

# Auf einen Blick

<b>Einführung</b> .....	<b>21</b>
<b>Teil I: Grundlagen der grundlegenden Mathematik</b> .....	<b>29</b>
<b>Kapitel 1:</b> Das Spiel mit den Zahlen.....	31
<b>Kapitel 2:</b> Zahlen und Ziffern – an den Fingern abgezählt.....	45
<b>Kapitel 3:</b> Die großen Vier: Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division .....	53
<b>Teil II: Ganze Zahlen</b> .....	<b>67</b>
<b>Kapitel 4:</b> Die vier großen Operationen in der Praxis.....	69
<b>Kapitel 5:</b> Eine Frage der Werte: Berechnung arithmetischer Ausdrücke .....	81
<b>Kapitel 6:</b> Zugetextet? Text in Zahlen umwandeln .....	91
<b>Kapitel 7:</b> Teilbarkeit.....	99
<b>Kapitel 8:</b> Fabelhafte Faktoren und viel zitierte Vielfache.....	105
<b>Teil III: Teile des Ganzen: Brüche, Dezimalzahlen und Prozente</b> .....	<b>117</b>
<b>Kapitel 9:</b> Das Spiel mit den Brüchen .....	119
<b>Kapitel 10:</b> Es geht weiter: Brüche und die vier großen Operationen...	131
<b>Kapitel 11:</b> Dezimalzahlen .....	145
<b>Kapitel 12:</b> Prozentsätze.....	161
<b>Kapitel 13:</b> Textaufgaben mit Brüchen, Dezimalzahlen und Prozentsätzen.....	173
<b>Teil IV: Visualisieren und Messen – Graphen, Maße, Statistik und Mengen</b> .....	<b>185</b>
<b>Kapitel 14:</b> Die perfekte Zehn: Zahlen in wissenschaftlicher Notation..	187
<b>Kapitel 15:</b> Maße und Gewichte .....	195
<b>Kapitel 16:</b> Ein Bild sagt mehr als tausend Worte: Grundlegende Geometrie .....	199
<b>Kapitel 17:</b> Sehen ist glauben: Graphen als visuelles Werkzeug.....	221
<b>Kapitel 18:</b> Textaufgaben mit Geometrie und Maßen lösen .....	229
<b>Kapitel 19:</b> Chancen ausrechnen: Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung.....	237



10 **Auf einen Blick**

<b>Teil V: Akte X: Einführung in die Algebra .....</b>	<b>249</b>
<b>Kapitel 20:</b> Mr. X kennenlernen: Algebra und algebraische Ausdrücke. ....	251
<b>Kapitel 21:</b> Mr. X enttarnen: Algebraische Gleichungen.....	267
<b>Kapitel 22:</b> Mr. X im Einsatz: Textaufgaben in der Algebra .....	279
<b>Teil VI: Der Top-Ten-Teil.....</b>	<b>287</b>
<b>Kapitel 23:</b> Zehn wichtige Zahlenmengen, die Sie kennen sollten.....	289
<b>Stichwortverzeichnis.....</b>	<b>297</b>



