Wahrscheinlichkeit im Alltag

1

In diesem Kapitel …

- Den Einfluss der Wahrscheinlichkeit im Alltag erkennen
- Verschiedene Ansätze, um Wahrscheinlichkeiten zu ermitteln
- Häufige Fehlvorstellungen über Wahrscheinlichkeit vermeiden

Sie haben es schon gehört, gedacht oder gesagt: »Wie groß sind die Chancen, dass dies passiert?« Jemand gewinnt nicht nur einmal, sondern zweimal im Lotto. Sie treffen zufällig einen Bekannten auf einer Reise nach San Francisco. Ein Polizist hält Sie ausgerechnet bei dem einen Mal an, bei dem Sie vergessen haben, den Sicherheitsgurt anzulegen. Und Sie fragen sich … wie groß *ist* die Wahrscheinlichkeit, dass dies passiert? Darum geht es in diesem Buch: herausfinden, interpretieren und verstehen, wie man die zufälligen Phänomene des Lebens quantifizieren kann. Doch es hilft Ihnen auch, die Grenzen der Wahrscheinlichkeit zu erkennen.

In diesem Kapitel geht es um den Einfluss der Wahrscheinlichkeit im Alltag und einige Methoden, wie Wahrscheinlichkeiten ermittelt werden. Sie werden auch lernen, dass einige Situationen unter dem Aspekt der Wahrscheinlichkeit nicht immer das sind, was sie zu sein scheinen.

Was bedeutet Wahrscheinlichkeit?

Wahrscheinlichkeiten verbergen sich hinter vielen Verkleidungen. Man spricht von *Chancen, Wahrscheinlichkeit, Prozenten* oder *Quoten*. Aber die grundlegende Definition von *Wahrscheinlichkeit* ist die langfristige Chance, dass ein Zufallsprozess ein bestimmtes Ergebnis hat. Eine Wahrscheinlichkeit ist eine Zahl zwischen null und eins – anders ausgedrückt: ein Verhältnis. Sie können es als Prozentsatz schreiben, weil man oft von einer »Chance von *X* Prozent« spricht, wenn man eine Wahrscheinlichkeit nennen will. Sie können die Wahrscheinlichkeit auch als Quote ausdrücken. Der Terminus *Quote* bedeutet jedoch nicht dasselbe wie *Wahrscheinlichkeit*. *Quote* bezeichnet das Verhältnis des Nenners einer Wahrscheinlichkeit zu ihrem Zähler. Ein Beispiel: Wenn die Wahrscheinlichkeit, dass ein Pferd ein Rennen gewinnt, 50 Prozent beträgt, ist die Quote für den Gewinn dieses Pferdes 2 für 1, oder 20:10 (zwanzig für zehn), wie es im Pferderennsport heißt.

Was ist eine »Chance«?

Der Begriff *Chance* hat mehrere Bedeutungen. Er kann sich auf ein Individuum beziehen (»Welche Chancen habe ich, in der Lotterie zu gewinnen?«) oder er kann für eine Gruppe gelten (»Der Gesamtprozentsatz der Erwachsenen, die an Krebs erkranken, ist …«). Sie können eine Chance durch eine Prozentangabe (80 Prozent), einen Dezimalbruch (0,80) oder ein Wort (etwa *wahrscheinlich*) angeben. Alle Wahrscheinlichkeitsbegriffe haben jedoch eines gemeinsam: Sie drücken die Vorstellung einer langfristigen Chance aus. Wenn Sie einen Zufallsprozess untersuchen (und die meisten Vorkommnisse in der Welt sind das Ergebnis von

Zufallsprozessen, deren Ausgang niemals sicher ist), wissen Sie, dass nur bestimmte Ergebnisse eintreten können; und oft wägen Sie diese Ergebnisse gedanklich gegeneinander ab. Letztlich geht es immer um eine langfristige Chance: Wie hoch ist die Chance, dass langfristig (oder unter vielen Individuen) dieses oder jenes Ereignis eintreten wird?

Angenommen, die Chance, dass es morgen regnen wird, betrage 30 Prozent. Bedeutet dies, dass es nicht regnen wird, weil die Chance kleiner als 50 Prozent ist? Nein. Wenn die Chance für Regen 30 Prozent beträgt, hat ein Meteorologe viele Tage untersucht, an denen ähnliche Wetterbedingungen herrschten, wie sie am nächsten Tag zu erwarten sind, und festgestellt, dass es an 30 Prozent dieser Tage geregnet und an den anderen 70 Prozent nicht geregnet hat. Eine 30-prozentige Regenchance bedeutet deshalb nur, dass Regen unwahrscheinlich ist.

