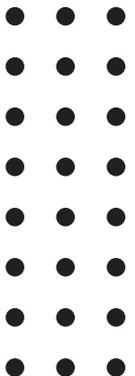
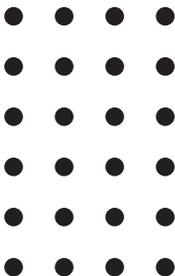
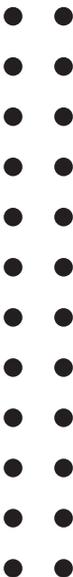


# Kapitel B

# Lösungen zu den Übungsaufgaben im Buch

## Kapitel 1

1. Die drei Varianten sehen folgendermaßen aus:

		
$2 \cdot 12 = 24$	$3 \cdot 8 = 24$	$4 \cdot 6 = 24$

## 2 KAPITEL B Lösungen zu den Übungsaufgaben im Buch

2. a. Die Folge des täglichen Verdienstes ist

1 3 9 27 81 243 729 2.187 6.561 19.683 ...

Die Summe der ersten zehn Folgenglieder ist 29.524. Sie haben also nach 10 Tagen 196,83 € verdient.

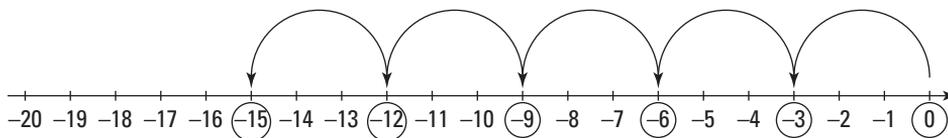
b.  $3^{10} = 19.683$

3.  $-2 + 5 = 3$

4.  $-4 - 6 = -10$

5.  $\infty$

6. Der Zahlenstrahl soll aussehen wie folgt:



7. c.

## Kapitel 2

8. a. 2, b. 3, c. 7, d. 0, e. 8, f. 1, g. 0

9. a. dreihundertachtundvierzig Tausend neunhundsiebenundfünfzig

b. dreißig Millionen zwei Tausend einhundertelf

c. zwölf Billionen dreihundertfünf Milliarden fünfhundertdreißig Millionen zweiundsiebzig Tausend und sieben

10. a. 125.972, b. 3.409, c. 100.001.100.001.100

11. a. 10, b. 20, c. 140, d. 2.050, e. 132.158.200

12. a. 1.000, b. 1.000, c. 10.000, d. 0, e. 13.001.000

13. a.  $700 \cdot 100 = 70.000$

[Exakt ist 71.196. Die Schätzung ist also recht gut.]

b.  $100 \cdot 1300 = 130.000$

[Exakt ist 143.079. Die Schätzung ist nicht ganz schlecht.]

c.  $600 \cdot 100 = 60.000$

[Exakt ist 36.010. Die Schätzung ist schlecht, da beide Zahlen stark aufgerundet wurden. Der Faktor 65 wurde ja bei der Rundung fast verdoppelt!]

## Kapitel 3

1. a.

$$\begin{array}{r} 132 \\ + 57 \\ \hline 189 \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{r} 2867 \\ + 328 \\ \hline 3195 \end{array}$$

2. a.

$$\begin{array}{r} 112 \\ \cancel{2} \cancel{2} 3 \\ - 62 \\ \hline 161 \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{r} 1013 \\ - 125 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 0 \\ \cancel{1} 1013 \\ - 125 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 09 \\ \cancel{1} \cancel{10} 113 \\ - 125 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 0910 \\ \cancel{1} \cancel{10} \cancel{11} 13 \\ - 125 \\ \hline 888 \end{array}$$

3. a. Sie benötigen  $4 \text{ €} + 3 \text{ €} = 7 \text{ €}$ . Sie haben  $1 \text{ €} + 2 \text{ €} + 5 \text{ €} = 8 \text{ €}$ . Sie haben also genug Geld. Wenn Sie alles geben, bekommen Sie  $8 \text{ €} - 7 \text{ €}$  zurück. Sie können aber auch einfach nur den 5-€-Schein und die 2-€-Münze geben.

b. Ihre Begleitung gibt 5 €, obwohl ihre Limonade nur 3 € kostet. Sie schulden ihr also  $5 \text{ €} - 3 \text{ €} = 2 \text{ €}$ . Sie können ihr bereits den einen Euro geben, der übrig ist. Dann schulden Sie ihr nur noch 1 €.