# Inhaltsverzeichnis

<b>Einführung</b> .....	<b>21</b>
Über dieses Buch.....	21
Konventionen in diesem Buch.....	22
Was Sie nicht lesen müssen.....	22
Törichte Annahmen über den Leser.....	23
Wie dieses Buch aufgebaut ist.....	23
Teil I: Grundlagen der grundlegenden Mathematik.....	23
Teil II: Ganze Zahlen.....	24
Teil III: Teile des Ganzen: Brüche, Dezimalzahlen und Prozente.....	24
Teil IV: Visualisieren und Messen – Graphen, Maße, Statistik und Mengen.....	25
Teil V: Akte X: Einführung in die Algebra.....	26
Teil VI: Der Top-Ten-Teil.....	26
Symbole, die in diesem Buch verwendet werden.....	26
Wie es weitergeht.....	27
<b>TEIL I</b>	
<b>GRUNDLAGEN DER GRUNDLEGENDEN MATHEMATIK</b> .....	<b>29</b>
<b>Kapitel 1</b>	
<b>Das Spiel mit den Zahlen</b> .....	<b>31</b>
Die Erfindung der Zahlen.....	32
Zahlenfolgen verstehen.....	32
Ungerade gerade machen.....	32
Quadratzahlen verstehen.....	33
Zusammengesetzte Zahlen – ganz einfach.....	34
Die Primzahlen verweigern sich dem Rechteck!.....	35
Mit Potenzen schnell multiplizieren.....	35
Der Zahlenstrahl.....	37
Auf dem Zahlenstrahl addieren und subtrahieren.....	37
Das Nichts verstehen lernen: 0.....	38
Und nun in die andere Richtung: Negative Zahlen.....	39
Die Möglichkeiten vervielfachen sich – Multiplikation.....	40
Die Zwischenstellen: Brüche.....	41
Vier wichtige Zahlenmengen.....	42
Zählen mit den natürlichen Zahlen.....	42
Einführung der ganzen Zahlen.....	43



## 12 Inhaltsverzeichnis

Wir bleiben rational.....	43
Werden wir reell.....	43

## **Kapitel 2 Zahlen und Ziffern – an den Fingern abgezählt..... 45**

Den Stellenwert kennen.....	46
Bis zehn zählen – und darüber hinaus.....	46
Platzhalter von führenden Nullen unterscheiden.....	47
Lange Zahlen lesen.....	48
Runden und Schätzen.....	48
Zahlen runden.....	49
Werte schätzen, um Aufgaben einfacher zu lösen.....	50

## **Kapitel 3 Die großen Vier: Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division ..... 53**

Zusammenzählen: Addition.....	53
Reihenweise: Größere Zahlen in Spalten addieren.....	54
Übertrag: Zweistellige Lösungen.....	54
Abziehen: Subtraktion.....	55
Spaltenweise: Große Zahlen subtrahieren.....	56
Zehnerübertrag: Mit »Borgen« subtrahieren.....	57
Multiplikation.....	60
Multiplikationssymbole.....	61
Zwei Stellen: Größere Zahlen multiplizieren.....	62
Division im Handumdrehen.....	63
Schriftliche Division im Nu erledigt.....	64
Was übrig bleibt: Division mit Rest.....	65

## **TEIL II GANZE ZAHLEN ..... 67**

### **Kapitel 4 Die vier großen Operationen in der Praxis..... 69**

Eigenschaften der vier großen Operationen.....	70
Inverse Operationen.....	70
Kommutative Operationen.....	71
Assoziative Operationen.....	71
Distribution – zur Lastverringernng.....	72
Die vier großen Operationen für negative Zahlen.....	73
Addition und Subtraktion mit negativen Zahlen.....	73
Multiplikation und Division mit negativen Zahlen.....	75





## Inhaltsverzeichnis 13

Einheiten und Größen.....	76
Ungleichheiten verstehen.....	77
Ungleich ( $\neq$ ).....	77
Kleiner ( $<$ ) und größer ( $>$ ).....	77
Ungefähr gleich ( $\approx$ ).....	78
Über die großen Vier hinaus: Potenzen, Quadratwurzeln und Beträge.....	78
Potenzen verstehen.....	78
Zurück zu den Wurzeln.....	79
Den Betrag einer Zahl bestimmen.....	80

### Kapitel 5

#### Eine Frage der Werte: Berechnung arithmetischer Ausdrücke.....

**81**

Drei wichtige Konzepte der Mathematik: Gleichungen, Terme und deren Berechnung.....	81
Gleichheit für alle: Gleichungen.....	82
He, es ist nur ein Term!.....	83
Berechnendes Verhalten.....	83
Die Operatorreihenfolge.....	84
Anwendung der Operatorreihenfolge auf Terme mit den vier großen Operationen.....	85
Anwendung der Operatorreihenfolge in Termen mit Potenzen.....	87
Anwendung der Operatorreihenfolge in Termen mit Klammern.....	88