Wahrscheinlichkeiten interpretieren: In großen Mengen und langen Zeiträumen denken

Eine Wahrscheinlichkeit kann sich auf ein Individuum oder eine Gruppe beziehen. Weil Wahrscheinlichkeiten für langfristige Prozentsätze stehen (siehe den vorherigen Abschnitt), scheinen sie einfacher auf eine Gruppe als auf ein Individuum anwendbar zu sein. Doch die Betrachtungsweise hängt von der jeweiligen Situation ab. In den folgenden Abschnitten werden Wahrscheinlichkeiten sowohl für Gruppen als auch für Individuen beschrieben, um Ihnen zu helfen, die jeweils passende Interpretation zu finden.

Lose für eine Lotterie kaufen

Wahrscheinlichkeiten basieren auf langfristigen Prozentsätzen (über Tausende von Versuchen). Wenn Sie Wahrscheinlichkeiten für eine Gruppe untersuchen, muss die Gruppe deshalb groß genug sein, damit die Wahrscheinlichkeit wirklich zum Tragen kommt (je größer, desto besser, aber wenigstens etwa 1.500 Einheiten oder Individuen). Das folgende Beispiel zeigt, wann eine langfristige Interpretation besser als eine kurzfristige ist. Nehmen Sie an, die Chance, ein Gewinnlos einer Lotterie zu ziehen, betrage 1/10 oder zehn Prozent. Diese Wahrscheinlichkeit bedeutet, dass langfristig (über Tausende von Losen) 10 Prozent aller Lose dieser Lotterie gewinnen und 90 Prozent verlieren werden. Es bedeutet nicht, dass ein Los automatisch gewinnen wird, wenn Sie zehn Lose kaufen.

Wenn Sie viele Sätze mit zehn Losen kaufen, werden durchschnittlich zehn Prozent Ihrer Lose gewinnen; aber manchmal enthält eine Gruppe von zehn Losen mehrere Gewinner und manchmal nur Nieten. Die Gewinner sind über die gesamte Population der Lose verteilt. Wenn Sie genau zehn Lose kaufen und jedes eine zehnprozentige Gewinnchance hat, beträgt Ihre Chance, mit diesen zehn Losen wenigstens einen Gewinn zu erzielen, tatsächlich nur 65 Prozent, und die Chance, nichts zu gewinnen, beträgt 35 Prozent. (Ich habe diese Wahrscheinlichkeiten mit dem Binomialmodell berechnet; siehe Kapitel 8.)

Parteizugehörigkeiten abwägen

Das folgende Beispiel zeigt eine weitere Grenze von Wahrscheinlichkeitsanalysen auf – nämlich die Tatsache, dass die tatsächliche Wahrscheinlichkeit oft Prozentanteile einer großen Gruppe ausdrückt. Nehmen Sie an, Sie wüssten, dass 60 Prozent der Wähler Ihrer Gemeinde CDU, 30 Prozent SPD und die restlichen 10 Prozent FDP wählen. Wenn Sie zufällig eine Person Ihrer

Gemeinde auswählen, wie groß ist die Chance, dass diese Person CDU wählt? Die Chance ist 60 Prozent. Sie können nicht mit Sicherheit sagen, jemand würde CDU wählen, nur weil die Chance über 50 Prozent liegt; die Prozentsätze sagen Ihnen lediglich, dass die Person wahrscheinlich eher CDU wählt. Doch wenn Sie die Person fragen, ist sie natürlich entweder für die CDU oder nicht; man kann seine Stimme ja nicht zu 60 Prozent abgeben.

Wahrscheinlichkeiten im Alltag erkennen

Wahrscheinlichkeiten beeinflussen die größten und kleinsten Entscheidungen im Leben eines Menschen. Schwangere Frauen wollen die Wahrscheinlichkeit kennen, mit der ihre Babys bestimmte genetische Defekte haben können. Bevor Sie die Unterlagen für eine Operation unterschreiben, informieren Sie die Ärzte und Krankenschwestern über die Wahrscheinlichkeit von Komplikationen. Und bevor Sie ein Auto kaufen, können Sie sich über die Wahrscheinlichkeiten fast aller möglichen Aspekte dieser Automarke informieren: dass Reparaturen erforderlich werden, dass das Auto eine bestimmte Anzahl von Kilometern hält oder dass Sie einen Frontalzusammenstoß oder einen Überschlag überleben. (Letzteres hängt davon ab, ob Sie angeschnallt sind oder nicht – wieder eine Frage der Wahrscheinlichkeit.)

