



Auf einen Blick

Einleitung	25
Teil I: Grundlagen	29
Kapitel 1: Die Entstehung der Mathematik.....	31
Kapitel 2: Mengen, Zahlenmengen und die Mengenschreibweise.....	35
Kapitel 3: Grundrechenarten.....	55
Kapitel 4: Bruchrechnen	65
Kapitel 5: Algebra – Rechnen mit (dem) Unbekannten.....	75
Kapitel 6: Potenzrechnung.....	93
Kapitel 7: Wurzeln und Wurzelrechnung.....	103
Kapitel 8: Logarithmus.....	115
Kapitel 9: Trigonometrie.....	125
Kapitel 10: Lösen von Gleichungen	131
Teil II: Analysis	155
Kapitel 11: Funktionen.....	157
Kapitel 12: Steigung	185
Kapitel 13: Kurvendiskussion: Funktionen untersuchen	211
Kapitel 14: Optimierungsaufgaben und Funktionsscharen	225
Kapitel 15: Integralrechnung.....	237
Kapitel 16: Lineare Gleichungssysteme I und Rekonstruktion	257
Teil III: Lineare Algebra und analytische Geometrie	275
Kapitel 17: Grundlagen der Linearen Algebra	277
Kapitel 18: Lineare Gleichungssysteme II und lineare (Un-)Abhängigkeit.....	297
Kapitel 19: Geraden	311
Kapitel 20: Ebenen.....	319
Kapitel 21: Lagebeziehungen und Schattenwurf.....	331
Kapitel 22: Abstände und Schnittwinkel.....	347
Teil IV: Stochastik	361
Kapitel 23: Grundlagen der Stochastik	363
Kapitel 24: Zufallsexperimente.....	381
Kapitel 25: Bedingte Wahrscheinlichkeiten.....	395
Kapitel 26: Zufallsvariablen.....	405
Kapitel 27: Hypothesentests	421
Teil V: Der Top-Ten-Teil	427
Kapitel 28: Zehn Tipps für die Prüfungsvorbereitung.....	429
Lösungen	433
Abbildungsverzeichnis	501
Stichwortverzeichnis	507







Inhaltsverzeichnis

Einleitung	25
Über dieses Buch.....	25
Wie dieses Buch aufgebaut ist.....	26
Teil I: Grundlagen.....	26
Teil II: Analysis.....	26
Teil III: Lineare Algebra und analytische Geometrie.....	26
Teil IV: Stochastik.....	26
Törichte Annahmen über die Leser.....	27
Symbole, die in diesem Buch verwendet werden.....	27
Wie es weitergeht.....	28
TEIL I	
GRUNDLAGEN	29
Kapitel 1	
Die Entstehung der Mathematik	31
Die Anfänge der Mathematik: Das Zählen.....	31
Die erste mathematische Schrift.....	32
Das deduktive System.....	33
Kapitel 2	
Mengen, Zahlenmengen und die Mengenschreibweise	35
Mengen: Eine Definition.....	36
Darstellung von Mengen.....	36
Mengenverknüpfungen.....	38
Teilmenge.....	38
Vereinigungsmenge.....	39
Schnittmenge.....	41
Differenzmenge.....	41
Komplementärmenge.....	42
Zahlenmengen.....	43
Natürliche Zahlen.....	43
Ganze Zahlen.....	44
Rationale Zahlen.....	45
Irrationale Zahlen.....	46
Reelle Zahlen.....	46
Mathematische Mengenschreibweise.....	47
Intervalle.....	49
Aufgaben.....	52





