



# Auf einen Blick

<b>Über den Autor</b> .....	<b>9</b>
<b>Einleitung</b> .....	<b>21</b>
<b>Teil I: Neue Phänomene und neue Betrachtungsweisen</b> .....	<b>31</b>
<b>Kapitel 1:</b> Quantencomputing – hope or hype? .....	35
<b>Kapitel 2:</b> Unterschiede, die einen Unterschied machen .....	47
<b>Kapitel 3:</b> Matrizen .....	61
<b>Kapitel 4:</b> Teleportation – abstrakt und physikalisch .....	81
<b>Teil II: Neue Spielregeln in der Physik</b> .....	<b>95</b>
<b>Kapitel 5:</b> Hinter dem Monitor .....	97
<b>Kapitel 6:</b> Abstieg in die Unterwelt .....	103
<b>Teil III: Qubits und ihre Operatoren</b> .....	<b>133</b>
<b>Kapitel 7:</b> Bits – als Vektoren betrachtet .....	135
<b>Kapitel 8:</b> Qubits – revisited .....	147
<b>Kapitel 9:</b> Methoden der Fehlerbehandlung .....	165
<b>Teil IV: Quantenfouriertransformationen und mehr</b> .....	<b>175</b>
<b>Kapitel 10:</b> Fouriertransformationen .....	177
<b>Kapitel 11:</b> Anwendungen der Quantenfouriertransformation .....	203
<b>Teil V: Weitere Anwendungen</b> .....	<b>219</b>
<b>Kapitel 12:</b> »Feind hört (nicht) mit« .....	221
<b>Kapitel 13:</b> Wer sucht, der findet (schneller) .....	245
<b>Kapitel 14:</b> Zur Quantensimulation durch Quanten .....	251
<b>Teil VI: Top Ten Teil</b> .....	<b>261</b>
<b>Kapitel 15:</b> Ein Zusammenspiel von Physik, Mathematik, Informatik und Ingenieurwissenschaften in 10 Schritten .....	263
<b>Anhang</b> .....	<b>267</b>
<b>Anhang A:</b> Theoreme zur klassischen Zahlentheorie .....	269
<b>Anhang B:</b> Komplexe Zahlen .....	283
<b>Anhang C:</b> Stochastik .....	291
<b>Anhang D:</b> Identische Teilchen .....	301
<b>Anhang E:</b> Lineare Algebra in a nutshell .....	307
<b>Anhang F:</b> Wichtige Hermitesche Operatoren in der Quantenmechanik .....	319
<b>Anhang G:</b> Schrödingergleichung .....	333
<b>Anhang H:</b> Symbolverzeichnis .....	339
<b>Abbildungsverzeichnis</b> .....	<b>341</b>
<b>Stichwortverzeichnis</b> .....	<b>347</b>







# Inhaltsverzeichnis

<b>Über den Autor .....</b>	<b>9</b>
<b>Einleitung .....</b>	<b>21</b>
Über dieses Buch .....	21
Törichte Annahmen über die Leser .....	21
Vor welchen speziellen Herausforderungen standen wir? .....	23
Wo liegen die verstandesmäßigen Knackpunkte? .....	23
Damit stehen wir vor der folgenden Aufgabe .....	24
Umgang mit der Komplexität .....	24
Was muten wir zu? .....	25
Wie dieses Buch aufgebaut ist .....	26
Eingestreute »two cents« .....	28
Was wir draußen ließen .....	28
Konventionen und Symbole in diesem Buch .....	29
Danksagungen .....	29
Widmungen .....	30
<b>TEIL I</b>	
<b>NEUE PHÄNOMENE UND NEUE BETRACHTUNGSWEISEN .....</b>	<b>31</b>
<b>Kapitel 1</b>	
<b>Quantencomputing – hope or hype? .....</b>	<b>35</b>
Analogcomputer – Digitalcomputer – Quantencomputer .....	36
Konzepte des Quantencomputers .....	37
Verheißungen .....	38
Höher – schneller – weiter .....	38
Ein heiliger Gral des Quantencomputing .....	39
Verheißungen im Überblick .....	40
Berechenbarkeit und ihre Grenzen .....	41
Weitere Vereinheitlichungen in der Physik .....	41
Die Welt als prinzipiell berechenbares Uhrwerk .....	42
Neue Vorstellungen – neue Formeln – neue Datenstrukturen .....	42
<b>Kapitel 2</b>	
<b>Unterschiede, die einen Unterschied machen .....</b>	<b>47</b>
Bits und Qubits .....	48
Bits .....	48
Qubits .....	48
Das geometrische Bild eines Qubit .....	49
Algebraische Beschreibung eines Qubit .....	53
Im Herzen des Quantencomputing .....	55
Ein erster Einstieg – dense coding .....	55
Operationen mit Vektoren – Ausblick auf Matrizen .....	59





