

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>19</b>
Über dieses Buch	19
Festlegungen in diesem Buch	20
Einige törichte Annahmen	20
Aufbau dieses Buches	20
Teil A: Ist die Welt nicht klein? Die Grundlagen	20
Teil B: Gebunden, aber unbestimmt: Teilchen in gebundenen Zuständen	21
Teil C: Schwindlig werden mit Drehimpuls und Spin	21
Teil D: Die Quantenphysik wird dreidimensional	21
Teil E: Gruppendynamik mit vielen Teilchen	21
Teil F: Der Top-Ten-Teil	21
Symbole in diesem Buch	21
Nun kann es losgehen!	22
<b>Teil I</b>	
<b><i>Ist die Welt nicht klein? Die Grundlagen</i></b>	<b>23</b>
<b>Kapitel 1</b>	
<b><i>Entdeckungen und wesentliche Grundlagen der Quantenphysik</i></b>	<b>25</b>
Diskret werden: Der Ärger mit der Strahlung schwarzer Körper	25
Der erste Versuch: Das Wien'sche Gesetz	27
Der zweite Versuch: Das Rayleigh-Jeans-Gesetz	27
Ein intuitiver (Quanten-)Sprung: Das Planck'sche Spektrum	28
Stück für Stück: Licht als Teilchen	29
Die Erklärung des photoelektrischen Effektes	29
Streuung von Licht an Elektronen: Der Compton-Effekt	31
Das Positron als Beweis? Dirac und die Paarerzeugung	32
Eine doppelte Identität: Die Wellennatur von Teilchen	33
Man kann nicht alles wissen (aber die Wahrscheinlichkeiten berechnen)	34
Die Heisenberg'sche Unschärferelation	35
Die Würfel rollen: Quantenphysik und Wahrscheinlichkeiten	35
<b>Kapitel 2</b>	
<b><i>Nicht immer einfach: Die Quantenphysik</i></b>	<b>37</b>
Was ist Quantenphysik?	37
Die Schrödinger-Gleichung und die Wellenfunktion	38
Zustände und Wahrscheinlichkeiten in der Quantenphysik	40
Die Darstellungsweise	42

Die Lösung quantenmechanischer Probleme	42
Welche Größe kann man bestimmen?	43
Wie geht man bei der Lösung eines quantenmechanischen Problems vor?	45
Die Quantenmechanik und die folgenden Kapitel	47
Teil I: Ist die Welt nicht klein? Die Grundlagen	47
Teil II: Gebunden, aber unbestimmt: Teilchen in gebundenen Zuständen	48
Teil III: Alles dreht sich um Drehimpulse und Spin	49
Teil IV: Die Quantenphysik wird dreidimensional	50
Teil V: Komplexe Systeme	53

### ***Kapitel 3***

#### ***In die Matrix überführen: Was sind Zustandsvektoren?*** **55**

Vektoren im Hilbert-Raum erstellen	56
Mit der Dirac-Schreibweise das Leben vereinfachen	58
Verkürzte Schreibweise durch Ket-Vektoren	58
Den hermitesch Konjugierten als Bra-Vektor schreiben	60
Bras und Kets miteinander multiplizieren: Eine Wahrscheinlichkeit von 1	60
Nicht an eine Basis gebundene Zustandsvektoren: Bras und Kets	61
Rechenregeln in der Ket-Schreibweise	62
Sie bringen die Physik in's Spiel: Operatoren	63
Arbeiten mit Operatoren	63
In großer Erwartung: Erwartungswerte bestimmen	64
Lineare Operatoren	66
Hermitesche Operatoren und ihre Adjungierten	66
Vorwärts und Rückwärts: Kommutatoren bestimmen	67
Kommutieren der Operatoren	67
Anti-hermitesche Operatoren	68
Bei Null starten und bei Heisenberg enden	69
Eigenvektoren und Eigenwerte: Natürlich sind sie eigenartig!	72
Verstehen, wie sie funktionieren	74
Eigenvektoren und Eigenwerte bestimmen	76
Auf das Gegenteil vorbereitet sein: Vereinfachung durch unitäre Operatoren	78
Vergleich zwischen Matrix- und kontinuierlicher Darstellung	79
Mit der Differentialrechnung zu einer kontinuierlichen Basis	80
Jetzt kommen die Wellen	80