4. a.

$$\begin{array}{r} 47 \cdot 8 \\ 326 \\ (5) \\ \hline 376 \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{r} 47 \cdot 83 \\ 376 \\ 727 \\ 1(2) \\ \hline 3907 \end{array}$$

## 4 KAPITEL B Lösungen zu den Übungsaufgaben im Buch

5. a.

$$\begin{array}{r} 91 \div 7 = 13 \\ -7 \\ \hline 21 \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{r} 91 \div 8 = 11 \text{ R } 3 \\ -8 \\ \hline 11 \\ -8 \\ \hline 3 \end{array}$$

6.  $28 \div 3 = 7 \text{ R } 1$

## Kapitel 4

1. a.  $9 - 5 = 4$

b.  $4 \cdot 6 = 24$

c.  $112 + 76 = 188$

d.  $15 \div 3 = 5$

2. Subtraktion und Division sind nicht kommutativ.

3. b. und c.

4. Addition und Multiplikation sind assoziativ.

5. A2, B1

6. a. Ja. Für alle Zahlen a und b gilt:  $a\emptyset b = b\emptyset a$ .

b. Nein. Denn zum Beispiel  $(2\emptyset 6)\emptyset 10 = 4\emptyset 10 = 7$ , aber  $2\emptyset(6\emptyset 10) = 2\emptyset 8 = 5$ .

7. a.  $13 \cdot 102 = 13 \cdot (100 + 2) = (13 \cdot 100) + (13 \cdot 2) = 1.300 + 26 = 1.326$

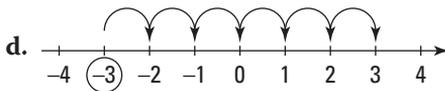
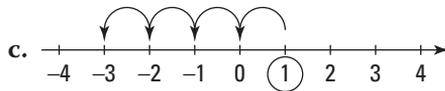
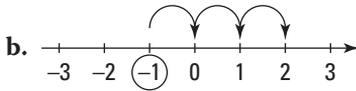
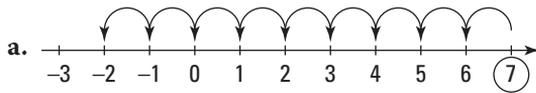
b.  $31 \cdot 7 = (30 + 1) \cdot 7 = (30 \cdot 7) + (1 \cdot 7) = 210 + 7 = 217$

c.  $11 \cdot 234 = (10 + 1) \cdot 234 = (10 \cdot 234) + (1 \cdot 234) = 2.340 + 234 = 2.574$

8.  $2 - 5 = -3$

9.  $-1 + (-7) = -8$

10.



11. a.  $2 + (-3) = -3 + 2$

b.  $-7 + (-4) = -4 + (-7)$

12. a.

13. a. -2, b. -21, c. 60, d. -3

14. b.

15. a. 5 Kilometer/Stunde

b. Matheaufgaben zum Quadrat ergibt keinen Sinn. Auch bei schwierigen Matheaufgaben nicht.

c. 240 Quadratzentimeter

a. 1

b.  $6 \div 24 > 1$

16. a. Stimmt nicht, da  $3 + 4 = 7 < 8$

b. Stimmt, da  $-5 \cdot (-7) = 35$

c. Stimmt, da  $24 \div 6 = 4$  und  $4 > 1$

d. Stimmt nicht, da  $6 \div 24 = 0,25 < 1$ . Aber das war jetzt eine fiese Aufgabe, denn Dezimalzahlen behandeln wir erst in *Teil III*.

17. a.  $4^2 = 4 \cdot 4 = 16$

b.  $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1.000$

c.  $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

## 6 KAPITEL B Lösungen zu den Übungsaufgaben im Buch

d.  $9^5 = 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 59.049$

e.  $0^4 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$

f.  $4^0 = 1$ , per Definition.

g.  $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 4 \cdot (-2) = -8$

18. a. Keine Quadratzahl

b. Quadratzahl.  $\sqrt{36} = 6$

c. Keine Quadratzahl

d. Quadratzahl.  $\sqrt{121} = 11$

19. a.  $|-13| = 13$

b.  $|-6 - (-7)| = |-6 + 7| = |7 - 6| = |1| = 1$

c.  $|-5 \cdot (3 - 8)| = |-5 \cdot (-5)| = |25| = 25$

d.  $|(-1)^3 \cdot (12 \div (-4))| = |(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-3)| = |(-1) \cdot (-3)| = |3| = 3$