Im Internet habe ich schnell mehrere Beispiele für Wahrscheinlichkeiten gefunden, die den Alltag von Menschen beeinflussen. Zwei Beispiele:

✓ **Eine neue Studie lässt vermuten, dass Patienten verschriebene Medikamente eher regelmäßig einnehmen, wenn diese nicht in Flaschen, sondern in Blisterpackungen verkauft werden.**

  Anders ausgedrückt: Die Wahrscheinlichkeit, dass Patienten ihre Medikamente regelmäßig einnehmen, ist höher, wenn diese in der neuen Verpackungsform und nicht in Flaschen verkauft werden. Sie wissen nicht, wie hoch die Wahrscheinlichkeit einer korrekten Einnahme ursprünglich war oder wie stark die Wahrscheinlichkeit mit der neuen Verpackung zugenommen hat, aber Sie wissen aufgrund dieser Untersuchung, dass die Verpackung eine gewisse Rolle spielt.

✓ **Laut State Farm Insurance sind die drei führenden Städte für Autodiebstahl in Ohio: Toledo (580,23 Diebstähle pro 100.000 Fahrzeuge), Columbus (558,19 pro 100.000) und Dayton-Springfield (525,06 pro 100.000).**

  Die Informationen in diesem Beispiel werden in Form von *Raten* angegeben; die Studie führt die Zahl der jährlich gestohlenen Autos in verschiedenen Großstädten von Ohio auf, und zwar als Anzahl der Diebstähle pro 100.000 Fahrzeuge. Die Forscher benötigten eine feste Zahl von Fahrzeugen, um die Städte fair vergleichen zu können. Falls die Studie nur die Zahl der Diebstähle genannt hätte, wären Städte mit mehr Autos auch bei niedrigerer Rate oft höher eingestuft worden als Städte mit weniger Autos.

Wie haben die Forscher die Zahlen dieser Studie ermittelt? Sie dividierten die tatsächliche Zahl der Diebstähle durch die Gesamtzahl der Fahrzeuge. Da dies einen sehr kleinen Dezimalwert ergibt, multiplizierten sie das Ergebnis mit 100.000, um eine Zahl zu bekommen, die einen fairen Vergleich ermöglicht. Um Raten als Wahrscheinlichkeiten zu schreiben, teilten sie sie einfach durch

100.000 und erhielten wieder einen Dezimalbruch. In Toledo beträgt die Wahrscheinlichkeit eines Autodiebstahls 580,23/100.000 = 0,0058023 oder 0,58 Prozent; in Columbus 0,0055819 oder 0,55 Prozent; und in Dayton-Springfield 0,0052506 oder 0,53 Prozent.

Sie müssen immer darauf achten, in welchem Format Wahrscheinlichkeiten berichtet und diskutiert werden, und dafür sorgen, dass das Format einen fairen und unparteiischen Vergleich ermöglicht.

Wahrscheinlichkeiten ermitteln

Wahrscheinlichkeiten können auf verschiedenen Wegen ermittelt werden, die von der Komplexität der Situation und den quantifizierbaren Faktoren abhängen. Einige Wahrscheinlichkeiten lassen sich nur sehr schwer ermitteln, etwa die Wahrscheinlichkeit, dass sich aus einem tropischen Sturm ein Hurrikan entwickelt, der zu einer bestimmten Zeit an einem bestimmten Ort auf die Küste trifft. Diese Wahrscheinlichkeit hängt von vielen Faktoren ab, die sich selbst kaum ermitteln lassen. Wenn Menschen Wahrscheinlichkeiten für den Verlauf von Hurrikans berechnen, geben sie bestenfalls Schätzungen ab.

