$ (z. B. Quecksilber/Glas), es findet keine Benetzung statt. Der sich einstellende Kontaktwinkel hängt stets von der jeweiligen Kombination aus verwendetem Fluid, umgebendem Gas und vorliegendem Festkörper sowie dessen Oberflächenbeschaffenheit ab.

BEISPIEL

Bloß kein Kontakt: Quecksilber besitzt eine große Oberflächenspannung (0,47 N/m bei 20 °C). Ausgelaufenes Quecksilber benetzt die meisten Oberflächen nicht und bildet in diesen Fällen nahezu kugelförmige Tropfen mit kleinstmöglicher Oberfläche. Nach geeigneter Oberflächenbehandlung lässt sich dieser Effekt auch bei Wasser erzwingen: Rückstandsfreies Abperlen führt zu selbstreinigenden Oberflächen (»Lotosblüten-Effekt«).

Analog wirken Adhäsion und Kohäsion bei der Ausbildung einer freien Oberfläche in der Nähe einer Gefäßwand, wie in Abbildung 1.10 dargestellt. Bei einer benetzenden Material-Paarung kommt es zu einem »Hochziehen« der Flüssigkeit, im umgekehrten Fall wird diese an der Wand »herabgedrückt«. Die sich ausbildende Oberflächenwölbung im Gefäß wird als Meniskus bezeichnet.

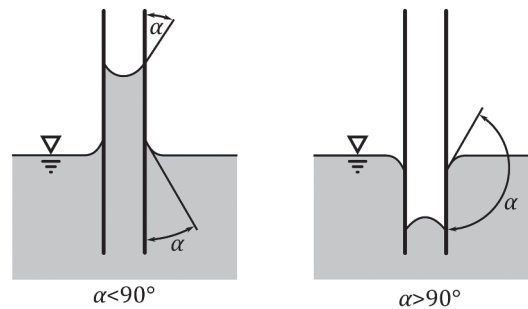


Abbildung 1.10 Ausbildung einer freien Flüssigkeitsoberfläche bei eingetauchter Kapillare (links benetzend, rechts nicht benetzend) mit Kontaktwinkel.

Der Einfluss der angrenzenden Festkörperoberfläche auf die Ausbildung der freien Oberfläche macht sich besonders deutlich bemerkbar, wenn die Grenzfläche zur Wand im Verhältnis zum Fluidvolumen groß wird, also z. B. in dünnen Kapillaren. Je nach Benetzungsgrad steigt dann das Fluid ein Stück weit in der Kapillare auf bzw. wird aus der Kapillare herausgedrückt (Kapillarwirkung). Der jeweilige Höhenunterschied stellt sich über ein Kräftegleichgewicht von Oberflächenspannung und Gewichtskraft der Flüssigkeitssäule ein. Der Benetzungswinkel am Meniskus bestimmt dabei die Krafrichtung der Oberflächenspannung. Wir betrachten dazu das in Abbildung 1.11 dargestellte Beispiel in einer Glaskapillare mit dem Innenradius R . Die Oberflächenspannung »zieht« entlang der Kontaktlinie zwischen Glas, Wasser und

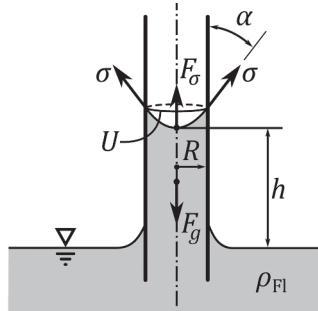


Abbildung 1.11 Kapillarwirkung mit dargestellten wirkenden Einzelkräften.