14 Inhaltsverzeichnis

Kapitel 3	
Grundrechenarten	55
Addition.....	55
Kommutativgesetz.....	56
Assoziativgesetz.....	56
Das neutrale Element der Addition Null.....	56
Inverses Element der Addition (Gegenzahl).....	56
Subtraktion.....	56
Subtraktion ist nicht kommutativ.....	57
Subtraktion der Null.....	57
Multiplikation.....	57
Kommutativgesetz.....	58
Assoziativgesetz.....	58
Das neutrale Element der Multiplikation Eins.....	58
Multiplikation mit null.....	59
Der Satz vom Nullprodukt.....	59
Division.....	60
Division ist nicht kommutativ.....	60
Division durch das neutrale Element der Multiplikation.....	60
Division durch null.....	60
Punkt vor Strich.....	62
Negative Zahlen.....	62
Aufgaben.....	63
Kapitel 4	
Bruchrechnen	65
Was einen Bruch ausmacht – eine Definition.....	65
Rechenregeln für Brüche.....	67
Multiplikation von Brüchen.....	67
Multiplikation eines Bruchs mit einer Zahl oder Unbekannten.....	67
Division von Brüchen.....	68
Erweitern von Brüchen.....	69
Addition und Subtraktion von Brüchen.....	69
Kürzen von Brüchen.....	71
Aufgaben.....	73
Kapitel 5	
Algebra – Rechnen mit (dem) Unbekannten	75
Terme, Gleichungen und deren Umformungen.....	76
Definition Term.....	76
Gleichungen.....	77
Ungleichungen.....	78
Klammern in der Algebra.....	80
Termumformung.....	80
Äquivalenzumformungen.....	81





Inhaltsverzeichnis 15

Rechenregeln der Algebra	82
Distributivgesetze	82
Die drei binomischen Formeln	85
Klammern mit mehreren Summanden	88
Klammern mit höheren Exponenten	89
Anwendung: Ausklammern/Faktorisieren	90
Aufgaben	91

Kapitel 6 Potenzrechnung 93

Definition einer Potenz	93
Potenzgesetze	94
Multiplikation von Potenzen	94
Division von Potenzen	95
Potenzieren von Potenzen	95
Potenzen von Produkten	96
Potenzen von Brüchen	97
Hoch null	98
Potenzen mit negativen Exponenten	98
Potenzen und Wurzeln	99
Übersichtliche Zusammenfassung	101
Aufgaben	101

Kapitel 7 Wurzeln und Wurzelrechnung 103

Definition der Wurzel	104
Rechenregeln für Wurzeln	105
Produktregel	105
Quotientenregel	106
Verschachtelungsregel	106
Zusammenfassung	107
Wurzeln und negative Zahlen	108
Terme mit Variablen unter der Wurzel	110
Partielles Wurzelziehen	111
Aufgaben	113

Kapitel 8 Logarithmus 115

Wozu man den Logarithmus verwendet	116
Spezielle Logarithmen	119
Eigenschaften von Logarithmen und Rechenregeln für Logarithmen	119
Logarithmen und negative Zahlen	119
Logarithmusgesetze	120
Basisumrechnung	121





16 Inhaltsverzeichnis

Logarithmieren zum Lösen von Exponentialgleichungen	122
Potenzieren zum Lösen von Logarithmusgleichungen	122
Aufgaben	123

Kapitel 9

Trigonometrie	125
Definition eines Dreiecks	125
Satz des Pythagoras	127
Sinus, Kosinus und Tangens im rechtwinkligen Dreieck	127
Aufgaben	130

Kapitel 10

Lösen von Gleichungen	131
Lösen von Gleichungen	132
Ganzrationale Gleichungen	133
Potenzgleichungen	134
Ganzrationale Gleichungen 1. Grades	135
Ganzrationale Gleichungen 2. Grades	136
Ganzrationale Gleichungen 3. Grades	140
Ganzrationale Gleichungen 4. Grades	142
Biquadratische Gleichungen	142
Ganzrationale Gleichungen höheren Grades	143
Gebrochenrationale Gleichungen	144
Exponentialgleichungen	144
Exponentialgleichungen mit einer Basis ungleich e	145
e -Gleichungen	146
Logarithmus-Gleichungen	148
Trigonometrische Gleichungen	150
Aufgaben	151

TEIL II

ANALYSIS	155
-----------------------	------------

Kapitel 11

Funktionen	157
Definition Funktion	158
Darstellungsformen von Funktionen	158
Graphen zeichnen in der Abiturprüfung	163
Verkettung von Funktionen	163
Transformation von Funktionen	164
Wichtige Funktionstypen	165
Ganzrationale Funktionen	166
Ganzrationale Funktionen ersten Grades	166
Ganzrationale Funktionen zweiten Grades	168
Ganzrationale Funktionen dritten Grades	170