Andere Wahrscheinlichkeiten lassen sich dagegen numerisch sehr leicht und genau berechnen, etwa die Wahrscheinlichkeit, dass ein fairer Würfel auf der 6 landet (1 aus 6 oder 0,167). Und viele Wahrscheinlichkeiten liegen in Bezug auf die numerische Genauigkeit irgendwo zwischen den beiden vorhergehenden Beispielen, etwa die Wahrscheinlichkeit, dass es morgen in Düsseldorf regnet. Bei solchen Wahrscheinlichkeiten können Ihnen Daten aus der Vergangenheit eine ziemlich genaue Vorstellung davon vermitteln, was wahrscheinlich passieren wird.

Nachdem Sie die Komplexität der Situation analysiert haben, können Sie einen von vier Hauptansätzen auswählen, um Wahrscheinlichkeiten zu ermitteln. Sie werden in diesem Abschnitt behandelt.

Seien Sie subjektiv

Der subjektive Ansatz der Wahrscheinlichkeit ist der unschärfste und unwissenschaftlichste. Er basiert hauptsächlich auf Meinungen, Gefühlen oder Hoffnungen. Natürlich kommt dieser Ansatz für ernsthafte wissenschaftliche Untersuchungen nicht infrage. Im Grunde sagen Sie: »Ich halte dies für so und so wahrscheinlich.« Ein Beispiel: Auch wenn es eine gewisse Wahrscheinlichkeit gibt, dass eine bestimmte Fußballmannschaft die Weltmeisterschaft gewinnt, weiß niemand, wie hoch diese Wahrscheinlichkeit ist, obwohl viele Fans, Trainer und Kommentatoren von einem genauen Wert fantasieren, der auf ihren Albträumen der letzten Nacht, ihrer Liebe oder Abneigung für ihr Team oder sonst was basiert. Andere Menschen versuchen es mit einem etwas wissenschaftlicheren Ansatz: Sie bewerten die Statistiken der Spieler, die Stärken der Konkurrenz und so weiter. Doch letztlich bleibt die Wahrscheinlichkeit eines solchen Ereignisses hauptsächlich subjektiv, und obwohl dieser Ansatz nicht wissenschaftlich ist, belebt er zweifellos die Diskussion unter den Fans!

Wählen Sie einen klassischen Ansatz

Der klassische Ansatz der Wahrscheinlichkeit ist mathematisch und basiert auf Formeln. Mit Mathematik und Zählregeln können Sie Wahrscheinlichkeiten in vielen Fällen genau berechnen (mehr über Zählregeln finden Sie in Kapitel 5). Wenn Sie in einer Situation die möglichen Ergebnisse aufzählen und ihre individuellen Wahrscheinlichkeiten mathematisch berechnen können, dann können Sie auch die Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses oder einer Reihe von Ergebnissen eines Zufallsprozesses mit dem klassischen Ansatz ermitteln.

Ein Beispiel: Wenn Sie zwei Würfel werfen, kann der erste Würfel sechs mögliche Ergebnisse anzeigen. Für jedes dieser Ergebnisse kann der zweite Würfel weitere sechs mögliche Ergebnisse anzeigen. Insgesamt gibt es also $6 \cdot 6 = 36$ mögliche Ergebnisse für das Paar. Um bei einem Wurf die Summe zwei zu erhalten, müssen Sie zwei Einsen werfen. Da diese Kombination nur einmal vorkommen kann, beträgt die Wahrscheinlichkeit, die Summe Zwei zu erhalten: 1/36. Die Wahrscheinlichkeit, die Summe drei zu werfen, beträgt 2/36, weil nur zwei Ergebnisse diese Summe ergeben: 1-2 oder 2-1. Die Summe sieben hat eine Wahrscheinlichkeit von 6/36 oder 1/6 – die höchste Wahrscheinlichkeit aller Summen zweier Würfel. Warum ist sieben die Summe mit der höchsten Wahrscheinlichkeit? Weil sie aus den meisten möglichen Kombinationen gebildet werden kann: 1-6, 2-5, 3-4, 4-3, 5-2 und 6-1. Deswegen spielt die Zahl Sieben in dem Las-Vegas-Glückspiel *Crabs* eine so große Rolle. (Mehr über dieses Beispiel finden Sie in Kapitel 2.)