Luft = Umfangslinie U der Glaskapillare in die eingezeichnete Richtung. Der zur Schwerkraft senkrecht stehende Kraftanteil ist dabei:

$$F_\sigma = U \cdot \sigma \cdot \cos \alpha$$

Die Gewichtskraft der hochgezogenen Flüssigkeitssäule ist:

$$F_g = m_{Fl} \cdot g = V_{Fl} \cdot \rho_{Fl} \cdot g = A \cdot h \cdot \rho_{Fl} \cdot g$$

mit der Querschnittsfläche A der Kapillare. Gleichsetzen der beiden Kräfte und $U = 2 \cdot \pi \cdot R$ sowie $A = \pi \cdot R^2$ führt zur Steighöhe im Gleichgewichtszustand:

$$h = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \cos \alpha}{R \cdot \rho_{Fl} \cdot g} \quad (1.22)$$

Gl. (1.22) »funktioniert« auch für den nicht benetzenden Fall mit Hereindrücken der Flüssigkeitssäule (wie in Abbildung 1.10 rechts). Für einen Benetzungswinkel $\alpha > 90^\circ$ erhält man entsprechend negative Steighöhen. Mehr zu Oberflächenspannung und Kapillarität finden Sie z. B. in [4].

BEISPIEL

Wie groß ist die Steighöhe von Quecksilber ($\rho = 13500 \text{ kg/m}^3$) in einer Kapillare von 1 mm Durchmesser ($\sigma = 0,45 \text{ N/m}$, $\alpha = 140^\circ$)? Aus Gl. (1.22) folgt:

$$h = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \cos \alpha}{R \cdot \rho \cdot g} = \frac{2 \cdot 0,45 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \cos 140^\circ}{0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 13500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx -0,0104 \text{ m}$$

Hinweis: Das Vorzeichen weist auf ein Hereindrücken der Flüssigkeitssäule hin.

Dampfdruck und Kavitation

Als Dampfdruck wird derjenige Druck bezeichnet, bei dem eine Flüssigkeit anfängt zu siedeln. Der Dampfdruck hängt von der Temperatur ab, für einen reinen Stoff steigt er mit der Temperatur an. Für Wasser entspricht der Dampfdruck bei 100 °C gerade dem mittleren Umgebungsdruck (101325 Pa), bei 20 °C ist eine Druckabsenkung auf rund 2340 Pa notwendig, um Wasser zum »Kochen« zu bringen.

Den Dampfdruck für Wasser und andere technisch relevanten Flüssigkeiten in Abhängigkeit von der Temperatur finden Sie in Form von Tabellen (»Dampftafel«) oder Diagrammen in der Literatur (z. B. [3]). In Tabelle 1.1 sind einige Werte für Wasser wiedergegeben.

Temperatur T , °C	Dampfdruck p_0 , Pa
20	2339
40	7384
60	19940
80	47390
100	101325

Tabelle 1.1 Dampfdruck von Wasser in Abhängigkeit von der Temperatur.

Strömende Fluide erfahren entlang ihres Weges stets eine mehr oder weniger stark ausgeprägte Druckänderung. Wird dabei lokal der Dampfdruck des strömenden Fluids erreicht bzw. unterschritten, kann es zu einer Bildung von Dampfblasen kommen. Dieses Phänomen wird als **Kavitation** (lat. *cavus* = Hohlraum) bezeichnet. Die gebildeten Dampfblasen werden mit der Strömung weitergetragen und kollabieren in Bereichen höherer Drücke implosionsartig, was kleine, aber sehr schnelle Flüssigkeitsstrahlen verursachen kann. Durch die dabei auftretenden Kräfte kann es zu einer lokalen Schädigung der fluidnahen Oberflächen mit Materialerosion kommen (Kavitationserosion). Kavitation kann auch nützlich sein, wie z. B. zur Keimabtötung in Trinkwasser.

Auf einen Blick

- Die Strömungsmechanik beschäftigt sich mit dem mechanischen Verhalten von ruhenden und bewegten Fluiden. Sie gliedert sich in die Teilgebiete analytische, experimentelle und numerische Strömungsmechanik.

