

# Entdeckungen und wesentliche Grundlagen der Quantenphysik



## *In diesem Kapitel ...*

- ▶ Einführung der Quantisierung und unteilbarer Einheiten
- ▶ Experimente mit Wellen, die sich wie Teilchen verhalten
- ▶ Experimente mit Teilchen, die sich wie Wellen verhalten
- ▶ Unschärfe und Wahrscheinlichkeiten

---

**D**er klassischen Physik zufolge sind Teilchen Teilchen und Wellen Wellen. Beide haben keine Gemeinsamkeiten. Teilchen besitzen eine Energie  $E$  und einen Impulsvektor  $\mathbf{p}$ , und das ist alles. Dagegen besitzen Wellen, wie beispielsweise Lichtwellen, eine Amplitude  $A$  und einen Wellenvektor  $\mathbf{k}$  (wobei der Betrag von  $\lambda \mathbf{k}$ ,  $|\mathbf{k}| = 2\pi/\lambda$  und  $\lambda$  die Wellenlänge ist), der in die Richtung zeigt, in die sich die Welle fortpflanzt. Und das ist, der klassischen Physik zufolge, auch hier alles.

Aber die Wirklichkeit sieht anders aus – es zeigt sich, dass Teilchen einen wellenartigen Charakter besitzen können, genauso wie Wellen einen Teilchencharakter. Hauptsächlich weil uns klar geworden ist, dass Wellen (z. B. Licht) sich wie Teilchen (z. B. Elektronen) verhalten können und umgekehrt, kann die Quantenphysik heute eine so äußerst wichtige Rolle in der Welt der Physik spielen. Dieses Kapitel wirft einen Blick auf die Herausforderungen, denen sich die Physik zu Beginn des 20. Jahrhunderts gegenüber sah, und zeigt, wie die Quantenphysik diese Herausforderungen nach und nach löste. Bis zu diesem Zeitpunkt war es der klassischen Physik möglich, alles, aber auch alles genau zu erklären. Aber diese vertrackten Experimentalphysiker waren unermüdlich, und damals brachten sie eine ganze Reihe von Ergebnissen, die die theoretischen Physiker nicht erklären konnten. Das war für diese natürlich unerträglich, und so machten sie sich an die Arbeit. Die Probleme kamen aus der mikroskopischen Welt, jener Welt, die zu klein ist, als dass man sie sehen könnte. In der üblichen, makroskopischen Welt konnte die klassische Physik fast alles erklären; wenn es aber um Effekte im Zusammenhang mit der Mikrowelt ging, begann sie zu versagen. Wenn man sich dieses Versagen genauer ansieht, erhält man eine gute Einführung in die Quantenphysik und versteht, warum sie notwendig ist.

## ***Diskret werden: Der Ärger mit der Strahlung schwarzer Körper***

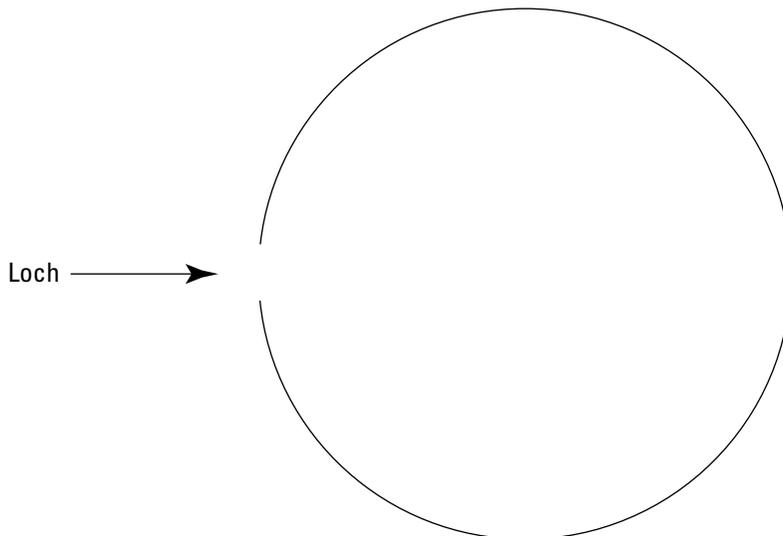
Eine der wesentlichen Neuerungen der Quantenphysik ist natürlich die *Quantisierung* – das Auftreten von diskreten, unteilbaren, nicht-kontinuierlichen Einheiten. Diese Idee der Quantisierung, wie etwa die der Energie, wurde im Zusammenhang mit einer der ersten

Herausforderungen der klassischen Physik entwickelt: Der Strahlung eines schwarzen Körpers.