Inhaltsverzeichnis 17

Ganzrationale Funktionen vierten Grades.....	172
Biquadratische Funktionen	173
Gebrochenrationale Funktionen	174
Wurzelfunktionen.....	175
Exponential-Funktionen.....	176
Exponentialfunktionen (allgemein).....	176
e-Funktionen.....	177
Logarithmus-Funktionen.....	178
Logarithmus-Funktionen (allgemein).....	178
ln-Funktionen.....	178
Trigonometrische Funktionen.....	179

Kapitel 12

Steigung..... 185

Definition der Steigung.....	186
Steigung von Geraden	186
Steigung einer Geraden durch zwei Punkte.....	187
Aufstellen der Funktionsgleichung einer Geraden durch zwei Punkte.....	188
Steigung von Kurven.....	189
Mittlere Steigung von Funktionen.....	189
Lokale Steigung.....	191
h-Methode.....	192
Anwendung der <i>h</i> -Methode an einem einfachen Beispiel.....	194
Grundlegende Ableitungsregeln.....	195
Potenzregel.....	196
Faktorregel.....	196
Summenregel.....	197
Spezielle Ableitungen.....	197
Anwendung der Potenz-, Faktor- und Summenregel	198
Kettenregel.....	199
Produktregel.....	201
Verknüpfung Produkt- und Kettenregel.....	202
Das Produkt einer Funktion mit einer verketteten Funktion.....	203
Eine verkettete Funktion, welche das Produkt von Funktionen als innere Funktion besitzt.....	204
Graphisches Ableiten.....	204
Besondere Stellen der Ableitungsfunktion	207
Graphische Ableitung am Beispiel.....	207
Aufgaben	208

Kapitel 13

Kurvendiskussion: Funktionen untersuchen..... 211

Kurvendiskussion anhand eines Beispiels.....	213
Definitionsbereich D_f	213
Symmetrie.....	213
y-Achsenabschnitt: Schnittpunkt mit y-Achse.....	215



18 Inhaltsverzeichnis

Nullstellen: Schnittpunkte mit der x -Achse.....	215
Extrempunkte.....	216
Wendepunkte.....	217
Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$	218
Graph der Funktion.....	220
Wertebereich W_f	221
Monotonie- und Krümmungsverhalten.....	221
Aufgaben.....	224

Kapitel 14 **Optimierungsaufgaben und Funktionsscharen 225**

Optimierungsaufgaben.....	226
Lösung des Optimierungsproblems.....	226
Zielfunktion.....	227
Nebenbedingungen.....	227
Extremalfunktion.....	228
Extremwert bestimmen.....	228
Lösung angeben.....	229
Übersicht der Vorgehensweise.....	229
Funktionsscharen.....	230
Aufgaben.....	234

Kapitel 15 **Integralrechnung 237**

Einführung in die Integralrechnung: Ober- und Untersummen.....	237
Hauptsatz der Integral- und Differentialrechnung.....	241
Grundlegende Integrationsregeln.....	242
Potenzregel.....	242
Faktorregel.....	242
Summenregel.....	243
Konstante Funktion.....	243
Anwendung: Flächenberechnung bei ganzrationalen Funktionen.....	244
Spezielle Stammfunktionen.....	245
Integration durch lineare Substitution.....	245
Besondere Flächenberechnungen.....	248
Flächen unterhalb der x -Achse.....	248
Flächen zwischen Funktionen.....	248
Stammfunktion angeben.....	251
Integralrechnung im Sachzusammenhang.....	252
Nachweis einer Stammfunktion.....	254
Aufgaben.....	254

Kapitel 16 **Lineare Gleichungssysteme I und Rekonstruktion 257**

Definition lineare Gleichungssysteme.....	258
Darstellung linearer Gleichungssysteme.....	258





Inhaltsverzeichnis 19

Die Lösung linearer Gleichungssysteme.....	260
Lösen von linearen Gleichungssystemen	261
Idee des Gauß-Algorithmus	261
Elementare Zeilenumformungen.....	261
Multiplikation mit einer Zahl.....	262
Addition zweier Gleichungen	262
Addition des Vielfachen einer Gleichung zu einer anderen Gleichung.....	263
Addition des Vielfachen einer Gleichung zu dem Vielfachen einer anderen Gleichung.....	264
Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren.....	265
Lösen von linearen Gleichungssystem mit dem Taschenrechner.....	269
Rekonstruktion von Funktionen.....	269
Aufgaben	272