Mit dem klassischen Ansatz können Sie auch gewisse Annahmen über einen Zufallsprozess treffen. Ein Beispiel: Wenn Sie annehmen können, dass die Wahrscheinlichkeit eines Erfolgs bei einem Verkaufsversuch bei jedem Versuch gleich ist, dann können Sie mit dem binomischen Wahrscheinlichkeitsmodell die Wahrscheinlichkeit für 5 Verkäufe bei 20 Versuchen berechnen. Es gibt zahlreiche Wahrscheinlichkeitsmodelle; viele werden in diesem Buch beschrieben. (Mehr über das binomische Wahrscheinlichkeitsmodell finden Sie in Kapitel 8.)

Der klassische Ansatz funktioniert nur, wenn Sie die möglichen Einzelergebnisse aufzählen und die Wahrscheinlichkeiten mathematisch berechnen können. Ein Beispiel: Wenn Sie entscheiden wollen, welches Kühlschrankmodell Sie kaufen sollen und als Kriterium die kleinste Wahrscheinlichkeit für eine Reparatur in den nächsten fünf Jahren wählen, hilft Ihnen der klassische Ansatz aus verschiedenen Gründen nicht weiter. Erstens können Sie nicht annehmen, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kühlschrank eine Reparatur benötigt, dieselbe ist wie die Wahrscheinlichkeit, dass er zwei, drei oder vier Reparaturen in fünf Jahren benötigt. Zweitens haben Sie keine mathematische Formel, um die Reparaturwahrscheinlichkeiten für verschiedene Kühlschrankmodelle zu berechnen; diese hängen von den gesammelten Reparaturdaten aus der Vergangenheit ab.

Relative Häufigkeiten ermitteln

Wenn Sie keine mathematische Formel und kein Modell zur Berechnung einer Wahrscheinlichkeit finden, verspricht der Ansatz der relativen Häufigkeit den größten Erfolg: Zunächst werden Daten gesammelt; dann wird anhand dieser Daten prozentual ermittelt, wie oft ein Ereignis aufgetreten ist. Der Prozentsatz gibt die sogenannte *relative Häufigkeit* dieses Ereignisses an – die Anzahl der Male, in denen das Ereignis eingetreten ist, geteilt durch die Gesamtzahl der Beobachtungen. (Sie können die Wahrscheinlichkeiten für Kühlschrankreparaturen aus dem vorhergehenden Abschnitt mithilfe relativer Häufigkeiten ermitteln, indem Sie Reparaturdaten aus der Vergangenheit sammeln.)

Ein Beispiel: Nehmen Sie an, dass Sie jemanden beim Vogelfüttern beobachten und feststellen, dass besonders viele Meisen kommen. Sie möchten die Wahrscheinlichkeit ermitteln, dass der nächste Vogel, der zum Füttern kommt, eine Meise ist. Sie können diese Wahrscheinlichkeit abschätzen, indem Sie die Gesamtzahl der Vögel sowie die Anzahl der Meisen zählen, die innerhalb einer Zeitspanne zum Füttern kommen. Wenn Sie 100 Vögel und darunter 27 Meisen zählen, können Sie sagen, dass in Ihrem Beobachtungszeitraum 27 von 100 Vögeln – oder 27 Prozent, die relative Häufigkeit – Meisen waren. Die Wahrscheinlichkeit, dass der nächste Vogel eine Meise sein wird, betrüge dann 27 Prozent. Sie haben eine Wahrscheinlichkeit anhand der relativen Häufigkeit ermittelt.

Der Ansatz der relativen Häufigkeit ist unter anderem dadurch beschränkt, dass Ihre Wahrscheinlichkeiten nur Schätzungen sind, weil sie auf endlichen Datenstichproben basieren und weil die Schätzungen nur so gut wie die gesammelten Daten sind. Ein Beispiel: Wenn Sie Daten über die Vogelfütterung gesammelt haben, als Sie Sonnenblumenkerne als Futter angeboten haben, jetzt aber Hirse verfüttern (die von kleineren Vögeln bevorzugt wird), ändern sich Ihre Wahrscheinlichkeiten. Außerdem hängt das Ergebnis von der Uhrzeit ab. Manche Vögel sind abends aktiver als morgens. Ihre Vorhersagen sind nur zuverlässig, wenn Sie sich auf denselben Beobachtungszeitraum wie zur Zeit der Datenerhebung beziehen. Das Problem der Sammlung brauchbarer Daten gehört zur Statistik; siehe *Statistik für Dummies* (Wiley) für weitere Informationen.