### Kapitel 6

#### Zugetextet? Text in Zahlen umwandeln.....

**91**

Zwei Gerüchte über Textaufgaben zerstreuen.....	91
Textaufgaben sind nicht immer schwierig.....	92
Textaufgaben sind nützlich.....	92
Textaufgaben Schritt für Schritt.....	92
Textaufgaben in Wortgleichungen umwandeln.....	93
Zahlen für Wörter einsetzen.....	95
Komplexere Textaufgaben.....	97
Wenn es ernst wird mit den Zahlen.....	97

### Kapitel 7

#### Teilbarkeit.....

**99**

Die Tricks der Teilbarkeit.....	99
Zahlen, durch die geteilt werden kann.....	99

14 **Inhaltsverzeichnis**

Das dicke Ende: Die hinteren Ziffern ansehen .....	100
Jeder macht mit: Teilbarkeit durch Addition der Ziffern prüfen .....	101
Primzahlen und zusammengesetzte Zahlen erkennen.....	103

**Kapitel 8****Fabelhafte Faktoren und viel zitierte Vielfache .... 105**

Sechs Methoden, dasselbe zu sagen.....	105
Faktoren und Vielfache in Beziehung setzen.....	106
Fabelhafte Faktoren.....	107
Erkennen, ob eine Zahl ein Faktor einer anderen Zahl ist....	107
Die Faktoren einer Zahl ermitteln.....	107
Primfaktoren .....	109
Den größten gemeinsamen Teiler finden.....	112
Viel zitierte Vielfache .....	114
Vielfache erzeugen.....	114
Das kleinste gemeinsame Vielfache bestimmen .....	114

**TEIL III****TEILE DES GANZEN: BRÜCHE, DEZIMALZAHLEN****UND PROZENTE ..... 117****Kapitel 9****Das Spiel mit den Brüchen ..... 119**

Eine Torte in Bruchteile schneiden.....	120
Entscheidende Informationen über Brüche.....	121
Den Zähler vom Nenner unterscheiden.....	122
Reziproke – der Umkehr halber .....	122
Die Verwendung von Nullen und Einsen .....	122
Gut gemischt.....	123
Echtes und Unechtes unterscheiden .....	123
Brüche erweitern und kürzen .....	124
Brüche erweitern .....	124
Brüche kürzen.....	125
Zwischen unechten Brüchen und gemischter Schreibweise umwandeln.....	127
Die Bestandteile der gemischten Schreibweise.....	127
Die gemischte Schreibweise in einen unechten Bruch umwandeln.....	128
Einen unechten Bruch in die gemischte Schreibweise umwandeln.....	128
Die Kreuzmultiplikation verstehen.....	129



## Inhaltsverzeichnis 15

### Kapitel 10

#### Es geht weiter: Brüche und die vier großen

<b>Operationen</b> .....	<b>131</b>
Brüche multiplizieren und dividieren.....	131
Einfach Zähler und Nenner multiplizieren.....	132
Mit einer Drehung Brüche dividieren.....	133
Zusammengezählt: Brüche addieren.....	134
Die Summe von Brüchen mit gleichen Nennern ermitteln..	134
Brüche mit unterschiedlichen Nennern addieren.....	135
Weg damit: Brüche subtrahieren.....	138
Brüche mit gleichen Nennern subtrahieren.....	139
Brüche mit unterschiedlichen Nennern subtrahieren.....	139
Mit der gemischten Schreibweise arbeiten.....	141
Zahlen in gemischter Schreibweise multiplizieren und	
dividieren.....	141
Zahlen in gemischter Schreibweise addieren und	
subtrahieren.....	141

