Inhaltsverzeichnis

Einführung 17

Zu diesem Buch 17
Konventionen in diesem Buch 18
Was Sie nicht lesen müssen 19
Falsche Voraussetzungen 19
Wie dieses Buch aufgebaut ist 19
Teil I: Einführung der Integration 19
Teil II: Unbestimmte Integrale 20
Teil III: Fortgeschrittene Integration 20
Teil IV: Unendliche Reihen 21
Teil V: Fortgeschrittene Themen 21
Teil VI: Der Teil der Zehn 22
Symbole in diesem Buch 22
Wie es weitergeht 22

Teil I
Einführung in die Integration 25

Kapitel 1
Ein flächendeckender Ansatz für das Flächenproblem 27

Es geht um die Fläche! 28
Vergleich der klassischen und der analytischen Geometrie 28
Ein neuer Studienbereich 29
Verallgemeinerung des Flächenproblems 30
Das bestimmte Integral liefert bestimmte Antworten 31
Aufgeschnitten 34
Annäherung an ein schwieriges Problem mit Hilfe von Rechtecken 35
Eine Formel für die Flächenbestimmung aufbauen 37
Definition des Unbestimmten 42
Mit der Integration Aufgaben lösen 43
Ganz einfach: Die Fläche zwischen Kurven bestimmen 44
Die lange und kurvige Straße 44
Drehkörper 45
Unendliche Reihen 45
Folgen und Reihen unterscheiden 45
Reihen auswerten 46
Konvergente und divergente Reihen erkennen 47
Fortschreiten in die fortgeschrittene Mathematik 47
Mannigfaltige Analysis 48
Differentialgleichungen 48
Fourier-Analyse 49
Numerische Analyse 49

Kapitel 2
Weg mit den Geistern der Vergangenheit: Ein Überblick über die Grundlagen der Analysis und Analysis I 51

Vergessen aber immer präsent: Ein Überblick über die Grundlagen der Analysis 52
Fakten über Fakultäten 52
Polynome aufpolieren 53
Potenzial durch Potenzen (Exponenten) 53
Die trigonometrische Notation 55
Winkel mit dem Bogenmaß vereinen 56
Allgemeine Funktionen graphisch darstellen 57
Asymptoten 60
Transformation stetiger Funktionen 60
Einige wichtige trigonometrische Beziehungen identifizieren 61
Polarkoordinaten 63
Zusammenfassendes über die Sigma-Notation 65
Jüngste Erinnerungen: Ein Rückblick auf Analysis I 66
Grenzen kennen 66
Steigungen mit Hilfe von Ableitungen bestimmen 68
Die Grenzwertformel für Ableitungen 69
Zwei Notationen für Ableitungen 69
Die Differentiation verstehen 70
Mit der Regel von L'Hospital Grenzwerte bestimmen 77
Bestimmte und unbestimmte Formen von Grenzwerten verstehen 77
Die Regel von L'Hospital – Einführung 79
Alternative unbestimmte Formen 80

Kapitel 3
Vom Bestimmten zum Unbestimmten: Das unbestimmte Integral (Stammfunktion) 85

Eine Annäherung an die Integration 86
Drei Wege, Fläche mit Hilfe von Rechtecken anzunähern 86
Der Schlupffaktor 90
Zwei weitere Methoden, Fläche anzunähern 90
Summenformeln im Überblick 95
Die Summenformel für Aufzählungen 95
Die Summenformel für Quadratzahlen 96
Die Summenformel für Kubikzahlen 96
Schlimmer geht's immer: Berechnung bestimmter Integrale mit Hilfe der Riemann-Summenformel 97
Die Integrationsgrenzen einsetzen 97
Die Funktion als Summe mit i und n ausdrücken 98
Die Summe berechnen 99
Das Problem mit einer Summenformel lösen 100
Den Grenzwert berechnen 100

Licht am Ende des Tunnels:
Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung (HDI) 101
Den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung verstehen 102
Was hat die Steigung damit zu tun? 103
Einführung in die Flächenfunktion 104
Mathematische Verknüpfung von Steigung und Fläche 105
Eine dunkle Seite des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung 106
Ihr neuer bester Freund: Das unbestimmte Integral (Stammfunktion) 107
Einführung der Anti-Differentiation 107
Flächenprobleme ohne die Riemann-Summenformel lösen 108
Vorzeichenbehaftete Fläche verstehen 111
Unterscheidung bestimmter und unbestimmter Integrale 112

Teil II
Unbestimmte Integrale 115

Kapitel 4
Integration aus der Tüte: Einfach nur Wasser hinzufügen (und C) 117

Grundlegende Integrale berechnen 117
Die 17 grundlegenden Anti-Ableitungen für die Integration verwenden 118
Drei wichtige Integrationsregeln 120
Und was ist mit den anderen Regeln passiert? 122
Berechnung schwierigerer Integrale 122
Polynome integrieren 122
Rationale Ausdrücke integrieren 123
Mit Hilfe von Beziehungen trigonometrische Funktionen integrieren 123
Integrierbarkeit verstehen 125
Die beiden Täuschungsmanöver der Integrierbarkeit 125
Was bedeutet Integrierbarkeit eigentlich? 127