Wenn man einen Körper erhitzt, beginnt er zu glühen. Doch auch bevor dieses Glühen sichtbar wird, strahlt der Körper, nämlich im infraroten Bereich des Spektrums. Der Grund für dieses Glühen eines Körpers beim Erhitzen ist, dass Elektronen an der Oberfläche des Materials thermisch angeregt werden, und dass beschleunigte oder abgebremste Elektronen Licht aussenden.

Die Physiker beschäftigten sich im späten 19. und frühen 20. Jahrhundert vor allem mit dem Lichtspektrum, das von sogenannten schwarzen Körpern ausgesendet wird. Ein *schwarzer Körper* ist ein Stoff, der seiner Temperatur entsprechend strahlt, aber auch Licht aus seiner Umgebung absorbiert und reflektiert. Um das Problem möglichst einfach zu halten, nimmt die Physik jedoch an, dass ein schwarzer Körper nicht reflektiert sondern alles einfallende Licht absorbiert (daher der Name *schwarzer Körper*, denn ein Objekt erscheint vollkommen schwarz, wenn es das gesamte einfallende Licht absorbiert). Wenn man einen schwarzen Körper erhitzt, beginnt er zu strahlen, das heißt, er emittiert Licht.

Es war nicht leicht, einen vollkommen schwarzen Körper zu entwickeln, denn welches Material absorbiert schon 100 % des einfallenden Lichts und reflektiert überhaupt nicht. Aber Physiker sind zumeist überaus findig, und sie entwickelten Hohlkörper mit einem Loch, wie in Abbildung 1.1 dargestellt.



*Abbildung 1.1: Ein schwarzer Körper*

Wenn man Licht auf das Loch fallen lässt, wird alles in das Innere des Hohlkörpers gelangen, wo es dann wieder und wieder reflektiert wird, bis es schließlich absorbiert wird (ein verschwindend geringer Anteil wird wieder durch das Loch entkommen). Wenn man den Hohlkörper erhitzt, wird das Loch zu glühen beginnen. Damit ist das Ziel erreicht: eine ziemlich gute Annäherung an einen vollkommenen schwarzen Körper.

Das Spektrum eines schwarzen Körpers und Versuche, es zu modellieren, sind in Abbildung 1.2 für zwei verschiedene Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  dargestellt. Das Problem war, dass niemand in der Lage war, eine theoretische Erklärung für die beobachteten Spektren zu geben. Jeder Ansatz der klassischen Physik erwies sich als falsch.

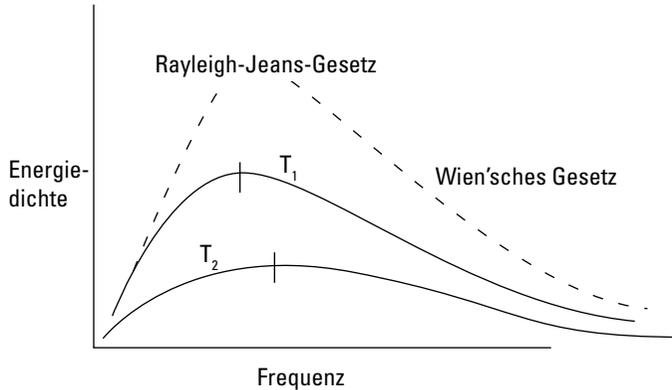


Abbildung 1.2: Das Spektrum eines schwarzen Körpers

### Der erste Versuch: Das Wien'sche Gesetz

Der erste, dem es gelang, einen Teil des Spektrums eines schwarzen Körpers zu erklären, war 1889 Wilhelm Wien. Mithilfe der klassischen Thermodynamik entwickelte er folgende Formel:

$$u(\nu, T) = A\nu^3 e^{-\beta\nu/T}$$

Dabei sind  $A$  und  $\beta$  Konstanten, die sich aus der experimentellen Anordnung ergeben,  $\nu$  ist die Frequenz des Lichts und  $T$  die Temperatur des schwarzen Körpers. (Das Spektrum ist angegeben als  $u(\nu, T)$ , also der Energiedichte des emittierten Lichts als Funktion der Frequenz und der Temperatur.)

Die Gleichung, das Wien'sche Verschiebungsgesetz, liefert sehr gute Ergebnisse für hohe Frequenzen, wie in Abbildung 1.2 zu sehen ist; für niedrige Frequenzen versagt es hingegen.