**Teil II**

**Gebunden, aber unbestimmt:**

**Teilchen in gebundenen Zuständen 83**

**Kapitel 4**

**Gefangen in Potentialtöpfen 85**

In einen Potentialtopf schauen	85
Teilchen in Potentialtöpfen einschließen	87
Gebundene Teilchen in Potentialtöpfen	87
Aus Potentialtöpfen entkommen	88
Gebundene Teilchen in unendlichen rechteckigen Potentialtöpfen	89
Berechnung der Wellenfunktionen	89
Bestimmung der Energieniveaus	90
Die Normalisierung der Wellenfunktion	91
Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit der Wellenfunktion	93
Der Übergang zu symmetrischen rechteckigen Potentialtöpfen	94
Begrenztes Potential: Einen Blick auf Teilchen und Potentialstufen	96
Angenommen, das Teilchen hat genügend Energie	97
Angenommen, das Teilchen hat nicht genug Energie	100
Gegen die Wand stoßen: Teilchen und Potentialbarrieren	104
Überwinden der Potentialbarriere mit $E > V_0$	105
Überwinden der Potentialbarriere – auch mit $E < V_0$	107
Die Lösung der Schrödinger-Gleichung für ungebundene Teilchen	111
Ein physikalisches Teilchen mit einem Wellenpaket beschreiben	112
Ein Gauss'sches Beispiel	113
Das Wichtigste von Kapitel 4 noch einmal in Kürze	115

**Kapitel 5**

**Hin und her mit harmonischen Oszillatoren 117**

Die Schrödinger-Gleichung für den harmonischen Oszillator	117
Der klassische harmonische Oszillator	117
Die Gesamtenergie in der Quanten-Schwingung	118
Algebraische Hilfsmittel	121
Einfluss der Leiteroperatoren auf die Eigenzustände des harmonischen Oszillators	122
Direkte Verwendung von $a$ und $a'$	123
Die Energieeigenzustände des harmonischen Oszillators bestimmen	124
Berechnung der Eigenfunktionen	124
Darstellung der Wellenfunktion anhand der Hermite'schen Polynome	129
Ein paar Zahlen einsetzen	130
Die Operatoren des harmonischen Oszillators als Matrizen	132
Der klassische und der quantenmechanische harmonische Oszillator	136
Das Wichtigste von Kapitel 5 noch einmal in Kürze	137

### Teil III

## **Alles dreht sich um Drehimpulse und Spin** **139**

### **Kapitel 6**

#### **Arbeiten mit dem Drehimpuls auf Quantenniveau** **141**

Mit dem Drehimpuls im Kreis herum	142
Die Kommutatoren von $L_x$ , $L_y$ und $L_z$ bestimmen	143
Die Eigenzustände des Drehimpulses bestimmen	144
Die Eigenwerte des Drehimpulses bestimmen	146
Zustandsgleichungen mit $\beta_{\max}$ und $\beta_{\min}$ herleiten	146
Die Rotationsenergie eines zweiatomigen Moleküls	149
Die Eigenwerte der Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren bestimmen	150
Drehimpuls und Matrix-Darstellung	151
Das Ganze abrunden: Übergang zu Kugelkoordinaten	156
Die Eigenfunktionen von $L_z$ in Kugelkoordinaten	158
Die Eigenfunktionen von $L^2$ in Kugelkoordinaten	160
Das wichtigste von Kapitel 6 noch einmal in Kürze	164