## 14 Inhaltsverzeichnis

<b>Kapitel 3</b>	
<b>Matrizen</b> .....	<b>61</b>
Zum Einsatz und zur Handhabung von Matrizen.....	61
Beispiel: Fertigungskosten und ihre Abhängigkeiten.....	62
Zwischenbetrachtung: Klassische Bits und Bitfolgen als Vektoren.....	64
Bits implementiert als spezielle Qubits.....	64
Irritationen beim Übergang zum kartesischen Produkt.....	65
Wenn nicht das kartesische Produkt – was dann?.....	66
Welche Hypothek gehen wir mit dem Tensorprodukt gegenüber der Natur ein?.....	67
Bits als Vektoren: ein erstes Resümee.....	70
Bellzustände.....	71
Lineare Operationen auf Tensorräumen.....	71
Operationen zur Erzeugung einer Bell-Basis.....	71
Transformationen der Bell-Basis.....	75
Was ist nun das Besondere der Bell-Basis.....	77
Dense coding – revisited.....	79
Ausblicke.....	80
 <b>Kapitel 4</b>	
<b>Teleportation – abstrakt und physikalisch</b> .....	<b>81</b>
Beam me up, Scotty.....	82
Teleportation für Mathematiker.....	82
Ein erstes Resümee der mathematischen Beschreibung.....	87
Teleportation für Physiker.....	87
Resümee der physikalischen Beschreibung.....	94
 <b>TEIL II</b>	
<b>NEUE SPIELREGELN IN DER PHYSIK</b> .....	<b>95</b>
 <b>Kapitel 5</b>	
<b>Hinter dem Monitor</b> .....	<b>97</b>
Die klassische Sichtweise.....	98
Klassische Physik.....	98
Ein Blick hinter den Monitor.....	99
... und hinter die Physik.....	99
 <b>Kapitel 6</b>	
<b>Abstieg in die Unterwelt</b> .....	<b>103</b>
Geänderte Spielregeln.....	104
Skalierungen.....	104
»Law without law«.....	105
Berechnungen des Zufalls.....	106
Was läuft in der Mikrophysik »schief« – oder besser: anders.....	112





## Inhaltsverzeichnis 15

Auf welche Weise kommen Elementarereignisse und ihre Wahrscheinlichkeiten zustande?.....	112
Amplituden – Zusammenfassung ihrer funktionalen Prinzipien.....	120
<i>R</i> -Prozesse – Messungen.....	121
Doppelspalt – revisited.....	122
<i>U</i> -Prozesse – ungestörte Dynamik.....	125
Beschreibung der <i>U</i> -Prozesse.....	126
Einige »Gretchenfragen«.....	126
Infinite (?) Regresse.....	126
Management Summary.....	127
Der zu zahlende Preis.....	128
Letzte Notizen zum Messproblem in der Quantenmechanik.....	129
Versuche der Widerspruchsauflösung.....	130

### TEIL III QUBITS UND IHRE OPERATOREN..... 133

#### Kapitel 7 Bits – als Vektoren betrachtet..... 135

Bits und Qubits.....	136
Vorbereitung des Übergangs von Bits zu Qubits – Bits als Vektoren.....	136
Der Übergang von logischen Operationen zu unitären Operatoren – ternäre Operatoren.....	142
Wo stehen wir nun – und wo wollen wir hin?.....	146

#### Kapitel 8 Qubits – revisited..... 147

Qubits und ihre Operatoren.....	147
Das einzelne Qubit und seine Blochsphäre.....	148
Unitäre Operatoren auf dem einzelnen Qubit.....	152
Noch mehr unitäre Operatoren.....	157
Universalitätseigenschaften der Qubit-Operationen.....	162
Notizen zu physikalischen Implementierungen.....	163
Quantensysteme mit zwei (ausgezeichneten) Zuständen.....	164

#### Kapitel 9 Methoden der Fehlerbehandlung..... 165

Das No-Cloning-Theorem.....	166
Bitflip-Codes.....	167
Implementierung des Bitflip-Codes.....	167
Zur Messbarkeit einzelner Bitflips.....	168
Identifikation und Korrektur eines Bitflips an beliebiger Stelle.....	170
Phasenflip-Codes.....	171
Rückführung von Phasenflips auf Bitflips.....	172
Shor-Code.....	173