### Der zweite Versuch: Das Rayleigh-Jeans-Gesetz

Der nächste Versuch, das Spektrum eines schwarzen Körpers zu erklären, war das Rayleigh-Jeans-Gesetz, das um 1900 entwickelt wurde. Dieses Gesetz beschreibt das Spektrum durch folgende Formel:

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT$$

wobei  $k$  die Boltzmann-Konstante ist ( $1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$ ). Allerdings zeigte sich, dass beim Rayleigh-Jeans-Gesetz die Probleme – im Gegensatz zum Wien'schen Gesetz – im Bereich hoher Frequenzen lagen. Während es für niedrige Frequenzen gut mit den beobachteten Daten

übereinstimmt (siehe Abbildung 1.2), divergiert es für hohe Frequenzen. Dieses Phänomen nannte man die *Ultraviolett-Katastrophe*, da die beste Beschreibung, die man hatte, bei hohen Frequenzen (also im ultravioletten Bereich) unendlich hohe Energiedichten lieferte. Damit war die Zeit reif für die Quantenmechanik.

### Ein intuitiver (Quanten-)Sprung: Das Planck'sche Spektrum

Es war schwierig, das Problem der Strahlung schwarzer Körper zu lösen; dies führte zu den Anfängen der Quantenphysik. Max Planck machte damals einen revolutionären Vorschlag. Was ist, wenn der Betrag an Energie, den eine Lichtwelle mit Materie austauschen kann, nicht kontinuierlich ist, wie es die klassische Physik fordert, sondern *diskret* (unteilbar)? Mit anderen Worten, Planck behauptete, dass die Energie des Lichts, das von den Wänden des Schwarzkörper-Hohlraums ausgestrahlt wird, nur in ganzzahligen Vielfachen einer Größe  $h\nu$  auftritt, wobei  $h$  eine universelle Konstante ist:

$$E = nh\nu, \text{ wobei } n = 1, 2 \dots$$

Mit dieser Theorie, die am Anfang des 20. Jahrhunderts reichlich verrückt klang, wandelte Planck die kontinuierlichen Integrale der Rayleigh-Jeans-Theorie in diskrete Summen über eine unendliche Zahl von Summanden um. Durch diese Änderung gelangte Planck zur folgenden Formel für das Spektrum der Strahlung eines schwarzen Körpers:

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Diese Gleichung erwies sich als voller Erfolg; sie beschrieb das Spektrum eines schwarzen Körpers genau, sowohl für niedrige als auch für hohe Frequenzen (und natürlich auch für mittlere).

Das war eine revolutionäre Vorstellung. Planck sagte, dass die Energie strahlender Oszillatoren im schwarzen Körper nicht jeden beliebigen Wert annehmen kann, wie es nach der klassischen Theorie möglich ist; vielmehr gibt es nur bestimmte, *quantisierte* Energien. Planck nahm darüber hinaus an, dass dies für *jeden* Oszillator gilt – die Energie eines jeden Oszillators beträgt ein ganzzahliges Vielfaches von  $h\nu$ .



In der Folge wurde diese Planck'sche Theorie als Planck'sches Gesetz bekannt; die Konstante  $h$  wird als *Planck'sches Wirkungsquantum* bezeichnet:  $h = 6,626 \times 10^{-34}$  Js. Die Forderung, dass die Energie aller Oszillatoren quantisiert ist, war die Geburtsstunde der Quantenphysik.

Man kann sich fragen, wie Planck auf diese Idee kam, da sie keine offensichtliche Lösung ist. Warum sollen Oszillatoren nur mit bestimmten Energien schwingen können? Wie kann man all das erklären? Unabhängig von den Antworten auf diese Fragen: Die Revolution war da, und niemand konnte sie aufhalten.

## Stück für Stück: Licht als Teilchen

Licht als Teilchen? Besteht Licht nicht aus Wellen? Es stellte sich heraus, dass Licht sowohl Wellen- als auch Teilcheneigenschaften aufweisen kann. Der folgende Abschnitt liefert für beides Beweise.

