



Auf einen Blick

Einführung	19
Teil I: Beschreibende Statistik	27
Kapitel 1: Klarmachen zum Datensammeln.....	29
Kapitel 2: Daten grafisch darstellen.....	39
Kapitel 3: Kennzahlen für den Durchschnitt herausarbeiten.....	59
Kapitel 4: Zusammenhänge zwischen zwei Merkmalen untersuchen.....	73
Teil II: Wahrscheinlichkeitsrechnung	91
Kapitel 5: Klassische Wahrscheinlichkeitsrechnung.....	93
Kapitel 6: Zufallsvariablen und ihre Verteilungen.....	113
Kapitel 7: Häufig verwendete Verteilungen.....	135
Kapitel 8: Die Normalverteilung.....	157
Teil III: Beurteilende Statistik	167
Kapitel 9: Schätzen von Parametern.....	169
Kapitel 10: Testen von Hypothesen.....	187
Teil IV: Auswertung von Messungen im Labor: Fehlerrechnung	209
Kapitel 11: Abweichungen.....	211
Kapitel 12: Fehlerfortpflanzung.....	225
Kapitel 13: Vom Messwert zur Funktion: Die Methode der kleinsten Fehlerquadrate.....	237
Teil V: Zeitliche Entwicklungen erfassen	255
Kapitel 14: Eine Theorie über die Zukunft.....	257
Kapitel 15: Beobachtungen deuten.....	275
Teil VI: Der Top-Ten-Teil	295
Kapitel 16: Zehn erstaunliche Dinge aus der Statistik.....	297
Anhang	319
A: Tabelle von Quantilen der t -Verteilung und der Normalverteilung.....	321
B: Tabelle der Chi-Quadrat-Verteilung.....	323
C: Rechenregeln für Erwartungswerte und Varianzen.....	325
D: Lösungen der Aufgaben.....	327
Stichwortverzeichnis	335







Inhaltsverzeichnis

Einführung	19
Über dieses Buch – oder: »... für Dummies« verpflichtet!.....	19
Wie man dieses Buch benutzt.....	20
Törichte Annahmen über die Leser.....	20
Wie dieses Buch aufgebaut ist.....	21
Teil I: Beschreibende Statistik.....	21
Teil II: Wahrscheinlichkeitsrechnung.....	21
Teil III: Beurteilende Statistik.....	22
Teil IV: Auswertung von Messungen im Labor: Fehlerrechnung.....	22
Teil V: Zeitliche Entwicklungen erfassen.....	23
Teil VI: Der Top-Ten-Teil.....	23
Anhang.....	24
Die Symbole in diesem Buch.....	24
Wie es weitergeht.....	25
TEIL I	
BESCHREIBENDE STATISTIK	27
Kapitel 1	
Klarmachen zum Datensammeln	29
Wer Sie interessiert: Die Beobachtungsmenge.....	29
Was Sie interessiert: Merkmale.....	31
Wen Sie tatsächlich befragen: Stichproben.....	33
So geht's.....	34
Das steckt dahinter.....	35
Darauf kommt's an.....	35
Kapitel 2	
Daten grafisch darstellen	39
Grafiken für zeitliche Entwicklungen und ihre Tücken.....	39
Der Klassiker: die abgeschnittene Y-Achse.....	40
Der Unvermeidliche: die Verbindungslinien.....	41
Der Hübsche: flächige Symbole.....	41
Der Subtile: doppelte Skalen.....	43
Häufigkeitsdarstellungen für diskrete quantitative Merkmale.....	44
So geht's: Stabdiagramm.....	45
Das steckt dahinter.....	47
Darauf kommt's an.....	47
So geht's: Empirische Verteilungsfunktion.....	47
Das steckt dahinter.....	49
Darauf kommt's an.....	49





12 Inhaltsverzeichnis

Klasseneinteilungen (nicht nur) für stetige quantitative Merkmale	50
So geht's: Histogramm	50
Das steckt dahinter	52
Darauf kommt's an	52
Tortendiagramme für diskrete qualitative Merkmale	54
So geht's	54
Das steckt dahinter	56
Darauf kommt's an	56