### Kapitel 11

<b>Dezimalzahlen</b> .....	<b>145</b>
Grundlegende Informationen über Dezimalzahlen.....	145
Der Stellenwert von Dezimalzahlen.....	146
Die dezimalen Tatsachen des Lebens.....	146
Die großen vier Operationen für Dezimalzahlen.....	149
Dezimalzahlen addieren.....	149
Dezimalzahlen subtrahieren.....	150
Dezimalzahlen multiplizieren.....	151
Dezimalzahlen dividieren.....	152
Zwischen Dezimalzahlen und Brüchen wechseln.....	155
Einfache Umwandlungen.....	155
Dezimalzahlen in Brüche umwandeln.....	156
Brüche in Dezimalzahlen umwandeln.....	157

### Kapitel 12

<b>Prozentsätze</b> .....	<b>161</b>
Prozentsätze verstehen.....	161
Der Umgang mit Prozentsätzen größer 100 Prozent.....	162
Prozentsätze, Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln	163
Von Prozentsätzen zu Dezimalzahlen.....	163
Von Dezimalzahlen zu Prozentsätzen.....	163
Von Prozentsätzen zu Brüchen.....	163
Von Brüchen zu Prozentsätzen.....	164



## 16 Inhaltsverzeichnis

Prozentaufgaben lösen.....	165
Ein paar einfache Prozentaufgaben lösen.....	165
Aufgabenstellungen umkehren.....	166
Schwierigere Prozentaufgaben lösen.....	167
Alle Prozentaufgaben kombinieren.....	168
Die drei Arten von Prozentaufgaben identifizieren.....	168
Der Prozentkreis.....	169

## Kapitel 13

### Textaufgaben mit Brüchen, Dezimalzahlen und Prozentsätzen..... 173

Teile des Ganzen in Textaufgaben addieren und subtrahieren.....	174
Eine Pizza teilen: Brüche.....	174
Geteilte Stimmen: Prozentsätze.....	175
Aufgaben zum Multiplizieren von Brüchen.....	175
Kuchenreste.....	176
Dezimalzahlen und Prozentsätze in Textaufgaben multiplizieren.....	177
Wie viel Geld ist übrig?.....	178
Den Grundwert bestimmen.....	179
Prozentuale Steigerungen und Abnahmen in Textaufgaben.....	181
Gehaltserhöhungen berechnen.....	181
Schnäppchenjagd: Rabatte berechnen.....	182



## TEIL IV VISUALISIEREN UND MESSEN – GRAPHEN, MAßE, STATISTIK UND MENGEN..... 185

### Kapitel 14

#### Die perfekte Zehn: Zahlen in wissenschaftlicher Notation..... 187

Das Wichtigste zuerst: Zehnerpotenzen.....	188
Nullen zählen und Exponenten schreiben.....	188
Zum Multiplizieren Exponenten addieren.....	189
Mit der wissenschaftlichen Notation arbeiten.....	190
In wissenschaftlicher Notation schreiben.....	190
Multiplizieren in der wissenschaftlichen Notation.....	192

### Kapitel 15

#### Maße und Gewichte..... 195

Das metrische System.....	195
---------------------------	-----





**Kapitel 16****Ein Bild sagt mehr als tausend Worte: Grundlegende**

<b>Geometrie</b> .....	<b>199</b>
Alles auf der Ebene: Punkte, Linien, Winkel und Figuren.....	200
Punkte machen.....	200
Auf der Linie.....	200
Winkel.....	201
Figuren.....	202
Kreise.....	202
Polygone.....	203
Die nächste Dimension: Räumliche Geometrie.....	205
Die vielen Gesichter der Polyeder.....	206
3D-Körper mit Kurven.....	206
Figuren messen: Umfang, Fläche, Oberfläche und Volumen.....	208
2D: In der Ebene messen.....	208
Weiter in den Raum: In drei Dimensionen messen.....	216

**Kapitel 17****Sehen ist glauben: Graphen als visuelles**

<b>Werkzeug</b> .....	<b>221</b>
Zwei bekannte Graphen.....	221
Balkendiagramm.....	222
Tortendiagramm.....	223
Kartesische Koordinaten.....	224
Geraden in einem kartesischen Koordinatensystem zeichnen.....	225
Aufgaben mithilfe von kartesischen Koordinaten lösen.....	226