TEIL III LINEARE ALGEBRA UND ANALYTISCHE GEOMETRIE 275

Kapitel 17 Grundlagen der Linearen Algebra 277

Vektoren.....	278
Ortsvektor	282
Länge eines Vektors.....	283
Winkel von Vektoren.....	285
Zusammenfassung und Übersicht.....	286
Vektoraddition.....	286
Skalarmultiplikation.....	288
Streckung und Stauchung von Vektoren durch Skalarmultiplikation	289
Skalarmultiplikation mit $r = 0$	289
Skalarmultiplikation mit $r < 0$	289
Verbindungsvektor.....	290
Skalarprodukt.....	291
Länge einer Strecke	293
Berechnungen am Dreieck	293
Mittelwerte.....	295
Aufgaben	296

Kapitel 18 Lineare Gleichungssysteme II und lineare (Un-)Abhängigkeit..... 297

Über- und unterbestimmte lineare Gleichungssysteme.....	298
Überbestimmte lineare Gleichungssysteme.....	298
Unterbestimmte lineare Gleichungssysteme.....	300
Lineare (Un-)Abhängigkeit von Vektoren.....	301
Zwei Vektoren.....	301
Drei Vektoren.....	305
Aufgaben	308



20 Inhaltsverzeichnis

Kapitel 19

Geraden	311
Definition von Geraden.....	311
Gerade durch zwei Punkte.....	313
Interpretation der Geradengleichung.....	314
Punktprobe.....	317
Aufgaben.....	318

Kapitel 20

Ebenen	319
Was eine Ebene ausmacht.....	319
Parameterform.....	320
Normalenform.....	323
Koordinatenform.....	327
Spezielle Ebenen und ihre Gleichungen.....	328
Aufgaben.....	330

Kapitel 21

Lagebeziehungen und Schattenwurf	331
Lagebeziehung Gerade-Gerade.....	332
Rechnerische Untersuchung.....	334
Identische Geraden.....	335
Parallele Geraden.....	336
Schneidende Geraden.....	337
Windschiefe Geraden.....	339
Übersichtliche Darstellung der Vorgehensweise.....	340
Lagebeziehung Gerade-Ebene.....	340
Rechnerische Untersuchung.....	341
Gerade parallel zur Ebene.....	342
Gerade in der Ebene.....	342
Gerade schneidet Ebene.....	343
Ebene-Ebene.....	343
Schattenwurf.....	343
Aufgaben.....	345

Kapitel 22

Abstände und Schnittwinkel	347
Abstand Punkt-Punkt.....	348
Abstand Punkt-Ebene.....	348
Formel zur Abstandsberechnung.....	349
Lotfußpunktverfahren.....	350
Abstand Gerade-Ebene.....	351
Abstand Ebene-Ebene.....	353
Weitere Abstände.....	354
Schnittwinkel.....	354





Inhaltsverzeichnis 21

Schnittwinkel zwischen zwei Vektoren.....	354
Schnittwinkel zwischen zwei Geraden.....	355
Schnittwinkel zwischen zwei Ebenen.....	356
Schnittwinkel zwischen einer Gerade und einer Ebene.....	357
Aufgaben.....	359

TEIL IV STOCHASTIK..... 361

Kapitel 23 Grundlagen der Stochastik..... 363

Stochastik.....	364
Wahrscheinlichkeitstheorie.....	364
Statistik.....	364
Beschreibende/deskriptive Statistik.....	365
Schließende/induktive Statistik.....	365
Kennzahlen.....	365
Arithmetisches Mittel.....	366
Varianz und Standardabweichung.....	366
Median.....	366
Kennzahlen am Beispiel.....	367
Fakultät.....	369
Das Urnenmodell.....	369
Ziehen von Kugeln.....	370
Ziehen mit Beachtung der Reihenfolge.....	370
Mit Zurücklegen.....	370
Ohne Zurücklegen.....	371
Ziehen ohne Beachtung der Reihenfolge.....	372
Mit Zurücklegen.....	372
Ohne Zurücklegen.....	372
Größeres Beispiel.....	373
Übersichtliche Darstellung.....	375
Zufallsvorgänge, Zufallsexperimente und Wahrscheinlichkeiten.....	375
Die klassische Wahrscheinlichkeit.....	375
Kolmogorov-Axiome.....	376
Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten.....	377
Die statistische Wahrscheinlichkeit.....	377
Aufgaben.....	379