## 16 Inhaltsverzeichnis

### TEIL IV

## QUANTENFOURIERTRANSFORMATIONEN UND MEHR..... 175

### Kapitel 10

#### Fouriertransformationen..... 177

Vorüberlegungen zur Fourieranalyse.....	178
Periodische Funktionen.....	178
Zur Fourieranalyse.....	180
Formeln der Fourieranalyse.....	181
Auf dem Weg zur diskreten Fouriertransformation.....	183
Ein kurzer Steilkurs in Modulorechnung.....	183
Die Relevanz der Ordnung einer Klasse für die Primfaktorzerlegung.....	185
Zwischenresümee: Wo stehen wir, wo wollen wir hin?.....	185
Eine Herleitung der diskreten Fouriertransformation.....	186
Übergang von einer Zahlenfolge zu einer Treppenfunktion.....	187
Die diskrete Fouriertransformation als lineare Abbildung.....	188
Normierung der Transformationsmatrix.....	189
Die Quantenfouriertransformation.....	190
Zur Power eines $N$ -Qubit-Systems.....	190
Codierung der Basis eines $N$ -Qubit-Systems.....	191
Eingaben in die Quantenfouriertransformation.....	192
Zur Aufbereitung der Quantenfouriertransformierten.....	193
Dualbrüche in $e^{2\pi i \frac{kj}{2^n}}$ .....	194
Abschließende Regruppierung der Quantenfouriertransformierten.....	196
Management Summary: Mathematische Aufbereitung der Quantenfouriertransformierten.....	198
Implementierung der Quantenfouriertransformation.....	198
Gewinnung des Phasenfaktors $e^{(2\pi i)(0j_{n-1+1} \dots j_n)_2}$ .....	199
Schaltbilder für die Quantenfouriertransformation.....	201

### Kapitel 11

#### Anwendungen der Quantenfouriertransformation..... 203

Phasenschätzung.....	204
Iterierte $U$ -Operationen.....	204
Spezialfall: $\varphi = (0, \varphi_1 \varphi_2 \dots \varphi_t)_2$ .....	205
Näherungen.....	207
Management Summary: Phasenabschätzung von $e^{2\pi i \varphi}$ .....	210
Folgerungen der Phasenabschätzung: Wege zum Bestimmen der »Ordnung« einer Zahl.....	211
Iterierte Multiplikation mit einem festen $[x]$ .....	211
Parallele Verarbeitung der Eigenvektoren $ u_s\rangle$ .....	213
Finale der Berechnung der Ordnung.....	215
Management Summary: Berechnung der Ordnung einer Zahl.....	216
Der Shor-Agorithmus.....	217
Konsequenzen für die Kryptologie.....	218



<b>TEIL V</b>	
<b>WEITERE ANWENDUNGEN</b> .....	<b>219</b>
<b>Kapitel 12</b>	
<b>»Feind hört (nicht) mit«</b> .....	<b>221</b>
Zum Einstein-Podolski-Rosen-Paradoxon .....	221
Bellzustand zweier Teilchen mit Spin .....	221
Hidden variables .....	222
»second two cents« .....	222
Die bellsche Ungleichung .....	223
Berechnung der Erwartungswerte .....	224
Unvereinbarkeit der bellschen Ungleichung mit der Quantenmechanik .....	226
Rollentausch: Teilchen im Bellzustand als Münzen .....	226
Die Rechnungen im Einzelnen .....	228
Relevanz der bellschen Ungleichung für Verschlüsselungsverfahren .....	231
(K)ein »Knacken in der Leitung« .....	232
Symmetrische und asymmetrische Verfahren .....	233
Die Funktionsweise symmetrischer Verschlüsselungsverfahren .....	233
Das BB84-Protokoll .....	234
Zusammenfassung des BB84-Protokolls .....	239
E91-Protokoll .....	240
Kombination mit klassischen Verschlüsselungsverfahren .....	242
<b>Kapitel 13</b>	
<b>Wer sucht, der findet (schneller)</b> .....	<b>245</b>
Die Suche im Heuhaufen .....	245
Benutzung eines Quantenschaltkreises .....	245
Idee des Grover-Algorithmus .....	246
Analyse der Grover-Iterationen .....	246
<b>Kapitel 14</b>	
<b>Zur Quantensimulation durch Quanten</b> .....	<b>251</b>
Bemerkungen zu analogen Verfahren .....	252
Gradientenstrategien .....	252
Adiabatisches Quantencomputing .....	254
Zum adiabatischen Theorem der Quantenmechanik .....	255
<b>TEIL VI</b>	
<b>TOP TEN TEIL</b> .....	<b>261</b>
<b>Kapitel 15</b>	
<b>Ein Zusammenspiel von Physik, Mathematik, Informatik</b>	
<b>und Ingenieurwissenschaften in 10 Schritten</b> .....	<b>263</b>
Und in fernerer Zukunft? – Vision in Rosa .....	266