### **Kapitel 7**

#### **Mit Spin schwindlig werden** **167**

Der Stern-Gerlach-Versuch und der fehlende Strahl	167
Der Spin und die Eigenzustände	169
Halbe und Ganze: Fermionen und Bosonen	169
Spinoperatoren: Bewegungen mit Drehimpuls	170
Spin $\frac{1}{2}$ -Teilchen und Pauli-Matrizen	171
Spin $\frac{1}{2}$ -Matrizen	172
Pauli-Spinmatritzen	173
Das wichtigste von Kapitel 7 noch einmal in Kürze	174

### Teil IV

## **Die Quantenphysik wird dreidimensional** **175**

### **Kapitel 8**

#### **Rechtwinklige Koordinaten: Lösen von Problemen in drei Dimensionen** **177**

Die Schrödinger-Gleichung: Jetzt in 3D-Qualität!	178
Freie Teilchen im Dreidimensionalen	180
Die Gleichungen für x, y und z	181
Bestimmung der Gesamtenergie	182
Zeitabhängigkeit führt zu einer physikalischen Lösung	182
Dreidimensionale rechtwinklige Potentiale	184
Die Energieniveaus bestimmen	186
Die Wellenfunktion normalisieren	187

Würfelförmiges Potential	189
Der dreidimensionale harmonische Oszillator	190
Das wichtigste von Kapitel 8 noch einmal in Kürze	192
<b>Kapitel 9</b>	
<b>Probleme in drei Dimensionen: Kugelkoordinaten</b>	<b>195</b>
Zentralpotentiale im Dreidimensionalen	195
Die Schrödinger-Gleichung zerlegen	196
Der winkelabhängige Teil von $\psi(r, \theta, \phi)$	197
Der radiale Teil von $\psi(r, \theta, \phi)$	198
Freie Teilchen im Dreidimensionalen in Kugelkoordinaten	199
Die sphärischen Bessel- und Neumann-Funktionen	200
Näherungen für große und kleine $\rho$	201
Das sphärisch symmetrische Kastenpotential	202
Innerhalb des Potentialtopfes: $0 < r < a$	202
Außerhalb des Potentialtopfes: $r > a$	204
Der isotrope harmonische Oszillator	204
Das wichtigste von Kapitel 9 noch einmal in Kürze	207
<b>Kapitel 10</b>	
<b>Wasserstoffatome verstehen</b>	<b>209</b>
Die Schrödinger-Gleichung für das Wasserstoffatom	210
Vereinfachung und Aufspaltung der Schrödinger-Gleichung für Wasserstoff	212
Die Lösung für $\psi(R)$	214
Die Lösung für $\psi(r)$	214
Lösung der radialen Schrödinger-Gleichung für kleine $r$	215
Lösung der radialen Schrödinger-Gleichung für große $r$	215
Zusammenfügen der Lösungen für die Radialgleichung	216
Die Funktion $f(r)$ endlich machen	218
Bestimmung der erlaubten Energien des Wasserstoffatoms	219
Die Lösung der radialen Schrödinger-Gleichung	220
Wellenfunktionen des Wasserstoffs	223
Die Energieentartung beim Wasserstoffatom	225
Quantenzustände mit Spin	226
Linien führen zu Orbitalen	228
Das Elektron ist schwer zu fassen	229
Das wichtigste von Kapitel 10 noch einmal in Kürze	231