**Kapitel 18****Textaufgaben mit Geometrie und Maßen lösen .... 229**

Der Kettentrick: Maßaufgaben mithilfe von Umrechnungsketten lösen.....	229
Eine kurze Kette einrichten.....	230
Textaufgaben aus der Geometrie lösen.....	231
Mit Wörtern und Bildern arbeiten.....	231
Ein wenig Zeichentalent ist gefragt.....	233

**Kapitel 19****Chancen ausrechnen: Statistik und****Wahrscheinlichkeitsrechnung..... 237**

Mathematisch Daten sammeln: Grundlegende Statistik.....	237
---	-----

## 18 Inhaltsverzeichnis

Der Unterschied zwischen qualitativen und quantitativen Daten .....	238
Die Arbeit mit qualitativen Daten .....	239
Die Arbeit mit quantitativen Daten .....	241
Wahrscheinlichkeiten: Grundlegende Wahrscheinlichkeitsrechnung .....	242
Wahrscheinlichkeiten berechnen .....	243
Wahrscheinlichkeiten! Ergebnisse bei mehreren Münzen und Würfeln zählen .....	244

**TEIL V****AKTE X: EINFÜHRUNG IN DIE ALGEBRA..... 249****Kapitel 20****Mr. X kennenlernen: Algebra und algebraische****Ausdrücke..... 251**

$x$ als Platzhalter .....	251
Algebraische Ausdrücke .....	252
Algebraische Ausdrücke berechnen .....	253
Algebraische Terme .....	254
Kommutativ: Terme neu anordnen .....	255
Den Koeffizienten und die Variable identifizieren .....	256
Ähnliche Terme identifizieren .....	257
Algebraische Terme und die vier großen Operationen .....	257
Algebraische Ausdrücke vereinfachen .....	261
Ähnliche Terme kombinieren .....	262
Klammern aus einem algebraischen Ausdruck entfernen ...	263

**Kapitel 21****Mr. X enttarnen: Algebraische Gleichungen..... 267**

Algebraische Gleichungen verstehen .....	268
$x$ in Gleichungen verwenden .....	268
Vier Methoden, algebraische Gleichungen zu lösen .....	268
Die Suche nach dem Gleichgewicht: Nach $x$ auflösen .....	270
Das Gleichgewicht halten .....	270
Mithilfe der Waagschale $x$ isolieren .....	271
Gleichungen neu anordnen und $x$ isolieren .....	273
Terme auf einer Seite einer Gleichung neu anordnen .....	273
Terme auf die andere Seite des Gleichheitszeichens verschieben .....	274
Klammern aus Gleichungen entfernen .....	275
Kreuzmultiplikation .....	276

**Kapitel 22****Mr. X im Einsatz: Textaufgaben in der Algebra ..... 279**

Algebra-Textaufgaben in fünf Schritten lösen .....	280
Eine Variable deklarieren .....	281
Die Gleichung aufstellen .....	281
Die Gleichung lösen .....	282
Die Frage beantworten .....	283
Die Lösung überprüfen .....	283
Kompliziertere Algebra-Aufgaben .....	284
Tabellen für vier Personen .....	284

**TEIL VI****DER TOP-TEN-TEIL ..... 287****Kapitel 23****Zehn wichtige Zahlenmengen, die Sie kennen****sollten ..... 289**

Reine Natur: Die natürlichen Zahlen .....	290
Ganze Zahlen identifizieren .....	290
Rational über rationale Zahlen sprechen .....	291
Irrationale Zahlen verstehen .....	291
Algebraische Zahlen .....	292
Durchblick bei den transzendenten Zahlen .....	293
Auf dem Boden der reellen Zahlen .....	293
Imaginäre Zahlen veranschaulichen .....	294
Die Komplexität komplexer Zahlen verstehen .....	295
Mit den transfiniten Zahlen über »unendlich« hinaus .....	296

**Stichwortverzeichnis ..... 297**