### Die Erklärung des photoelektrischen Effektes

Der photoelektrische Effekt war ein weiteres der vielen experimentellen Ergebnisse, die die Krise der klassischen Physik am Beginn des 20. Jahrhunderts auslösten. Seine Erklärung war eigentlich einer der ersten Erfolge Einsteins; zudem liefert der Effekt einen Beweis für die Quantisierung von Licht. Es ging dabei um Folgendes:

Wenn man ein Metall mit Licht bestrahlt, wie es in Abbildung 1.3 dargestellt ist, werden Elektronen emittiert, denn sie absorbieren das einfallende Licht und wenn sie genügend Energie aufnehmen, können sie die Metalloberfläche verlassen. Der klassischen Physik zufolge besteht Licht aus Wellen, und diese können jeden beliebigen Energiebetrag mit dem Metall austauschen. Wenn man also ein Stück Metall mit Licht bestrahlt, sollten die Elektronen im Metall das Licht absorbieren und so nach und nach genügend Energie aufnehmen, um es verlassen zu können. Daraus folgt, dass die kinetische Energie der emittierten Elektronen umso größer sein sollte, je mehr Licht auf das Metall fällt. Bei sehr schwachen Lichtstrahlen sollten überhaupt keine Elektronen austreten (es sei denn nach mehreren Stunden).

Aber das entspricht nicht den Beobachtungen: Sobald Licht auf das Metall fällt, treten Elektronen aus. Unabhängig davon, wie schwach die Intensität des einfallenden Lichts ist, *werden* Elektronen emittiert, und zwar sofort (und in einigen Experimenten arbeiteten die Experimentalphysiker mit so schwachem Licht, dass die Emission von Elektronen Stunden erfordern sollte).

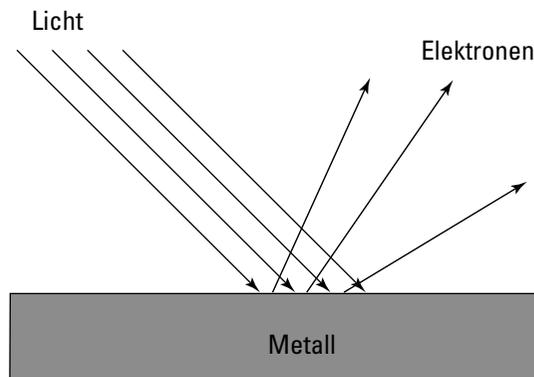


Abbildung 1.3: Der photoelektrische Effekt

Die Experimente mit dem photoelektrischen Effekt ergeben, dass die kinetische Energie  $E_{\text{kin}}$  der emittierten Elektronen nur von der Frequenz, nicht aber von der Intensität des einfallenden Lichts abhängt, wie in Abbildung 1.4 dargestellt ist.

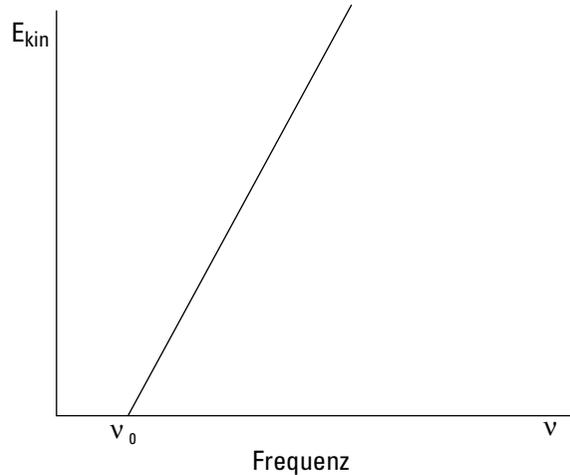


Abbildung 1.4: Kinetische Energie der emittierten Elektronen als Funktion der Frequenz des einfallenden Lichts

Dabei wird  $\nu_0$  *Schwellfrequenz* genannt; benutzt man Licht mit einer geringeren Frequenz, werden überhaupt keine Elektronen emittiert. Die emittierten Elektronen stammen aus dem sogenannten freien Elektronengas des Metalls (alle Metalle besitzen ein solches freies Elektronengas). Damit sie aus dem Metall austreten können, muss man ihnen eine Energie zuführen, die der Austrittsarbeit  $W$  des Metalls entspricht. Also gilt  $W = h\nu_0$ .

Die Ergebnisse konnte man klassisch nicht erklären. Hier kommt nun Einstein ins Spiel. Das war in seinem großen Jahr 1905. Ermutigt von Plancks Erfolg (siehe den vorangegangenen Abschnitt) forderte Einstein, dass nicht nur Oszillatoren quantisiert sind, sondern auch Licht: es besteht aus unteilbaren Einheiten, die man *Photonen* nennt. Licht, so schlug er vor, kann sich sowohl wie ein Teilchen als auch wie eine Welle verhalten.