## Kapitel 5

1. a.  $32 - 5 + 23 + 1 = 27 + 23 + 1 = 50 + 1 = 51$

b.  $-13 + (-6) - 22 = -19 - 22 = -41$

c.  $3 \cdot 16 \div 4 \div 2 = 48 \div 4 \div 2 = 12 \div 2 = 6$

d.  $3 \cdot (-5) \cdot (-3) \div (-15) = -15 \cdot (-3) \div (-15) = 45 \div (-15) = -3$

2. a.  $12 + 3 \cdot 4 + 12 \div 3 = 12 + \underline{3 \cdot 4} + \underline{12 \div 3} = 12 + 12 + \underline{12 \div 3} = 12 + 12 + 4 = 24 + 4 = 28$

b.  $22 \div 11 - 9/3 + 1 \cdot 12 = \underline{22 \div 11} - \underline{9/3} + \underline{1 \cdot 12} = 2 - \underline{9/3} + \underline{1 \cdot 12} = 2 - 3 + \underline{1 \cdot 12} = 2 - 3 + 12 = -1 + 12 = 11$

c.  $8 + (-2) \cdot 8 - 8 \div 2 = 8 + \underline{(-2) \cdot 8} - \underline{8 \div 2} = 8 + (-16) - \underline{8 \div 2} = 8 + (-16) - 4 = -12$

3. a.  $3 + 4^3 - 12 = 3 + 4 \cdot 4 \cdot 4 - 12 = 3 + \underline{4 \cdot 4 \cdot 4} - 12 = 3 + 64 - 12 = 55$

b.  $12 - 2 \cdot 3^3 = 12 - \underline{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = 12 - 2 \cdot 27 = 12 - 54 = -42$

4. a.  $4 + 3 \cdot (3 - 12 \div 3) = 4 + 3 \cdot (3 - 4) = 4 + 3 \cdot (-1) = 4 + (-3) = 1$

b.  $(4 + 3) \cdot (3 - 12) \div 3 = 7 \cdot (3 - 12) \div 3 = 7 \cdot (-9) \div 3 = -63 \div 3 = -21$   
(Sie sehen, es ist ganz entscheidend, wo die Klammern gesetzt sind!)

$$\text{c. } 4 - 2 \cdot (1 - 4^3) = 4 - 2 \cdot (1 - \underline{4 \cdot 4 \cdot 4}) = 4 - 2 \cdot (1 - 64) = 4 - 2 \cdot (-63) = 4 - (-126) = 4 + 126 = 130$$

$$\text{d. } 13 \cdot (2 - 4)^3 = 13 \cdot (-2)^3 = 13 \cdot ((-2) \cdot (-2) \cdot (-2)) = 13 \cdot (-8) = -104$$

5. a. 48, b. 48

## Kapitel 6

1. a. Gewicht Rennrad = Gewicht E-Bike  $\div$  2

b. Aufgaben *Kapitel 5* = Aufgaben *Kapitel 4* - 1

c. Höhe Sendemast > Höhe Kirchturm (Sie sehen in Aufgabe c), dass es auch mit Wortungleichungen funktioniert!)

2. Gewicht zusammen = Gewicht Rennrad + Gewicht E-Bike = (Gewicht E-Bike  $\div$  2) + Gewicht E-Bike =  $(22 \div 2) + 22 = 11 + 22 = 33$ .

Das Rennrad und das E-Bike wiegen zusammen 33 kg.

3. Anna und Sophie haben gemeinsam 700 Euro gesammelt. Sie können also statt der Wortgleichung

$$\text{Karla} + \text{Barbara} + \text{Anna} + \text{Sophie} = ?$$

die Wortgleichung

$$\text{Karla} + \text{Barbara} + \text{Anna und Sophie} = ?$$

verwenden. Sie enthält nur noch drei Terme und ist einfacher zu lösen:

$$\text{Karla } 160 + \text{Barbara } 160 + 50 + \text{Anna und Sophie } 700 = 1.070$$

4. Gesamtpreis = 2  $\cdot$  Socken 8,99 € + Sonnenbrille 39,98 € - Rabatt 5 € - 2  $\cdot$  Hemd 19,95 € = 17,98 € + 39,98 € - 5 € - 38,90 € = 13,06 €

$$\text{Übrig} = 78,98 \text{ €} - 13,06 \text{ €} = 65,92 \text{ €}$$

Thomas hat 65,92 € übrig, wenn er mit seinem Einkauf fertig ist.

## Kapitel 7

1. Erste Lücke: »1« und »sich selbst« Zweite Lücke: »0«

2. a. Durch 2 teilbar.

b. Durch keine der genannten Zahlen teilbar.