Kapitel 5
Schneller Wechsel: Variablensubstitution 129

Anwendung der Variablensubstitution 129
Das Integral verschachtelter Funktionen bestimmen 130
Das Integral eines Produkts bestimmen 132
Integration einer Funktion, die mit einer Menge verschachtelter Funktionen multipliziert wird 133
Erkennen, wann die Substitution anzuwenden ist 135
Verschachtelte Funktionen integrieren 135
Eine Abkürzung für verschachtelte Funktionen 137
Substitution, wenn ein Teil einer Funktion zu dem anderen Teil differenziert wird 141
Mit Hilfe der Substitution bestimmte Integrale berechnen 144

Kapitel 6
Partielle Integration 147

Partielle Integration – Einführung 147
Umkehr der Produktregel 148
Wissen, wie die partielle Integration durchgeführt wird 149
Wissen, wann eine partielle Integration angebracht ist 150
Partielle Integration mit der DI-agonal-Methode 152
Die DI-agonal-Tabelle 152
Anwendung der DI-agonal-Methode 152

Kapitel 7
Trigonometrische Substitution: Kennen Sie alle Dreiecke? 163

Die sechs trigonometrischen Funktionen integrieren 163
Potenzen von Sinus und Kosinus integrieren 164
Ungerade Potenzen von Sinus und Kosinus 164
Gerade Potenzen von Sinus und Kosinus 165
Potenzen von Tangens und Sekans integrieren 166
Gerade Potenzen von Sekans mit Tangens 167
Ungerade Potenzen von Tangens mit Sekans 167
Ungerade Potenzen von Tangens ohne Sekans 167
Gerade Potenzen von Tangens ohne Sekans 168
Gerade Potenzen von Sekans ohne Tangens 168
Ungerade Potenzen von Sekans ohne Tangens 168
Gerade Potenzen des Tanges mit ungeraden Potenzen des Sekans 169
Potenzen von Kotangens und Kosekans integrieren 170
Integration seltsamer Kombinationen trigonometrischer Funktionen 171
Funktionen mit Hilfe von Beziehungen umformen 171
Anwendung der trigonometrischen Substitution 172
Drei Fälle für die trigonometrische Substitution unterscheiden 173
Die drei Fälle integrieren 174
Wissen, wann eine trigonometrische Substitution zu vermeiden ist 182

Kapitel 8
Wenn sonst nichts mehr geht: Integration durch Partialbrüche 183

Seltsam aber wahr: Partialbrüche verstehen 183
Partialbrüche genauer betrachtet 184
Partialbrüche für rationale Ausdrücke verwenden 184
Integrale mit Hilfe von Partialbrüchen lösen 185
Einrichtung von Partialbrüchen abhängig von der Situation 186
Das ABC der Unbekannten 190
Partialbrüche integrieren 193
Unechte rationale Ausdrücke integrieren 196
Echte und unechte rationale Ausdrücke unterscheiden 196
Zurück zur Polynomdivision 197
Ein Beispiel 199

Teil III
Integration für Fortgeschrittene 203

Kapitel 9
Flächendeckend Flächenprobleme lösen 205

Machen wir zwei daraus 205
Uneigentliche Integrale 207
Es wird horizontal 207
In die Vertikale! 209
Flächenprobleme mit mehreren Funktionen lösen 212
Die Fläche unter mehr als einer Funktion finden 212
Die Fläche zwischen zwei Funktionen bestimmen 214
Die Suche nach dem Zeichen 217
Vorzeichenlose Fläche zwischen Kurven mit Hilfe eines schnellen Tricks bestimmen 218
Der Mittelwertsatz der Integralrechnung 220
Bogenlängen berechnen 223

Kapitel 10
Volumen den ganzen Tag: Mit Analysis 3D-Aufgaben lösen 225

Schneiden Sie sich den Weg frei! 225
Das Volumen eines Körpers mit kongruenten Querschnitten bestimmen 226
Das Volumen eines Körpers mit ähnlichen Querschnitten bestimmen 227
Das Volumen einer Pyramide bestimmen 228
Das Volumen eines unregelmäßigen Körpers bestimmen 229
Ein Problem auf die Seite gelegt 230
Zwei revolutionäre Probleme 232
Ihr Verständnis für Rotationskörper verfestigen 232
Die Rotationsfläche bestimmen 234
Den Abstand ermitteln 236
Lassen Sie sich einwickeln! 239
Das Etikett einer Suppendose entfernen und messen 240
Anwendung der Mantelflächenmethode 241
Wissen, wann und wie 3D-Aufgaben zu lösen sind 243

Teil IV
Unendliche Reihen 245

Kapitel 11
Folgen und Reihen 247

Unendliche Folgen 247
Notationen für Folgen 248
Konvergente und divergente Folgen 249