Nach dieser Vorstellung treffen die Photonen, wenn Licht auf eine Metalloberfläche fällt, auf die freien Elektronen und werden dabei jeweils von einem Elektron absorbiert. Nur wenn die Energie  $h\nu$  des Photons größer als die Austrittsarbeit des Metalls ist, kann das Elektron das Metall verlassen. Es gilt:

$$h\nu = W + E_{kin}$$

wobei  $W$  die Austrittsarbeit des Metalls und  $E_{kin}$  die kinetische Energie des emittierten Elektrons ist. Auflösen nach  $E_{kin}$  ergibt:

$$E_{kin} = h\nu - W$$

Man kann diese Gleichung auch mithilfe der Schwellfrequenz  $\nu_0$  schreiben:

$$E_{kin} = h(\nu - \nu_0)$$

Ganz augenscheinlich ist Licht also nicht nur eine Welle; manchmal verhält es sich wie Teilchen, die Photonen. Mit anderen Worten: Licht ist quantisiert.

Dieses Ergebnis Einsteins war völlig unerwartet, obwohl es auf die früheren Arbeiten Plancks zurückgriff. Licht ist also *quantisiert*? Es besteht aus unteilbaren Energieeinheiten? Was kommt als Nächstes?

### ***Streuung von Licht an Elektronen: Der Compton-Effekt***

Einer Welt, die sich immer noch weigerte, sich Licht als Teilchen vorzustellen (siehe den vorhergehenden Abschnitt), versetzte Arthur Compton mit dem nach ihm benannten Effekt den letzten Schlag. Seine Experimente befassten sich mit der Streuung von Photonen an Elektronen, wie Abbildung 1.5 zeigt.

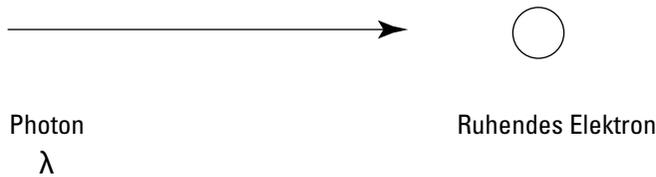


Abbildung 1.5: Licht fällt auf ein ruhendes Elektron

Licht mit einer Wellenlänge  $\lambda$  fällt auf ein ruhendes Elektron. Dabei wird es gestreut, wie Abbildung 1.6 zeigt.

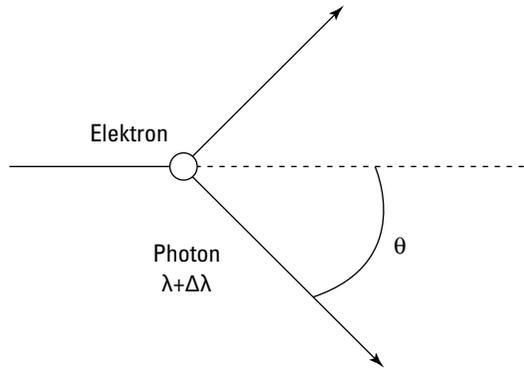


Abbildung 1.6: Photonenstreuung an einem Elektron

Der klassischen Physik zufolge sollte folgendes passieren: Das Elektron absorbiert das einfallende Licht, beginnt zu schwingen und emittiert es dann wieder mit der ursprünglichen Wellenlänge und mit einer Intensität, die von der Intensität des einfallenden Lichts abhängt. Aber genau dies wurde nicht beobachtet; vielmehr erhöht sich die Wellenlänge um einen Betrag  $\Delta\lambda$ , den sogenannten *Wellenlängenshift*. Das gestreute Licht besitzt also eine Wellenlänge  $\lambda + \Delta\lambda$ , was mit anderen Worten bedeutet, dass es an Energie verloren hat.  $\Delta\lambda$  hängt im Übrigen vom Streuwinkel  $\theta$  ab, nicht aber von der Intensität des einfallenden Lichts.

Arthur Compton konnte die Ergebnisse seiner Experimente nur erklären, wenn er annahm, dass er es mit zwei Teilchen zu tun hatte, nämlich einem Photon und einem Elektron. Das bedeutet, dass er Licht als einzelne Teilchen behandeln musste, nicht als Welle. Zudem musste er annehmen, dass Photon und Elektron einen elastischen Stoß ausführten, dass also bei dem Stoß sowohl die gesamte kinetische Energie als auch der Gesamtimpuls erhalten blieben.