Daten mit Consumer Reports konsumieren

Die Zeitschrift *Consumer Reports*, die von einer nicht kommerziellen Verbraucherschutzorganisation der USA (der Consumers Union, vergleichbar mit der Stiftung Warentest) herausgegeben wird, testet Tausende verschiedener Varianten und Modelle von Produkten auf Sicherheit, Zuverlässigkeit, Gesundheitsrisiken, Preise und so weiter. Die Tests einer Produktgruppe resultieren in einer Liste mit Empfehlungen diverser Produkte, die die besten Testergebnisse erzielt haben oder das beste Preis-Leistungs-Verhältnis bieten. Die Berichte in *Consumer Reports* basieren auf dem Ansatz der relativen Häufigkeit. Ein Beispiel: Bei einem Vergleich von Kühlschränken werden verschiedene Modelle auf Energienutzung, Temperaturkonstanz, Geräuschentwicklung, Bedienungsfreundlichkeit und Energiekosten pro Jahr getestet. Die Tester ermitteln, wie oft (zeitlich prozentual) die Kühlschränke repariert werden müssen, nicht richtig funktionieren und so weiter und stellen die Ergebnisse dar.

Verwenden Sie Simulationen

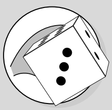
Der Simulationsansatz ist ein Prozess, der Daten erstellt, indem er ein bestimmtes Szenario einrichtet, es viele Male durchspielt und dann die Häufigkeit bestimmter Ergebnisse registriert. Dies mag wie der Ansatz der relativen Häufigkeiten aussehen (siehe den vorherigen Abschnitt), aber es gibt drei wichtige Unterschiede:

- ✓ Sie erstellen die Daten (normalerweise mit einem Computer); Sie sammeln sie nicht in der wirklichen Welt.
- ✓ Die Menge dieser Daten ist normalerweise viel größer als die, die Sie in der wirklichen Welt sammeln würden.
- ✓ Sie verwenden ein von Wissenschaftlern entwickeltes Modell; und Modelle gehen von Annahmen aus.

Ein Beispiel für eine Simulation ist ein Glücksspiel, das Sie von einem Computer ausführen lassen. Sie können ihn anweisen, Ihnen einen Euro gutzuschreiben, wenn beim Wurf einer Münze Kopf gewinnt, und einen Euro abzuziehen, wenn Zahl gewinnt. Wiederholen Sie die Wette einige Tausend Male und registrieren Sie das Ergebnis. Ändern Sie die Wahrscheinlichkeiten für Kopf und Zahl und beobachten Sie, was passiert. Ihre Experimente sind Beispiele für einfache Simulationen.

Der Simulationsansatz und der Ansatz der relativen Häufigkeiten haben eines gemeinsam: Ihre Ergebnisse sind nur so gut wie die Daten, die Sie entwickelt haben. Ich erinnere mich sehr klar an eine Simulation, die ein Student ausführte, um den Sieger des NCAA-Basketball-Turniers vor einigen Jahren vorauszusagen. Der Student ordnete allen 64 Mannschaften des Turniers eine Gewinnwahrscheinlichkeit zu, die auf Statistiken basierte, die Sportgurus veröffentlicht hatten. Der Student gab diese Wahrscheinlichkeiten in den Computer ein und ließ den Computer das Turnier mehrere Millionen Male durchspielen und speicherte alle Spielergebnisse sowie den Gesamtsieger des Turniers. Bei 96 Prozent der Simulationen gewann die Duke University das Turnier. Folglich sah es natürlich so aus, als wäre Duke in diesem Jahr eine sichere Bank gewesen. Raten Sie mal, wie weit Duke tatsächlich kam. Die Mannschaft schied in der zweiten von sechs Runden aus.

Hurrikans simulieren



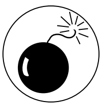
Ein Hauptanwendungsgebiet für Computer-Simulationsmodelle ist die Vorhersage der Ankunft, der Intensität und des Weges tropischer Stürme, einschließlich Hurrikans. Computer-Hurrikan-Modelle helfen Wissenschaftlern und Politikern, integrierte Kosten-Nutzen-Analysen auszuführen, die Auswirkungen von gesetzlichen Vorgaben abzuschätzen und in Krisen Entscheidungen zu treffen. Versicherungsunternehmen verwenden die Modelle, um die Anzahl und den zu erwartenden Schaden künftiger Hurrikans vorherzusagen, um ihre Prämien entsprechend anpassen zu können und sich auf die riesigen Schadensersatzleistungen vorzubereiten, die nach großen Hurrikans fällig werden.