Kapitel 3

Kennzahlen für den Durchschnitt herausarbeiten..... 59

Das arithmetische Mittel	59
So geht's	60
Das steckt dahinter	60
Darauf kommt's an	60
Der Median	62
So geht's	62
Das steckt dahinter	62
Darauf kommt's an	63
Varianz und Standardabweichung	64
So geht's	65
Das steckt dahinter	65
Darauf kommt's an	66
Quantile	66
So geht's	67
Das steckt dahinter	68
Darauf kommt's an	68
Weitere Durchschnittswerte: geometrisches Mittel und Modus	70
So geht's: Geometrisches Mittel	70
Das steckt dahinter (geometrisches Mittel)	71
Darauf kommt's an (geometrisches Mittel)	71
So geht's: Modus	71
Das steckt dahinter (Modus)	72
Darauf kommt's an (Modus)	72

Kapitel 4

Zusammenhänge zwischen zwei Merkmalen untersuchen ... 73

Die Punktwolke für die gleichzeitige Untersuchung von zwei quantitativen Merkmalen	74
So geht's	74
Das steckt dahinter	75
Darauf kommt's an	76
Die Regressionsgeraden einer Punktwolke	77
So geht's (1. Variante)	77
So geht's (2. Variante)	80
Das steckt dahinter	81
Darauf kommt's an	81



Inhaltsverzeichnis 13

Bedingte Mittelwerte und Standardabweichungen	83
So geht's	83
Das steckt dahinter	84
Darauf kommt's an	84
Der (empirische) Korrelationskoeffizient zweier quantitativer Merkmale	84
So geht's	84
Das steckt dahinter	85
Darauf kommt's an	86

TEIL II WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG

91

Kapitel 5 Klassische Wahrscheinlichkeitsrechnung

93

Ereignisse und ihre Wahrscheinlichkeiten	94
Die Definition der Wahrscheinlichkeit durch Axiome	96
Laplace-Versuche	97
Permutationen, Kombinationen und Variationen	101
So geht's	101
Bedingte Wahrscheinlichkeiten	104
So geht's: Bedingte Wahrscheinlichkeit	104
Das steckt dahinter	105
So geht's: Totale Wahrscheinlichkeit	105
Das steckt dahinter	106
So geht's: Formel von Bayes	107
Das steckt dahinter	108
Unabhängigkeit	108
Erwartungswert	110
So geht's	110
Das steckt dahinter	110
Darauf kommt's an	111

Kapitel 6 Zufallsvariablen und ihre Verteilungen

113

Zufallsvariablen	114
Diskrete und stetige Zufallsvariablen	115
Die Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen	115
So geht's: Stetige Zufallsvariablen	117
Das steckt dahinter	119
Darauf kommt's an	119
Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung	119
So geht's: Diskrete Zufallsvariablen	120
So geht's: Stetige Zufallsvariablen	121
So geht's: Weitere Formeln über Erwartungswert und Standardabweichung	122
Das steckt dahinter	122
Darauf kommt's an	123





14 Inhaltsverzeichnis

Unabhängigkeit und Korrelation	125
So geht's: Korrelationskoeffizient)	127
Das steckt dahinter	129
Darauf kommt's an	129
Das Gesetz der großen Zahlen	130
So geht's	130
Das steckt dahinter	131
Darauf kommt's an	132

Kapitel 7

Häufig verwendete Verteilungen 135

Geometrische Verteilung	136
So geht's	136
Das steckt dahinter	137
Darauf kommt's an	139
Binomialverteilung	140
So geht's	140
Das steckt dahinter	141
Darauf kommt's an	142
Poisson-Verteilung	143
So geht's	143
Das steckt dahinter	144
Darauf kommt's an	145
Hypergeometrische Verteilung	146
So geht's	146
Das steckt dahinter	148
Darauf kommt's an	149
Stetige Gleichverteilung	149
So geht's	150
Das steckt dahinter	150
Darauf kommt's an	152
Exponentialverteilung	153
So geht's	153
Das steckt dahinter	155
Darauf kommt's an	155