Kapitel 24 Zufallsexperimente..... 381

Zufallsexperiment.....	381
Berechnung der Wahrscheinlichkeit des Schnitts von Ereignissen.....	383
Berechnung der Wahrscheinlichkeit der Vereinigung von Ereignissen.....	385
Darstellung des Zufallsexperiments im Baumdiagramm.....	385
Laplace-Experimente.....	387





22 Inhaltsverzeichnis

Bernoulli-Experiment.....	388
Mehrstufige Zufallsexperimente	388
Beispiel mehrstufiges Zufallsexperiment.....	389
Berechnung von gemeinsamen Wahrscheinlichkeiten	389
Baumdiagramme und Vierfeldertafeln.....	390
Baumdiagramme für mehrstufige Zufallsexperimente.....	390
Vierfeldertafeln	391
Aufgaben	392

Kapitel 25

Bedingte Wahrscheinlichkeiten 395

Was bedingte Wahrscheinlichkeiten ausmacht.....	395
Satz der totalen Wahrscheinlichkeit.....	399
Formel von Bayes.....	400
Anwendung: Test auf eine Krankheit.....	402
Unabhängigkeit von Ereignissen	404
Aufgaben	404

Kapitel 26

Zufallsvariablen 405

Zufallsvariable	406
Verteilung von Zufallsvariablen.....	407
Kumulierte Verteilung einer Zufallsvariable.....	408
Erwartungswert von Zufallsvariablen.....	410
Varianz und Standardabweichung von Zufallsvariablen	411
Bernoulli-Verteilung.....	413
Definition.....	413
Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung der	
Bernoulli-Verteilung.....	414
Binomialverteilung.....	414
Definition.....	415
Bedeutung der einzelnen Bestandteile.....	415
Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung der	
Binomialverteilung.....	416
Kumulierte Wahrscheinlichkeiten	416
Wahrscheinlichkeiten berechnen	417
Drei-Mal-Mindestens-Aufgaben	418
Vorgehensweise zur Lösung	419
Aufgaben	419

Kapitel 27

Hypothesentests 421

Der Alternativtest.....	421
Der einseitige Signifikanztest.....	424
Aufgaben	425

Inhaltsverzeichnis 23

TEIL V	
DER TOP-TEN-TEIL	427
Kapitel 28	
Zehn Tipps für die Prüfungsvorbereitung.....	429
Strukturiert vorbereiten	429
Inhalte erfassen	429
Die Operatoren kennen.....	430
Die Formelsammlung kennen.....	430
Den Taschenrechner kennen.....	430
Die Inhalte aufbereiten	431
Vorsicht: YouTube.....	431
Rechnen, rechnen, rechnen.....	431
Gemeinsam vorbereiten	431
Prüfungssimulation(en) durchführen.....	432
Lösungen	433
Kapitel 2.....	433
Kapitel 3.....	434
Kapitel 4.....	435
Kapitel 5.....	436
Kapitel 6.....	438
Kapitel 7.....	439
Kapitel 8.....	439
Kapitel 9.....	440
Kapitel 10.....	442
Kapitel 12.....	452
Kapitel 13.....	455
Kapitel 14.....	460
Kapitel 15.....	467
Kapitel 16.....	469
Kapitel 17.....	475
Kapitel 18.....	476
Kapitel 19.....	482
Kapitel 20.....	483
Kapitel 21.....	486
Kapitel 22.....	488
Kapitel 23.....	490
Kapitel 24.....	491
Kapitel 25.....	493
Kapitel 26.....	495
Kapitel 27.....	498
Abbildungsverzeichnis	501
Stichwortverzeichnis.....	507