Aufgrund der *Fehlergrenze* können Computer-Modelle für tropische Stürme am besten langfristige Verluste in großen geografischen Gebieten vorhersagen. Die *Fehlergrenze* ist der Betrag, um den ihre Ergebnisse erwartungsgemäß von Stichprobe zu Stichprobe variieren können. Man kann nicht einen einzelnen Sturm beobachten und genau sagen, was passieren wird. AIR Worldwide, deren Computer-Modelle von den meisten Versicherungen verwendet werden, die Immobilien in Florida versichern, hat Sturmprojektionen berechnet, die 50.000 Jahre umfassen. Ein anderer Modellierungsexperte hat kürzlich den Simulationszeitraum seiner Computer-Modelle von 100.000 auf 300.000 Jahre verlängert, um Ergebnisse innerhalb einer akzeptablen Fehlergrenze zu erhalten.

Denkfehler über Wahrscheinlichkeit, die Sie vermeiden sollten

Egal wie Forscher eine Wahrscheinlichkeit berechnen oder auf welcher Art von Informationen oder Daten die Berechnungen basieren, die Wahrscheinlichkeit wird oft von den Medien, der Öffentlichkeit und sogar anderen Forschern, die die Grenzen der Wahrscheinlichkeit nicht genau kennen, falsch interpretiert oder falsch angewendet. Das Kernproblem liegt darin, dass die Wahrscheinlichkeit oft Ihrer Intuition zuwiderläuft, und Sie sehr aufpassen müssen, Ihr Denken nicht durch Ihre Intuition verzerren zu lassen, wenn Sie über Wahrscheinlichkeit nachdenken. In diesem Abschnitt werden einige der häufigsten Denkfehler bezüglich der Wahrscheinlichkeit beleuchtet.

Zwei mögliche Ergebnisse als 50-50-Situation sehen



Widerstehen Sie der Versuchung, eine Situation mit nur zwei möglichen Ergebnissen als 50-50-Situation zu sehen. Solche Situationen gibt es nur, wenn die beiden Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind, wie etwa beim Werfen einer fairen Münze.

Ich bitte meine Studenten oft, mir ihre Einschätzung der Wahrscheinlichkeit zu nennen, dass ein Basketballspieler einen Freiwurf verwandelt oder nicht. Die meisten Studenten antworten mir, die Wahrscheinlichkeit hinge von dem Spieler und seiner bisherigen Trefferquote bei Freiwürfen ab (Zahl der Treffer geteilt durch die Zahl der Versuche). Ein Beispiel: So erzielte etwa der Basketballprofi Shaquille O'Neal in der 2002/2003-Saison mit 62 Prozent den besten Wert seiner Karriere, das heißt, er verwandelte 62 Prozent seiner Freiwürfe und verwarf 38 Prozent. Wenn er in dieser Saison auf der Freiwurflinie stand, betrug seine Chance für einen erfolgreichen Wurf 62 Prozent. Doch einige wenige Studenten schauen mich an und sagen: »Moment mal! Entweder trifft er oder nicht. Sollten seine Chancen nicht 50-50 stehen?«

Diese Sicht des Problems ist deswegen falsch, weil dann jedermann ein 50-prozentiger Freiwerfer wäre – nicht mehr, nicht weniger –, einschließlich der Menschen, die gar nicht Basketball spielen! Die Wahrscheinlichkeit für einen Erfolg beim nächsten Freiwurf basiert auf dem Ansatz der relativen Häufigkeiten (siehe den Abschnitt über relative Häufigkeiten weiter vorn in diesem Kapitel) – sie hängt davon ab, welchen Prozentsatz ein Spieler langfristig erzielt hat, und das wiederum hängt von vielen anderen Faktoren und nicht nur den Chancen ab.

Doch wenn Sie die Situation unter dem Aspekt der Wahrscheinlichkeit beurteilen, ist es möglicherweise schwierig, diese Fehlbeurteilung zu vermeiden. Schließlich gibt es zwei Ergebnisse: Treffer oder Fehlwurf. Wenn Sie eine Münze werfen, beträgt die Wahrscheinlichkeit, Kopf zu bekommen, 50 Prozent, und die Wahrscheinlichkeit, Zahl zu bekommen, ebenfalls 50 Prozent. Warum sollte dies nicht für Freiwürfe gelten? Weil Freiwürfe nichts mit einer fairen Münze zu tun haben. Bei fairen Münzen sind Kopf oder Zahl gleich wahrscheinlich; und wenn Ihr Freiwurf-Prozentsatz nicht zufällig genau 50 Prozent beträgt, werfen Sie Freiwürfe nicht wie eine Münze.