Kapitel 8

Die Normalverteilung 157

Die Eigenschaften der Standardnormalverteilung	157
Zugriff auf die Werte der Verteilung	159
Häufig verwendete Wertebereiche der Standardnormalverteilung	161
Die allgemeine Normalverteilung	161
Der zentrale Grenzwertsatz	162
So geht's	162
Das steckt dahinter	164
Darauf kommt's an	164
Als Auffangposition: Die t -Verteilung	165

TEIL III	
BEURTEILENDE STATISTIK	167
Kapitel 9	
Schätzen von Parametern	169
Konfidenzintervalle	170
Schätzen der Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses aus der relativen Häufigkeit	171
So geht's: Schätzen der Wahrscheinlichkeit	171
Das steckt dahinter	173
Darauf kommt's an	175
Schätzen eines Erwartungswerts aus dem Mittelwert von Versuchsergebnissen	176
So geht's: Schätzen des Erwartungswerts	176
Das steckt dahinter	178
Darauf kommt's an	179
Schätzen der Varianz aus der empirischen Varianz von normalverteilten Versuchsergebnissen	180
So geht's: Schätzen der Varianz	180
Das steckt dahinter: Schätzformel für die Varianz	181
Das steckt dahinter: Konfidenzintervall	183
Darauf kommt's an	184
Kapitel 10	
Testen von Hypothesen	187
Eine Behauptung über eine Wahrscheinlichkeit überprüfen	188
So geht's: Zweiseitiger Test	188
So geht's: Einseitiger Test	190
Das steckt dahinter	192
Darauf kommt's an	193
Eine Behauptung über einen Erwartungswert überprüfen	195
So geht's: Zweiseitiger Test	196
So geht's: Einseitiger Test	197
Das steckt dahinter	198
Darauf kommt's an	199
Eine Behauptung über eine Wahrscheinlichkeitsverteilung überprüfen	200
So geht's: Wahrscheinlichkeitsverteilung	200
Das steckt dahinter	201
Darauf kommt's an	202
Die Unabhängigkeit von zwei Zufallsvariablen überprüfen	202
So geht's	203
Darauf kommt's an	204
Eine Behauptung über eine Varianz überprüfen	204
So geht's: Zweiseitiger Test	205
So geht's: Einseitiger Test	206
Das steckt dahinter	208
Darauf kommt's an	208



16 Inhaltsverzeichnis

TEIL IV

AUSWERTUNG VON MESSUNGEN IM LABOR: FEHLERRECHNUNG 209

Kapitel 11 Abweichungen 211

Vieles haben Sie im Griff, aber manches bleibt unergründlich:

Systematische und zufällige Abweichungen 212

So geht's 212

Das steckt dahinter 214

Darauf kommt's an: 216

Dem wahren Messergebnis auf der Spur: Schätzen des Erwartungswerts

einer Messreihe 216

So geht's 217

Das steckt dahinter 218

Darauf kommt's an 220

Wiedersehen mit alten Bekannten schafft neue Einsichten:

Normalverteilte Zufallsvariablen 221

So geht's 221

Das steckt dahinter 222

Darauf kommt's an 223

Kapitel 12 Fehlerfortpflanzung 225

Jede Abweichung wirkt für sich: Gauß'sche Fehlerfortpflanzung 225

So geht's 226

Das steckt dahinter 228

Darauf kommt's an 230

Wenn sich alles gegen Sie verbündet: Lineare Fehlerfortpflanzung 231

So geht's 231

Das steckt dahinter 233

Darauf kommt's an 233

Kapitel 13 Vom Messwert zur Funktion: Die Methode der kleinsten Fehlerquadrate 237