- Der Begriff des Fluids umfasst Gase und Flüssigkeiten. Wir sehen diese hier als ein Kontinuum an.
- Phasengrenzen zwischen nicht mischbaren Fluiden sowie zwischen Fluiden und Festkörpern werden als Grenzflächen bezeichnet.
- Spezielle Arten von Grenzflächen sind freie Oberflächen und Trennflächen. Diese richten sich in einem ruhenden Fluid stets senkrecht zur resultierenden Kraftwirkung aus.
- In der Strömungsmechanik verwenden wir verschiedene Stoffwerte und Zustandsgrößen, um die physikalischen Eigenschaften von Fluiden zu beschreiben.
- Der Zusammenhang von Druck, Temperatur und Dichte bzw. spezifischem Volumen eines Fluids ist über Zustandsgleichungen gegeben. Für Gase ist das wichtigste Beispiel hierfür die ideale Gasgleichung.
- Die Viskosität ist ein Maß für die Zähigkeit eines Fluids. Sie kann über einen Scherversuch bestimmt werden. Bei newtonschen Fluiden hängt sie nur von Druck und Temperatur ab. Für diesen Fall ist die durch Scherung in einem Fluid übertragene Schubspannung proportional zur Scherrate.
- Fluide in Ruhe können nur Normalkräfte übertragen, keine Querkkräfte. Zur Übertragung von Querkräften ist eine Relativbewegung der Teilchen untereinander notwendig (Scherung).
- Die Teilchen in einer Flüssigkeit erfahren Anziehungskräfte, welche zur Oberflächenspannung führen. Durch Wechselwirkungen an Grenzflächen kommt es abhängig vom Ausmaß der Benetzung zu Randkrümmung und Kapillareffekten.
- Sinkt in einer Strömung der Druck unter den Dampfdruck des strömenden Fluids, kann es zu Dampfblasenbildung und Kavitation kommen.

Übungsaufgaben

Übungsaufgabe 1.1

Am Grund des Marianengrabens wird ein Überdruck von 115 MPa (= 1150 bar) gemessen, die Dichte des Meerwassers an der Oberfläche beträgt 1029 kg/m^3 . Die (als konstant anzunehmende) mittlere Kompressibilität von Meerwasser ist $4,3 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$. Wie groß sind die Dichte und das spezifische Volumen am Meeresgrund? Um wie viel Prozent reduziert sich das Volumen?

Übungsaufgabe 1.2

Mit Hilfe eines rotierenden Zylinders soll die Viskosität einer Flüssigkeit unter Annahme eines Newtonschen Verhaltens abgeschätzt werden (Abbildung 1.12). Die Höhe der benetzten Mantelflächen beträgt $h = 50$ cm, der mittlere Durchmesser zwischen innerer und äußerer Mantelfläche ist $D = 15$ cm, und die Dicke des Flüssigkeitsspalt ist $s = 1$ mm. Aufgrund des großen Verhältnisses D/s darf der Ringspalt näherungsweise als eben angesehen werden, d. h., alle Flächen und Kräfte sollen über den mittleren Durchmesser D bestimmt werden. Die Stirnseiten des rotierenden Zylinders sind nicht mit Fluid benetzt. Bei einer Drehzahl von $n = 200 \text{ min}^{-1}$ wird ein Reaktionsmoment von $M = 0,5 \text{ Nm}$ gemessen. Wie groß ist die dynamische Viskosität des Fluids?

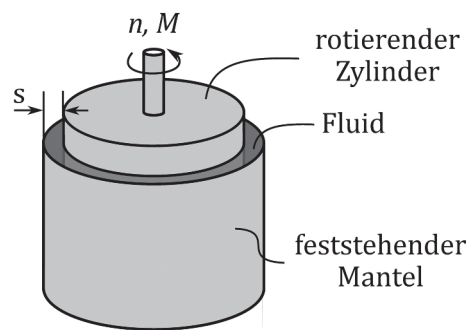


Abbildung 1.12 Aufbau eines Rotationsviskosimeters.

Übungsaufgabe 1.3

In einem senkrecht stehenden, sauberen Glasrohr befindet sich Wasser (Dichte $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, Oberflächenspannung $\sigma = 0,073 \text{ N/m}$). Der Kontaktwinkel zwischen Wasser und Glas soll mit $\alpha = 10^\circ$ angenommen werden. Welchen Durchmesser muss das Röhrchen haben, damit die Flüssigkeitssäule durch den Kapillareffekt 3 mm hochgezogen wird? Wie groß wäre die Steighöhe bei einer vollständigen Benetzung ($\alpha = 0^\circ$)?