## 8 KAPITEL B Lösungen zu den Übungsaufgaben im Buch

- c. Durch 2, 5, 10, 100 und 1.000 teilbar.
  - d. Durch 5 teilbar.
  - e. Durch 2, 5 und 10 teilbar.
3. a. 1. Nicht ohne Rest durch 3 oder 9 teilbar.
- b. 6. Durch 3 ohne Rest teilbar. Nicht ohne Rest durch 9 teilbar.
  - c. 7. Nicht ohne Rest durch 3 oder 9 teilbar.
  - d. 9. Durch 3 und 9 ohne Rest teilbar.
4. a. Durch 11 teilbar, denn für  $\underline{1,413,654}$  gilt:  $1 + 1 + 6 + 4 = 12$ ,  $4 + 3 + 5 = 12$ .
- b. Nicht durch 11 teilbar, denn für  $\underline{2,603}$  gilt:  $2 + 0 = 2$ ,  $6 + 3 = 9$ .
  - c. Durch 11 teilbar, denn für  $\underline{57,937}$  gilt:  $5 + 9 + 7 = 21$ ,  $7 + 3 = 10$ , und  $21 - 10 = 11$  ist durch 11 teilbar.
5. a. 59 ist eine ungerade Zahl, deshalb ist sie nicht durch 2 teilbar. 59 hat die Quersumme 14, und 14 hat die Quersumme 5, 59 ist also nicht durch 3 teilbar. 59 endet nicht mit 5 oder 0, ist also nicht durch 5 teilbar. 56 ist durch 7 teilbar, also ist 59 nicht ohne Rest durch 7 teilbar. Also ist 59 eine Primzahl.
- b. 81 ist eine ungerade Zahl, deshalb ist sie nicht durch 2 teilbar. 81 hat die Quersumme 9, ist also durch 3 teilbar. Also ist 81 keine Primzahl.
  - c. 37 ist eine ungerade Zahl, deshalb ist sie nicht durch 2 teilbar. 37 hat die Quersumme 10, und 10 hat die Quersumme 1, 37 ist also nicht durch 3 teilbar. 37 endet nicht mit 5 oder 0, ist also nicht durch 5 teilbar. 35 ist durch 7 teilbar, 37 ist also nicht ohne Rest durch 7 teilbar. Also ist 37 eine Primzahl.

## Kapitel 8

1. a. 6 ist sowohl *Faktor* als auch *Divisor* von 18.
- b. teilbar
  - c. Vielfaches
2. 8 und 4 sind Faktoren und Divisoren von 32. 32 ist ein Vielfaches von 8 und von 4.
3. a. Ja, denn  $48 \div 6 = 8$
- b. Nein, denn  $33 \div 7 = 4 \text{ R } 5$

c. Ja, denn  $132 \div 12 = 11$

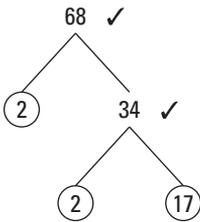
d. Ja, denn  $13 \div 13 = 1$

4. a. 1 2 4 17 34 68

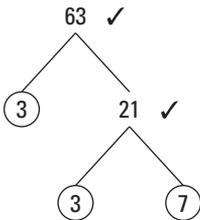
b. 1 3 7 9 21 63

c. 1 53 (53 ist eine Primzahl, denn sie ist weder durch 2, 3, 5 oder 7 teilbar)

5. a.  $2 \cdot 2 \cdot 17$

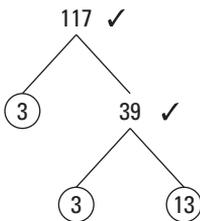


b.  $63 = 3 \cdot 3 \cdot 7$



c. (53)

d.  $3 \cdot 3 \cdot 13$



6. Nur c) ist richtig.

7. ... die größte Zahl, die ein Faktor all dieser Zahlen ist.

8. a. Faktoren von 18: 1 2 3 6 9 18. Faktoren von 45: 1 3 5 9 15 45. Der größte gemeinsame Teiler von 18 und 45 ist also 9.
- b. Faktoren von 21: 1 3 7 21. Faktoren von 49: 1 7 49. Faktoren von 77: 7 11 77. Der größte gemeinsame Teiler von 21, 49 und 77 ist also 7.
9. a.  $15 = \underline{3} \cdot \underline{5}$ ;  $33 = \underline{3} \cdot \underline{11}$ ;  $42 = 2 \cdot \underline{3} \cdot \underline{7}$ . Der größte gemeinsame Teiler von 15, 33 und 42 ist also 3.
- b.  $78 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{13}$ ;  $104 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{13}$ ;  $338 = \underline{2} \cdot \underline{13} \cdot \underline{13}$ . Der größte gemeinsame Teiler von 78, 104 und 338 ist also  $2 \cdot 13 = 26$ .
10. a.  $\underline{5}$ ;  $8 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2}$ ;  $12 = 2 \cdot \underline{2} \cdot \underline{3}$ . Das kleinste gemeinsame Vielfache von 5, 8 und 12 ist also  $5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 120$ .
- b.  $9 = \underline{3} \cdot \underline{3}$ ;  $24 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3}$ ;  $30 = 2 \cdot \underline{3} \cdot \underline{5}$ . Das kleinste gemeinsame Vielfache von 9, 24 und 39 ist also  $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 360$ .