## 18 Inhaltsverzeichnis

### **ANHANG..... 267**

#### **Anhang A**

#### **Theoreme zur klassischen Zahlentheorie..... 269**

Restklassenringe.....	269
Wohldefiniertheit der Operationen auf den Restklassen.....	270
Der euklidische Algorithmus.....	271
Einheiten in $\mathbb{Z}_n$ .....	272
Eulersche $\varphi$ -Funktion.....	272
Return on Invest – das RSA-Verfahren in der Kryptologie.....	273
Asymmetrische Verschlüsselungsverfahren.....	274
Das RSA-Verfahren in der Theorie.....	274
Praktische Bemerkungen zum RSA-Verfahren.....	276
Faktorisierung.....	277
Auffinden eines nichttrivialen Faktors von $n$ .....	277
Notizen zu Kettenbrüchen.....	278
Kettenbrüche und ihre Konvergenten.....	279
Finale des Auffindens der gesuchten Ordnung $r$ .....	281

#### **Anhang B**

#### **Komplexe Zahlen..... 283**

Addition und Multiplikation.....	283
Definition der Multiplikation.....	284
Vektoren in der Rolle komplexer Zahlen.....	285
Wichtige Kenngrößen.....	285
Die komplexe $e$ -Funktion.....	286
Komplexe Zahlen in Polarkoordinaten.....	287
Komplexe Zahlen als Matrizen.....	288

#### **Anhang C**

#### **Stochastik..... 291**

Einführung.....	291
Ereignisse und Elementarereignisse.....	291
Wahrscheinlichkeiten.....	293
Wahrscheinlichkeitsräume.....	294
Benutzung mengentheoretischer Operationen.....	294
Bedingte Wahrscheinlichkeit und stochastische Unabhängigkeit.....	295
Regeln zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten mengentheoretisch verknüpfter Ereignisse.....	295
Wahrscheinlichkeitsräume in der Quantenmechanik.....	297
Elementarereignisse in der Mikrowelt.....	297
Resümee.....	298





## Inhaltsverzeichnis 19

<b>Anhang D</b>	
<b>Identische Teilchen</b> .....	<b>301</b>
Klassischer Münzwurf.....	301
Analyse des Münzwurfs.....	303
»Münzwurf« mit Mikroteilchen.....	303
<b>Anhang E</b>	
<b>Lineare Algebra in a nutshell</b> .....	<b>307</b>
Vektoren.....	307
Addition.....	307
Skalare Multiplikation.....	309
Skalarprodukt.....	309
Darstellung von Vektoren im dreidimensionalen Raum.....	310
Abstrakte Vektorräume.....	311
Charakterisierung eines abstrakten Vektorraums.....	311
Besonderheiten des komplexen Skalarprodukts.....	312
Linearkombinationen, Basen und Dimensionen.....	312
Normierte Vektoren und Orthonormalbasen.....	313
Hilberträume.....	313
Kartesische und Tensorprodukte.....	314
Tensorprodukte.....	314
Lineare Abbildungen.....	315
Lineare Abbildungen und Matrizen.....	315
Eigenwerte und Eigenvektoren.....	316
Matrizen und Tensorprodukte.....	316
Skalarprodukte auf Tensorräumen.....	317
Unitäre Operatoren.....	317
Hermitesche Operatoren.....	317
<b>Anhang F</b>	
<b>Wichtige Hermitesche Operatoren in der</b>	
<b>Quantenmechanik</b> .....	<b>319</b>
Zur physikalischen Interpretation der Wellenfunktion.....	321
Repräsentation der Messapparate.....	322
Die Observablen für Ort und Impuls.....	324
Überblick über die Darstellungen des Orts- und Impulsoperators.....	327
Der Hamiltonoperator.....	330
Eigenwerte und Eigenfunktionen eines freien Teilchens.....	331
<b>Anhang G</b>	
<b>Schrödingergleichung</b> .....	<b>333</b>
Bedeutung von $e^{\frac{-i\hbar t}{\hbar}}$ .....	333
Zur effizienten Berechenbarkeit der Lösungen.....	335
Letzte Spekulationen.....	336





## 20 Inhaltsverzeichnis

<b>Anhang H</b>	
<b>Symbolverzeichnis.....</b>	<b>339</b>
<b>Abbildungsverzeichnis.....</b>	<b>341</b>
<b>Stichwortverzeichnis.....</b>	<b>347</b>