Unter der Annahme, dass sowohl das Licht als auch das Elektron Teilchen sind, konnte Compton die folgende Formel für die Erhöhung der Wellenlänge herleiten (wenn man annimmt, dass Licht aus Photonen der Energie  $h\nu$  und des Impulses  $p = E/c$  besteht, ist die Ableitung ziemlich einfach):

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta)$$

wobei  $h$  die Plank'sche Konstante,  $m_e$  die Elektronenmasse,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit und  $\theta$  der Streuwinkel sind.

Manchmal wird diese Gleichung auch wie folgt geschrieben:

$$\Delta\lambda = 4\pi\lambda_c \sin^2(\theta/2)$$

wobei  $\lambda_c = h/m_e c$  die Compton-Wellenlänge eines Elektrons ist (mit  $\hbar = h/2\pi$ ). Alle Experimente bestätigen diese Gleichungen – in beiden Formen.

Es soll an dieser Stelle noch einmal darauf hingewiesen werden, dass Compton zur Herleitung dieser Gleichung annehmen musste, dass sich Licht wie ein Teilchen verhält, nicht wie eine Welle. Ein weiteres Mal dominierte der Teilchencharakter von Licht über dessen Wellencharakter.

## ***Das Positron als Beweis? Dirac und die Paarerzeugung***

Im Jahr 1928 sagte der Physiker Paul Dirac die Existenz eines positiv geladenen Anti-Elektrons voraus, des sogenannten *Positrons*. Er arbeitete an einer Erweiterung der sich gerade entwickelnden Quantenphysik durch Kombination mit der Relativitätstheorie zur sogenannten relativistischen Quantenmechanik. Diese Theorie sagte nun, wenn man mit den Vorzeichen plus und minus spielte, die Existenz des Positrons voraus.

Das war eine kühne Vorhersage: ein *Anti-Teilchen* des Elektrons? Aber es vergingen nur vier Jahre, bis Physiker das Positron wirklich beobachteten. In der heutigen Zeit können die gut ausgerüsteten Elementarteilchenphysiker viele verschiedene Synchrotrone und andere Teilchenbeschleuniger benutzen, um all die Elementarteilchen zu erzeugen, die sie gerade benötigen; aber im frühen 20. Jahrhundert sah das ganz anders aus.

Damals mussten die Physiker die kosmische Strahlung als Teilchenquelle benutzen, also die Teilchen und hochenergetischen Photonen (die sogenannten Gamma-Strahlen), die aus dem Weltall auf die Erde treffen. Sie verwendeten *Nebelkammern*, die mit dem Dampf von Trockeneis gefüllt waren, um die Spuren dieser Teilchen sichtbar zu machen. Wenn man diese Kammern in Magnetfelder brachte, konnte man anhand der Krümmung der Bahnen den Impuls der Teilchen bestimmen.

Im Jahr 1932 beobachtete ein Physiker ein sehr überraschendes Ereignis. Ein Paar von entgegengesetzt geladenen Teilchen (das konnte man anhand der Krümmungen im Magnetfeld feststellen) erschien plötzlich wie aus dem Nichts. Es gab keine Teilchenspur, die zum Entstehungsort der beiden neuen Teilchen führte. Diesen Prozess nennt man *Paarerzeugung*: Die Umwandlung eines hochenergetischen Photons in ein Elektron und ein Positron, zu der es kommen kann, wenn das Photon an einem schweren Atomkern vorbeifliegt.

Die Physiker hatten nun also experimentell beobachtet, wie sich ein Photon in ein Teilchenpaar umwandelt. Mehr Beweise für die Teilchennatur von Licht brauchte man nun wirklich nicht! Später wurde übrigens auch die *Paarvernichtung* beobachtet: Die Umwandlung eines Elektrons und eines Positrons in Licht.

Es stellte sich heraus, dass Paarerzeugung und -vernichtung von Einsteins neuer Relativitätstheorie bestimmt werden. Insbesondere gilt seine berühmte Formel  $E = mc^2$ , die die Beziehung zwischen Energie und Masse herstellt. Zu diesem Zeitpunkt verfügte man also über eine Vielzahl von Beweisen für die Teilchennatur von Licht.

## ***Eine doppelte Identität: Die Wellennatur von Teilchen***

Im Jahr 1923 schlug der Physiker Louis de Broglie vor, dass nicht nur Wellen Teilchencharakter besitzen, sondern dass umgekehrt auch alle Materie-Teilchen wellenartige Eigenschaften aufweisen.