<b>Teil V</b>	
<b>Gruppensdynamik mit vielen Teilchen</b>	<b>235</b>
<b>Kapitel 11</b>	
<b>Viele identische Teilchen</b>	<b>237</b>
Viel-Teilchen-Systeme im Allgemeinen	238
Wellenfunktionen und Hamilton-Operatoren	238
Nobelpreiswürdig: Nachdenken über Viel-Elektronen-Atome	239
Ein hilfreiches Werkzeug: Austauschsymmetrie	240
Die Ordnung zählt: Teilchen mit dem Austauschoperator vertauschen	240
Einteilung in symmetrische und antisymmetrische Wellenfunktionen	242
Systeme mit vielen unterscheidbaren Teilchen	244
Mit vielen identischen Teilchen jonglieren	246
Die Identität verlieren	246
Symmetrie und Antisymmetrie	248
Austausch-Entartung: Der gleichbleibende Hamilton-Operator	248
Zusammengesetzte Teilchen und ihre Symmetrie	249
Symmetrische und antisymmetrische Wellenfunktionen	250
Identische nicht wechselwirkende Teilchen	251
Wellenfunktionen in Zwei-Teilchen-Systemen	251
Wellenfunktionen für Drei-Teilchen-oder-mehr-Systeme	253
Nicht für Alle ist Platz: Das Pauli-Prinzip	253
Das Periodensystem der Elemente	254
Das Wichtigste von Kapitel 11 noch einmal in Kürze	255
<b>Kapitel 12</b>	
<b>Systemen einen Stoß versetzen: Störungstheorie</b>	<b>257</b>
Die zeitunabhängige Störungstheorie	257
Störungstheorie für nicht entartete Ausgangszustände	258
Eine kleine Entwicklung: Störung der Gleichungen	258
Anpassen der Koeffizienten von $\lambda$ und Vereinfachung	259
Die Korrekturen erster Ordnung bestimmen	260
Die Korrekturen zweiter Ordnung	261
Die Störungstheorie im Test: Harmonische Oszillatoren in elektrischen Feldern	263
Exakte Lösungen berechnen	264
Störungstheorie anwenden	265
Störungstheorie für entartete Hamilton-Operatoren	268
Test der entarteten Störungstheorie: Wasserstoff in elektrischen Feldern	270
Das Wichtigste von Kapitel 12 noch einmal in Kürze	272

<b>Kapitel 13</b>	
<b><i>Peng-Peng: Streutheorie</i></b>	<b>275</b>
Teilchenstreuung und Wirkungsquerschnitt	275
Wechsel zwischen Schwerpunktsystem und Laborsystem	277
Die Streuung beschreiben	277
Die Streuwinkel umrechnen	278
Die Wirkungsquerschnitte umrechnen	280
Teilchen gleicher Masse im Laborsystem	281
Die Streuamplitude von spinlosen Teilchen	282
Die Wellenfunktion des einfallenden Teilchens	283
Die Wellenfunktion des gestreuten Teilchens	283
Der Zusammenhang zwischen Streuamplitude und differentiellem Wirkungsquerschnitt	284
Bestimmung der Streuamplitude	285
Die Born'sche Näherung: Die Rettung der Wellengleichung	286
Die Wellenfunktion bei großen Abständen	287
Anwendung der ersten Born'schen Näherung	288
Mit der Born'schen Näherung rechnen	289
Das Wichtigste von Kapitel 13 noch einmal in Kürze	290
<b>Teil VI</b>	
<b><i>Der Top-Ten-Teil</i></b>	<b>293</b>
<b>Kapitel 14</b>	
<b><i>Zehn Webseiten zur Quantenphysik</i></b>	<b>295</b>
Elektronen und Photonen aus Ulm	295
Quanten.de-Portal	295
Joachims Quantenwelt	295
Visual Quantum Mechanics	296
HydrogenLab	296
MILQ	296
Multimediaphysik	296
Quantum Mechanics Tutorial	296
An Introduction to Quantum Mechanics	297
HyperPhysics	297
<b>Kapitel 15</b>	
<b><i>Zehn Highlights der Quantenphysik</i></b>	<b>299</b>
Welle-Teilchen-Dualismus	299
Der photoelektrische Effekt	299
Entdeckung des Spins	300
Unterschiede zwischen den Newton'schen Gesetzen und der Quantenphysik	300
Die Heisenberg'sche Unschärferelation	300

Der Tunneleffekt	300
Diskrete Atomspektren	301
Der harmonische Oszillator	301
Potentialtöpfe	301
Schrödingers Katze	302
<b><i>Glossar</i></b>	<b>303</b>
<b><i>Stichwortverzeichnis</i></b>	<b>309</b>