So können Sie Datensätze bewerten: Summe der Fehlerquadrate 237

So geht's 238

Das steckt dahinter 239

Darauf kommt's an 240

So berechnen Sie die Funktion, die am besten passt: Normalgleichungen 242

So geht's 242

Das steckt dahinter 245

Darauf kommt's an 248

Im linearen Fall ist alles einfacher: Die Regressionsgerade 249

So geht's 249

Das steckt dahinter 251

Darauf kommt's an 252



Inhaltsverzeichnis 17

TEIL V	
ZEITLICHE ENTWICKLUNGEN ERFASSEN	255
Kapitel 14	
Eine Theorie über die Zukunft	257
Ein Zufall nach dem anderen: Stochastische Prozesse	257
Darauf kommt's an.....	259
Die Vergangenheit ist vergangen: Markow-Ketten	260
So geht's: Berechnung der jeweils neuen	
Wahrscheinlichkeitsverteilungen	261
Das steckt dahinter	264
Darauf kommt's an.....	265
So geht's: Stationäre Verteilung.....	266
Das steckt dahinter: Stationäre Verteilung.....	268
Darauf kommt's an: Stationäre Verteilung	270
Die Vergangenheit scheint noch etwas durch: Martingale	271
Darauf kommt's an.....	272
Kapitel 15	
Beobachtungen deuten	275
Den Trend erkennen: Zeitreihenanalyse	275
So geht's: Einfache exponentielle Glättung	276
So geht's: Zweifache exponentielle Glättung	278
Das steckt dahinter: Exponentielle Glättung.....	279
Darauf kommt's an: exponentielle Glättung	280
So geht's: Autokorrelation	281
Das steckt dahinter: Autokorrelation	282
Darauf kommt's an: Autokorrelation	283
Mögliche Verläufe durchspielen: Simulation	283
Erzeugung von Zufallszahlen	287
So geht's: Bernoulli-Versuch.....	290
Darauf kommt's an: Konstruktion einer geometrischen oder	
hypergeometrischen Verteilung aus einem Bernoulli-Versuch	291
So geht's: Poisson-Verteilung.....	292
Das steckt dahinter: Poisson-Verteilung.....	293
Darauf kommt's an: Poisson-Verteilung	293
TEIL VI	
DER TOP-TEN-TEIL	295
Kapitel 16	
Zehn erstaunliche Dinge aus der Statistik	297
Wie sich der Mensch den Zufall vorstellt: Die Himmelsscheibe von Nebra	297
Stets verloren, aber insgesamt gewonnen: Das Simpson-Paradox	299
Das steckt dahinter	300
Darauf kommt's an.....	300



18 Inhaltsverzeichnis

Kleine Zahlen sind häufiger: Das Newcomb-Benford'sche Gesetz	301
So geht's	301
Das steckt dahinter	304
Darauf kommt's an	305
Wer sich in Gefahr begibt, lebt gesünder? – Der »Healthy Worker«-Effekt	306
Ungleiche Häufigkeit trotz gleicher Wahrscheinlichkeit: Das Gesetz der kleinen Zahlen	308
So geht's	308
Das steckt dahinter	309
Darauf kommt's an	309
Es gibt immer gute Nachrichten – Man muss sie nur suchen	310
Das steckt dahinter	311
Unfairness einfach austricksen: So klappt's mit dem Laplace-Versuch	312
So geht's	313
Das steckt dahinter	314
Darauf kommt's an	314
Smartphone-Programmierer leben gefährlich (und Linkshänder auch)	315
Zum Picknick oder doch lieber unter Dach und Fach? – Die Sache mit der Regenwahrscheinlichkeit	316
Das steckt dahinter	316
»Gewöhnlich meint der Mensch, wenn er nur Zahlen sieht, es müsse sich dabei doch auch was denken lassen.«	317

ANHANG 319

A: Tabelle von Quantilen der t -Verteilung und der Normalverteilung 321

B: Tabelle der Chi-Quadrat-Verteilung 323

C: Rechenregeln für Erwartungswerte und Varianzen 325

Rechenregeln für Erwartungswerte

325

Rechenregeln für Varianzen

325

Berechnung von Varianzen unter Verwendung von Erwartungswerten

326

D: Lösungen der Aufgaben 327

Stichwortverzeichnis 335