Wie kann man sich das vorstellen? Ein Photon besitzt den Impuls  $p = h\nu/c = h/\lambda$ , wobei  $\nu$  die Frequenz des Photons und  $\lambda$  seine Wellenlänge ist. Sein Wellenvektor  $\mathbf{k}$  ist  $\mathbf{k} = \mathbf{p}/\hbar$  (mit  $\hbar = h/2\pi$ ). De Broglie postulierte, dass diese Beziehungen für alle Teilchen gelten sollten:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\mathbf{k} = \frac{\mathbf{p}}{\hbar}$$

De Broglie machte diese augenscheinlich überraschenden Vorschläge in seiner Doktorarbeit. Um sie zu überprüfen und festzustellen, ob sich ein Elektronenstrahl wie ein Teilchen oder wie eine Welle verhält, wurde ein Experiment entwickelt, bei dem ein Elektronenstrahl auf eine Doppelspaltanordnung fällt. Versuchsaufbau und Ergebnisse sind in Abbildung 1.7 dargestellt.

Abbildung 1.7a zeigt einen Elektronenstrahl, der auf einen einzelnen Spalt fällt, sowie die sich auf einem dahinter befindlichen Schirm ergebende Intensitätsverteilung. In Abbildung 1.7b passieren die Elektronen einen zweiten Spalt. Klassisch würde man erwarten, dass sich die Intensitäten aus den Abbildungen 1.7a und 1.7b einfach addieren, wenn beide Spalte offen sind:

$$I = I_1 + I_2$$

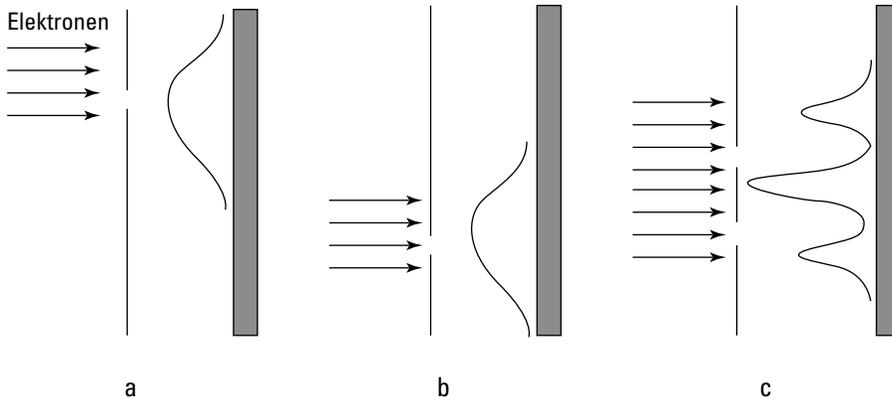


Abbildung 1.7: Ein Elektronenstrahl passiert eine Doppelspaltanordnung

Aber genau das passiert nicht. Tatsächlich beobachtet man, wenn beide Spalte offen sind, ein Interferenzmuster (Abbildung 1.7c) und nicht einfach die Summe der Elektronenintensitäten der Einzelspalte.

Dieses Ergebnis war ein Beweis für de Broglies Annahme des Wellencharakters von Teilchen. Die Experimente ergaben, dass die Beziehung  $\lambda = h/p$  gilt, wie de Broglie gefordert hatte.



Der Wellencharakter von Teilchen spielt eine große Rolle im Rest dieses Buches. Speziell ergibt sich, dass man die Amplituden der Wellenfunktionen  $\psi_1(\mathbf{r}, t)$  und  $\psi_2(\mathbf{r}, t)$  addieren muss und nicht die Intensitäten:

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \psi_1(\mathbf{r}, t) + \psi_2(\mathbf{r}, t)$$

Man quadriert die Amplitude, um die Intensität zu erhalten. Die beobachteten Interferenzmuster beruhen auf der Phasendifferenz von  $\psi_1(\mathbf{r}, t)$  und  $\psi_2(\mathbf{r}, t)$ .

## Man kann nicht alles wissen (aber die Wahrscheinlichkeiten berechnen)



Ganz augenscheinlich besitzen Teilchen Wellencharakter und Wellen Teilchencharakter. Aber was ist nun ein Elektron – ist es eine Welle oder ein Teilchen? Die Antwort ist, dass physikalisch gesehen ein Elektron ein Elektron ist und man nicht von vornherein sagen kann, ob es sich wie eine Welle oder ein Teilchen verhält. Erst der Prozess der *Messung* legt den Charakter des Elektrons fest. Diese Vorstellung wird uns durch das ganze Buch begleiten.

