



Auf einen Blick

Über den Autor	7
Einleitung	19
Teil I: Ist die Welt nicht klein? Die Grundlagen	23
Kapitel 1: Entdeckungen und wesentliche Grundlagen der Quantenmechanik.....	25
Kapitel 2: Eine ganz neue Welt: Die Quantenmechanik.....	37
Kapitel 3: Willkommen in der Matrix: Zustände und Operatoren	57
Teil II: Gebunden, aber unbestimmt: Teilchen in gebundenen Zuständen	85
Kapitel 4: Ein Blick in den Potenzialtopf	87
Kapitel 5: Immer hin und her mit dem harmonischen Oszillator.....	119
Teil III: Alles dreht sich: Drehimpulse und Spin	139
Kapitel 6: Drehimpuls auf Quantenniveau	141
Kapitel 7: Die spinnen, die Quanten	165
Teil IV: Die dritte Dimension	173
Kapitel 8: Mit Ecken und Kanten: 3D-Probleme in rechtwinkligen Koordinaten lösen	175
Kapitel 9: Zum Kugeln: 3D in sphärischen Koordinaten	191
Kapitel 10: Die Krönung: Berechnung des Wasserstoffatoms.....	205
Teil V: Immer was los mit vielen Teilchen	229
Kapitel 11: Viele identische Teilchen.....	231
Kapitel 12: Nah dran: Störungstheorie	251
Kapitel 13: Treffen sich zwei Teilchen: Streutheorie.....	269
Teil VI: Der Top-Ten-Teil	285
Kapitel 14: Zehn Webseiten zur Quantenmechanik.....	287
Kapitel 15: Zehn Highlights der Quantenmechanik.....	291
Glossar	295
Stichwortverzeichnis	301







Inhaltsverzeichnis

Über den Autor	7
Einleitung	19
Über dieses Buch	19
Festlegungen in diesem Buch	20
Törichte Annahmen über den Leser	20
Aufbau dieses Buchs	20
Teil I: Ist die Welt nicht klein? Die Grundlagen.....	20
Teil II: Gebunden, aber unbestimmt: Teilchen in gebundenen Zuständen..	21
Teil III: Schwindlig werden mit Drehimpuls und Spin	21
Teil IV: Die Quantenmechanik wird dreidimensional.....	21
Teil V: Gruppendynamik mit vielen Teilchen	21
Teil VI: Der Top-Ten-Teil.....	21
Symbole in diesem Buch.....	22
Wie geht es weiter?.....	22
TEIL I	
IST DIE WELT NICHT KLEIN? DIE GRUNDLAGEN	23
Kapitel 1	
Entdeckungen und wesentliche Grundlagen der	
Quantenmechanik.....	25
Wie alles begann: Der Ärger mit der Strahlung schwarzer Körper	26
Der erste Versuch: Das Wien'sche Gesetz	27
Der zweite Versuch: Das Rayleigh-Jeans-Gesetz.....	28
Ein intuitiver (Quanten-)Sprung: Das Planck'sche Spektrum.....	28
Stück für Stück: Licht als Teilchen	29
Die Erklärung des photoelektrischen Effekts.....	29
Billard mit Licht: Der Compton-Effekt.....	31
Das Positron als Beweis? Dirac und die Paarerzeugung.....	32
Eine doppelte Identität: Die Wellennatur von Teilchen	33
Man kann nicht alles wissen (aber die Wahrscheinlichkeiten berechnen).....	35
Die Heisenberg'sche Unschärferelation.....	35
Die Würfel rollen: Quantenmechanik und Wahrscheinlichkeiten.....	36
Kapitel 2	
Eine ganz neue Welt: Die Quantenmechanik.....	37
Was ist Quantenmechanik?	37
Die Schrödinger-Gleichung und die Wellenfunktion	39
Der Hamilton-Operator	39
Die Wellenfunktion $\psi(r)$	40
Die Energieeigenwerte E	40