Denken, dass keine Muster auftreten können

Was Sie als zufällig wahrnehmen und was tatsächlich zufällig ist, sind zwei Paar Schuh'. Sie sollten Ergebnisse nicht falsch interpretieren und sie für weniger wahrscheinlich halten, bloß weil sie nicht zufällig genug aussehen. Anders ausgedrückt: Vergessen Sie nicht die Tatsache, dass Muster zufällig auftreten können und langfristig auch werden.

Die wichtigste Erkenntnis lautet hier: Lassen Sie nicht zu, dass Ihre Intuition die Wirklichkeit verzerrt. Die folgenden zwei Beispiele sollen Ihnen helfen zu erkennen, was wirklich ist und was nicht, wenn es um Wahrscheinlichkeit geht.

Eine Zahl von eins bis zehn auswählen

Nehmen Sie an, Sie forderten eine Gruppe von 100 Menschen auf, eine Zahl von eins bis zehn auszuwählen. (Probieren Sie es spaßeshalber selbst aus, bevor Sie weiterlesen.) Sie sollten erwarten, dass etwa zehn Menschen eins wählen, zehn Menschen zwei und so weiter (nicht genau, aber doch so ziemlich dicht dran). Doch es passiert Folgendes: Die Zahlen drei und sieben werden von mehr Menschen gewählt als die übrigen Zahlen. (Von Ihnen auch?) Warum ist das so? Weil die meisten nicht eins oder zehn wählen wollen, weil sich diese Zahlen an den Bereichsgrenzen befinden; und sie wählen fünf nicht, weil diese Zahl genau in der Mitte steht; deshalb wählen sie eine Zahl, die zufälliger *zu sein scheint* – die Mitte der Zahlen von eins bis fünf (also drei) oder die Mitte der Zahlen von fünf bis zehn (also sieben). Deshalb müssen Sie die Annahme fallen lassen, dass alle zehn Zahlen gleich wahrscheinlich ausgewählt werden, weil Menschen Zahlen nicht so objektiv sehen wie etwa ein Zufallszahlengenerator!

Forschungen haben gezeigt, dass Menschen nicht objektiv genug sein können, um Zahlen zufällig auszuwählen. Wenn Sie also sicher sein wollen, dass Ihre Wahrscheinlichkeiten nicht reproduziert werden können, müssen Sie dafür sorgen, dass Sie sie auf Zufallsprozessen basieren, in denen jedes Einzelergebnis die gleiche Chance der Auswahl hat. Wenn Sie die Zahlen in eine Urne werfen, diese schütteln und eine Zahl ziehen, erstellen Sie einen Zufallsprozess.

Eine Münze zehnmal werfen

Nehmen Sie an, Sie erhielten beim zehnmaligen Werfen einer Münze das folgende Ergebnis: Kopf, Zahl, Kopf, Zahl, Zahl, Zahl, Zahl, Zahl, Zahl, Kopf. Jemand, der Ihre aufgezeichneten Ergebnisse sieht, könnte denken, dass Sie sich die Ergebnisse ausgedacht haben, weil »man einfach keine sechs Zahlen hintereinander bekommt«. Beobachter könnten denken, Ihre Ergebnisse sähen einfach nicht zufällig genug aus. Ihre Intuition nährt ihre Zweifel, aber ihre Intuition liegt falsch. Tatsächlich enthalten Ihre Daten sehr wahrscheinlich sogenannte *Läufe* von Kopf oder Zahl.

Wenn Sie eine Münze zehnmal werfen und bei jedem Wurf zwei Ergebnisse möglich sind, gibt es $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1024$ mögliche Ergebnisse, die alle gleich wahrscheinlich sind. Ihr obiges Ergebnis ist genauso wahrscheinlich wie ein Ergebnis, dass vielleicht »zufälliger« aussieht: Kopf, Zahl, Zahl, Kopf, Kopf, Zahl, Kopf, Zahl, Kopf, Zahl.