Die Quantenphysik lebt eigentlich sehr gut mit diesen Unbestimmtheiten. Zu Beginn missfielen sie vielen bedeutenden Physikern, insbesondere Albert Einstein, dessen berühmter Ausspruch lautete: »Gott würfelt nicht.« Der folgende Abschnitt erläutert den Begriff der Unschärfe und wie die Physiker mit Wahrscheinlichkeiten arbeiten.

## Die Heisenberg'sche Unschärferelation

Die Tatsache, dass Teilchen einen wellenartigen Charakter besitzen, wirft ein weiteres Problem auf: Wellen sind im Raum nicht lokalisiert. Das Wissen um dieses Problem veranlasste im Jahr 1927 Werner Heisenberg dazu, seine berühmte Unschärferelation zu entwickeln.

In der klassischen Physik ist es möglich, ein Objekt durch die Angabe seines Impulses und seines Ortes zu beschreiben. Beide können sehr genau gemessen werden. Mit anderen Worten: die klassische Physik ist vollständig *deterministisch*.

Auf atomarer Ebene hingegen zeichnet die Quantenphysik ein völlig anderes Bild. Die Heisenberg'sche Unschärferelation besagt, dass eine inhärente Unschärfe in der Beziehung zwischen Ort und Impuls existiert. Für die x-Richtung lautet sie beispielsweise:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

wobei  $\Delta x$  die Messunschärfe der Position eines Teilchens in x-Richtung ist,  $\Delta p_x$  die Unschärfe des Impulses in x-Richtung und  $\hbar = h/2\pi$ .

Dies besagt mit anderen Worten folgendes: Je genauer man die Position eines Teilchens kennt, umso größer ist die Unschärfe des Impulses, und umgekehrt. Diese Beschreibung gilt für alle drei Richtungen:

$$\Delta y \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta z \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}$$

Die Heisenberg'sche Unschärferelation ist eine direkte Folge des Wellencharakters von Teilchen, da man eine Welle nicht genau lokalisieren kann.



Anders als die klassische Physik ist die Quantenphysik vollkommen undeterministisch. Man kann Ort und Impuls eines Teilchens nicht gleichzeitig *genau* kennen. Man kann für diese gekoppelten Größen nur Wahrscheinlichkeiten angeben.

## Die Würfel rollen: Quantenphysik und Wahrscheinlichkeiten

In der Quantenphysik wird der Zustand eines Teilchens durch seine Wellenfunktion  $\psi(\mathbf{r}, t)$  beschrieben. Diese Wellenfunktion gibt die de-Broglie-Welle des Teilchens an, wobei ihre Amplitude eine Funktion von Raum und Zeit ist (weitere Einzelheiten über de Broglie findet man weiter vorne im Abschnitt »Eine doppelte Identität: Die Wellennatur von Teilchen«).



Man beachte, dass die Wellenfunktion die Amplitude eines Teilchens angibt, nicht die Intensität. Wenn man die Intensität einer Wellenfunktion wissen will, muss man sie quadrieren:  $|\psi(\mathbf{r}, t)|^2$ . Diese *Intensität* einer Wellenfunktion ergibt dann die Wahrscheinlichkeit, ein Teilchen zu einer bestimmten Zeit an einem bestimmten Ort anzutreffen.

Auf diese Weise wandelt die Quantenphysik die Frage nach Ort und Impuls in Wahrscheinlichkeiten um. Sie benutzt Wellenfunktionen, deren Quadrat die *Wahrscheinlichkeitsdichte* angibt, dass ein Teilchen sich an einem bestimmten Ort befindet oder einen bestimmten Impuls besitzt. Mit anderen Worten ist  $|\psi(\mathbf{r}, t)|^2 d^3r$  die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Teilchen zur Zeit  $t$  in einem Volumenelement am Ort  $\mathbf{r}$  befindet.

Neben der Wellenfunktion  $\psi(\mathbf{r}, t)$  im Ortsraum gibt es auch eine entsprechende Wellenfunktion  $\phi(\mathbf{p}, t)$  im Impulsraum.

Dieses Buch beschäftigt sich vorwiegend mit derartigen Wellenfunktionen: Wellenfunktionen freier Teilchen, von Teilchen, die innerhalb eines Potentials gefangen sind, von identischen Teilchen, die einander stoßen, von Teilchen, die harmonische Bewegungen ausführen, von Licht, das an Teilchen gestreut wird usw. Mit dieser Art von Physik kann man das Verhalten aller möglichen physikalischen Systeme vorhersagen.