12 Inhaltsverzeichnis

Zustände und Wahrscheinlichkeiten in der Quantenmechanik.....	41
Die Darstellungsweise	42
Die Lösung quantenmechanischer Probleme	43
Welche Größe kann man bestimmen?.....	43
Wie geht man bei der Lösung eines quantenmechanischen Problems vor?	45
Die Quantenmechanik und die folgenden Kapitel	47
Teil I: Ist die Welt nicht klein? Die Grundlagen.....	48
Teil II: Gebunden, aber unbestimmt: Teilchen in gebundenen Zuständen	48
Teil III: Alles dreht sich um Drehimpuls und Spin.....	50
Teil IV: Die Quantenmechanik wird dreidimensional.....	51
Teil V: Komplexe Systeme.....	53

Kapitel 3

Willkommen in der Matrix: Zustände und Operatoren..... 57

Vektoren im Hilbert-Raum.....	58
Mit Dirac wird das Leben einfacher	60
Ket-Vektoren schreiben	60
Den Adjungierten als Bra-Vektor schreiben.....	62
Bras und Kets miteinander multiplizieren: Eine Wahrscheinlichkeit von 1	62
Nicht an eine Basis gebundene Zustandsvektoren.....	63
Rechenregeln in der Ket-Schreibweise.....	64
Sie bringen die Physik ins Spiel: Operatoren.....	65
Arbeiten mit Operatoren	65
In großer Erwartung: der Erwartungswert	66
Lineare Operatoren.....	68
Adjungierte und hermitesche Operatoren.....	68
Tauschen für Fortgeschrittene: Kommutatoren.....	69
Kommutierende Operatoren.....	69
Antihermitesche Operatoren.....	70
Bei null starten und bei Heisenberg enden	71
Eigenvektoren und Eigenwerte: Natürlich sind sie eigenartig!.....	74
Verstehen, wie sie funktionieren.....	76
Eigenvektoren und Eigenwerte bestimmen.....	77
Hin und wieder zurück: Inverse und unitäre Operatoren	79
Vergleich zwischen Matrix- und kontinuierlicher Darstellung.....	80
Mit der Differenzialrechnung zu einer kontinuierlichen Basis.....	81
Jetzt kommen die Wellen	81



TEIL II	
GEBUNDEN, ABER UNBESTIMMT:	
TEILCHEN IN GEBUNDENEN ZUSTÄNDEN.....	85
Kapitel 4	
Ein Blick in den Potenzialtopf.....	87
Gefangen zwischen 0 und a	87
Endlich tiefe Potenzialtöpfe.....	89
Gebundene Teilchenzustände.....	90
Wie man aus Potenzialtöpfen entkommt.....	90
Gebundene Teilchen in unendlichen rechteckigen Potenzialtöpfen.....	91
Berechnung der Wellenfunktionen.....	91
Bestimmung der Energieniveaus.....	92
Die Normierung der Wellenfunktion.....	93
Zeit spielt (k)eine Rolle.....	95
Und wenn der Ursprung in der Mitte sitzt?.....	96
Endliches Potenzial: Jetzt wird es interessant.....	97
Angenommen, das Teilchen hat genügend Energie.....	98
Und wenn das Teilchen nicht genug Energie hat?.....	102
Mit dem Teilchen durch die Wand.....	105
Was an der Potenzialbarriere bei $E > V_0$ passiert.....	106
Überwinden der Potenzialbarriere – auch mit $E < V_0$	108
Der Tunneleffekt.....	111
Die Lösung der Schrödinger-Gleichung für ungebundene Teilchen.....	112
Der goldene Kompromiss: Wellenpakete.....	113
Ein Gauß'sches Beispiel.....	114
Das Wichtigste von Kapitel 4 noch einmal in Kürze.....	115
Kapitel 5	
Immer hin und her mit dem harmonischen Oszillator.....	119
Die Schrödinger-Gleichung für den harmonischen Oszillator.....	119
Das klassische Vorbild.....	120
Die Gesamtenergie in der Quantenschwingung.....	120
Algebraische Hilfsmittel.....	123
Einfluss der Leiteroperatoren auf die Eigenzustände des	
harmonischen Oszillators.....	124
Direkte Verwendung von a und a^\dagger	124
Die Energieeigenzustände.....	125
Berechnung der Eigenfunktionen.....	126
Eine andere Sichtweise: Hermite'sche Polynome.....	130
Zahlen, bitte.....	132
Harmonisch schwingende Matrizen.....	133
Klassische und quantenmechanische Oszillatoren.....	136
Das Wichtigste von Kapitel 5 noch einmal in Kürze.....	137