Unendliche Reihen 250
Die Sigma-Notation 252
Sigma-Notation in erweiterter Form 252
Mehrere Methoden für die Sigma-Notation 253
Die Faktorregel für Reihen 253
Die Summenregel für Reihen 254
Verknüpfung einer Reihe mit ihren zwei verwandten Folgen 255
Eine Reihe und ihre definierende Folge 255
Eine Reihe und ihre Partialsummenfolgen 256
Geometrische Reihen und P-Reihen erkennen 257
Geometrische Reihen 257
Die p-Reihe 260

Kapitel 12
Wohin führt das Ganze? Konvergenzkriterien 263

Wir beginnen ganz vorne 263
Das Trivialkriterium 264
Viele Wege führen nach Rom 265
Tests in eine Richtung 265
Tests in zwei Richtungen 266
Vergleichstests 266
Direkte Antworten mit dem direkten Vergleichstest suchen 267
Die Grenzen mit dem Grenzwertvergleichstest austesten 269
Tests auf Konvergenz und Divergenz in zwei Richtungen 272
Eine Lösung mit dem Integralkriterium finden 272
Aufgaben mit dem Quotientenkriterium rational lösen 274
Mit dem Wurzelkriterium zu den Wurzeln unserer Antworten 275
Alternierende Reihen 276
Zwei Formen grundlegender alternierender Reihen erkennen 277
Aus alt mach neu 277
Auf konvergenten positiven Reihen basierende alternierende Reihen 278
Der Test auf alternierende Reihen 278
Absolute und bedingte Konvergenz verstehen 280
Alternierende Reihen testen 282

Kapitel 13
Schicke Funktionen mit der Taylor-Reihe 285

Grundlegende Funktionen 285
Zwei Nachteile von grundlegenden Funktionen 286
Warum sind Polynome so nett? 286
Grundlegende Funktionen als Polynome darstellen 286
Grundlegende Funktionen als Reihen darstellen 287

Potenzreihen: Doping für Polynome 287
Potenzreihen integrieren 288
Das Konvergenzintervall verstehen 289
Funktionen als Reihen ausdrücken 292
sin x als Reihe ausdrücken 292
cos x als Reihe ausdrücken 294
Die Maclaurin-Reihe 295
Die Taylor-Reihe 298
Rechnen mit der Taylor-Reihe 299
Konvergente und divergente Taylor-Reihen betrachten 299
Funktionen ausdrücken und Funktionen annähern 301
Fehlerspannen für Taylor-Polynome berechnen 302
Warum funktioniert die Taylor-Reihe? 304

Teil V
Fortgeschrittene Themen 307

Kapitel 14
Mehrdimensionale Analysis 309

Vektoren visualisieren 309
Vektoren – Grundlagen 310
Vektoren und Skalare unterscheiden 311
Rechnen mit Vektoren 312
Der Sprung in eine andere Dimension 316
Verwendung alternativer 3D-Koordinatensysteme 317
Funktionen von mehreren Variablen 320
Partielle Ableitungen 322
Steigung in drei Dimensionen messen 322
Partielle Ableitungen auswerten 323
Mehrfachintegrale 324
Volumen unter einer Oberfläche messen 324
Mehrfachintegrale berechnen 325

Kapitel 15
Was ist so anders an Differentialgleichungen? 329

Grundlagen der Differentialgleichungen 329
DGs klassifizieren 330
Genauere Betrachtung der DGs 332
Differentialgleichungen lösen 335
Separierbare Gleichungen lösen 335
Anfangswertprobleme (AWPs) lösen 336
Einen Integrationsfaktor verwenden 338

Teil VI
Der Teil der Zehn 343

Kapitel 16
Zehn Aha!-Einsichten in Analysis II 345

Integrieren bedeutet, die Fläche zu bestimmen 345
Beim Integrieren ist Fläche vorzeichenbehaftete Fläche 345
Integration ist spektakuläre Addition 346
Integration verwendet unendlich viele unendlich dünne Scheiben 346
Integration beinhaltet einen Schlupffaktor 346
Die Berechnung eines bestimmten Integrals ergibt eine Zahl 347
Die Berechnung eines unbestimmten Integrals ergibt eine Funktion 347
Integration ist inverse Differentiation 347
Jede unendliche Reihe hat zwei zugehörige Folgen 348
Jede unendliche Reihe konvergiert oder divergiert 348

Kapitel 17
ZehnTipps, um die Prüfung zu bestehen 351

Atmen! 351
Lesen Sie sich die Prüfung genau durch! 351
Die einfachste Aufgabe als Erstes lösen! 352
Vergessen Sie nicht, dx und + C hinzuschreiben! 352
Machen Sie es sich so einfach wie möglich! 352
Wenn Sie stecken bleiben, kritzeln Sie! 352
Wenn Sie wirklich stecken bleiben, überspringen Sie die Aufgabe! 353
Prüfen Sie Ihre Antworten! 353
Wenn eine Lösung keinen Sinn ergibt, kommentieren Sie sie! 353
Wiederholen Sie Ihr Mantra »Ich tue mein Bestes«, und tun Sie dann Ihr Bestes! 353

Stichwortverzeichnis 355