14 Inhaltsverzeichnis

TEIL III

ALLES DREHT SICH: DREHIMPULSE UND SPIN 139

Kapitel 6

Drehimpuls auf Quantenniveau 141

Quantisiertes Kreisen	142
Die Kommutatoren von L_x , L_y und L_z	143
Die Eigenzustände des Drehimpulses.....	144
Die Eigenwerte des Drehimpulses.....	146
Wir gehen aufs Maximum (und Minimum).....	147
Die Rotationsenergie eines zweiatomigen Moleküls	149
Die Eigenwerte von Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren.....	150
Drehimpuls und Matrixdarstellung.....	151
Eine runde Sache: Übergang zu Kugelkoordinaten.....	155
Die Eigenfunktionen von L_z in Kugelkoordinaten	157
Die Eigenfunktionen von L^2 in Kugelkoordinaten	158
Das Wichtigste von Kapitel 6 noch einmal in Kürze.....	163

Kapitel 7

Die spinnen, die Quanten 165

Der Stern-Gerlach-Versuch und der fehlende Strahl.....	166
Der Spin und seine (Eigen-)Zustände.....	167
Halbe und Ganze: Fermionen und Bosonen.....	168
Spinoperatoren: Es wird formal.....	168
Spin-1/2-Teilchen und Pauli-Matrizen.....	170
Spin-1/2-Matrizen.....	170
Pauli-Matrizen.....	172
Das Wichtigste von Kapitel 7 noch einmal in Kürze.....	172

TEIL IV

DIE DRITTE DIMENSION 173

Kapitel 8

Mit Ecken und Kanten: 3D-Probleme in rechtwinkligen

Koordinaten lösen 175

Die Schrödinger-Gleichung: Jetzt in 3D-Qualität!.....	176
Freie Teilchen im Raum.....	178
Die Gleichungen für x , y und z	179
Bestimmung der Gesamtenergie.....	179
Zeitabhängigkeit und Wellenpakete.....	180
Dreidimensionale Kästen.....	182
Die Energieniveaus sind im Kasten.....	184
Die Wellenfunktion normieren.....	185
Würfelförmiges Potenzial.....	186
Der dreidimensionale harmonische Oszillator.....	187
Das Wichtigste von Kapitel 8 noch einmal in Kürze.....	189



Inhaltsverzeichnis 15

Kapitel 9	
Zum Kugeln: 3D in sphärischen Koordinaten.....	191
Zentralpotenziale im Dreidimensionalen.....	192
Die Schrödinger-Gleichung zerlegen.....	193
Der winkelabhängige Teil von $\psi(r,\theta,\phi)$	194
Der radiale Teil von $\psi(r,\theta,\phi)$	194
Freie Teilchen im Dreidimensionalen in Kugelkoordinaten.....	196
Die sphärischen Bessel- und Neumann-Funktionen.....	196
Näherungen für große und kleine ρ	197
Das sphärisch symmetrische »Kasten«-Potential.....	198
Innerhalb des Potentials: $0 < r < a$	198
Außerhalb des Potentials: $r > a$	200
Der isotrope harmonische Oszillator.....	200
Das Wichtigste von Kapitel 9 noch einmal in Kürze.....	202
Kapitel 10	
Die Krönung: Berechnung des Wasserstoffatoms.....	205
Die Schrödinger-Gleichung für das Wasserstoffatom.....	206
Vereinfachung und Separation.....	208
Die Lösung für $\psi(R)$	210
Die Lösung für $\psi(r)$	210
Lösung der radialen Schrödinger-Gleichung für kleine r ...	211
... und für richtig große.....	211
Zusammenfügen der Lösungen für die Radialgleichung.....	212
Die Funktion $f(r)$ endlich machen.....	214
Bestimmung der erlaubten Energien.....	215
Die Lösung der radialen Schrödinger-Gleichung.....	216
Wellenfunktionen des Wasserstoffs.....	218
Die Energieentartung beim Wasserstoffatom.....	220
Quantenzustände mit Spin.....	221
Linien führen zu Orbitalen.....	222
Catch me, if you can: Der Aufenthaltsort des Elektrons.....	224
Das Wichtigste von Kapitel 10 noch einmal in Kürze.....	225
TEIL V	
IMMER WAS LOS MIT VIELEN TEILCHEN.....	229
Kapitel 11	
Viele identische Teilchen.....	231
Vielteilchensysteme im Allgemeinen.....	232
Wellenfunktionen und Hamilton-Operatoren.....	232
Nobelpreiswürdig: Gute Ideen zu Mehrelektronenatomen.....	233
Ein äußerst hilfreiches Werkzeug: Austauschsymmetrie.....	235
Teilchen tauschen: Der Austauschoperator.....	235
Symmetrische und antisymmetrische Wellenfunktionen.....	236
Systeme mit unterscheidbaren Teilchen.....	238



16 Inhaltsverzeichnis

Mit identischen Teilchen jonglieren.....	241
Die Identität verlieren.....	241
Symmetrie und Antisymmetrie.....	242
Austauschentartung: Der gleichbleibende Hamilton-Operator.....	243
Zusammengesetzte Teilchen und ihre Symmetrie.....	244
Wellenfunktionen symmetrisch oder antisymmetrisch machen.....	245
Identische, nicht wechselwirkende Teilchen.....	246
Wellenfunktionen in Zweiteilchensystemen.....	246
Wellenfunktionen für Systeme mit drei oder mehr Teilchen.....	247
Besetzt! – Das Pauli-Prinzip.....	248
Das Periodensystem der Elemente.....	249
Das Wichtigste von Kapitel 11 noch einmal in Kürze.....	250

Kapitel 12

Nah dran: Störungstheorie 251

Die zeitunabhängige Störungstheorie.....	251
Störungstheorie für nicht entartete Ausgangszustände.....	252
Eine kleine Störung: Entwicklung der Gleichungen.....	253
Anpassen der Koeffizienten von λ und Vereinfachung.....	254
Die Korrekturen erster Ordnung bestimmen.....	254
Die Korrekturen zweiter Ordnung.....	256
Die Störungstheorie im Test: Harmonische Oszillatoren in elektrischen Feldern	257
Exakte Lösungen berechnen.....	258
Und jetzt mit Störungstheorie.....	259
Störungstheorie für entartete Hamilton-Operatoren.....	262
Test der entarteten Störungstheorie: Wasserstoff in elektrischen Feldern.....	264
Das Wichtigste von Kapitel 12 noch einmal in Kürze.....	266

Kapitel 13

Treffen sich zwei Teilchen: Streutheorie 269

Teilchenstreuung und Wirkungsquerschnitt.....	270
Schwerpunktsystem oder Laborsystem?.....	271
Die Streuung im gewählten Bezugssystem.....	271
Teilchen gleicher Masse im Laborsystem.....	275
Die Streuamplitude von spinlosen Teilchen.....	276
Die Wellenfunktion des einfallenden Teilchens.....	277
Die Wellenfunktion des gestreuten Teilchens.....	277
Der Zusammenhang zwischen Streuamplitude und differenziellem	
Wirkungsquerschnitt.....	278
Berechnung der Streuamplitude.....	279
Rettung der Wellengleichung: Die Born'sche Näherung:.....	280
Die Wellenfunktion bei großen Abständen.....	281
Die erste Born'sche Näherung im Einsatz.....	281
Es wird konkret.....	282
Das Wichtigste von Kapitel 13 noch einmal in Kürze.....	283

Inhaltsverzeichnis 17

TEIL VI	
DER TOP-TEN-TEIL	285
Kapitel 14	
Zehn Webseiten zur Quantenmechanik	287
Elektronen und Photonen aus Ulm	287
Quanten.de	287
Joachims Quantenwelt	288
Visual Quantum Mechanics	288
HydrogenLab	288
MILQ	288
Physik multimedial	288
Quantum Mechanics Tutorial	289
Leifi Physik	289
HyperPhysics	289
Kapitel 15	
Zehn Highlights der Quantenmechanik	291
Welle-Teilchen-Dualismus	291
Der photoelektrische Effekt	291
Entdeckung des Spins	292
Unterschiede zwischen den Newton'schen Gesetzen und der	
Quantenmechanik	292
Die Heisenberg'sche Unschärferelation	292
Der Tunneleffekt	292
Diskrete Atomspektren	293
Der harmonische Oszillator	293
Potenzialtöpfe	293
Schrödingers Katze	293
Glossar	295
Stichwortverzeichnis	301