## Kapitel 9

1. Erste Lücke: Zähler, Zweite Lücke: Nenner
2. a.  $\frac{4}{5}$ , b.  $\frac{2}{3}$ , c.  $\frac{7}{12}$ , d.  $\frac{3}{3}$
3. a.  $< 1$ , b.  $> 1$ , c.  $= 1$ , d.  $< 1$
4. a.  $\frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}$
- b.  $\frac{7 \cdot 5}{9 \cdot 5} = \frac{35}{45}$
5.  $32 \div 8 = 4$ , also müssen Sie den alten Zähler, 5, mit 4 multiplizieren. Der neue Zähler lautet daher  $20: \frac{5}{8} = \frac{20}{32}$ .
6. a.  $\frac{10}{15} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{2 \cdot \cancel{5}}{3 \cdot \cancel{5}} = \frac{2}{3}$
- b.  $\frac{63}{105} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 7}{3 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{\cancel{3} \cdot 3 \cdot \cancel{7}}{\cancel{3} \cdot 5 \cdot \cancel{7}} = \frac{3}{5}$
- c.  $\frac{70}{119} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 7}{7 \cdot 17} = \frac{2 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{7}}{\cancel{7} \cdot 17} = \frac{2 \cdot 5}{17} = \frac{10}{17}$
7. a. Der neue Zähler ist  $5 \cdot 3 + 2 = 15 + 2 = 17$ . Also ist  $3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$ .
- b. Der neue Zähler ist  $3 \cdot 4 + 2 = 12 + 2 = 14$ . Also ist  $4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$ .
- c. Der neue Zähler ist  $8 \cdot 9 + 1 = 72 + 1 = 73$ . Also ist  $9\frac{1}{8} = \frac{73}{8}$ .

8. a.  $13 \div 9 = 1 \text{ R } 4$ . Also ist  $\frac{13}{9} = 1\frac{4}{9}$ .

b.  $27 \div 4 = 6 \text{ R } 3$ , Also ist  $\frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$ .

c.  $32 \div 13 = 2 \text{ R } 6$ . Also ist  $\frac{32}{13} = 2\frac{6}{13}$ .

9. Kreuzmultiplikation der ersten beiden Brüche:

$$\frac{8}{15} \begin{array}{l} \swarrow \searrow \\ \nwarrow \swarrow \end{array} \frac{5}{9}$$

$$8 \cdot 9 = 72 \quad 15 \cdot 5 = 75$$

75 ist größer als 72, also können Sie  $\frac{8}{15}$  ausschließen. Kreuzmultiplikation der beiden verbleibenden Brüche:

$$\frac{5}{9} \begin{array}{l} \swarrow \searrow \\ \nwarrow \swarrow \end{array} \frac{12}{35}$$

$$5 \cdot 35 = 175 \quad 9 \cdot 12 = 108$$

175 ist größer als 108, also ist  $\frac{5}{9}$  der größte der drei Brüche.

## Kapitel 10

1. a.  $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 5} = \frac{4}{15}$

b.  $\frac{1}{8} \cdot \frac{11}{27} = \frac{1 \cdot 11}{8 \cdot 27} = \frac{11}{216}$

c.  $\frac{4}{3} \cdot \frac{7}{8} = \frac{4 \cdot 7}{3 \cdot 8} = \frac{41 \cdot 7}{3 \cdot 82} = \frac{7}{6}$

d.  $\frac{7}{13} \cdot \frac{26}{5} = \frac{7 \cdot 26}{13 \cdot 5} = \frac{7 \cdot 262}{131 \cdot 5} = \frac{14}{5}$

2. 1c., 2b., 3c.

3. a. Richtig. b. Richtig. c. Falsch. d. Falsch.

4. a.  $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 3 \cdot 1}{3 \cdot 4} = \frac{8 + 3}{12} = \frac{11}{12}$

b.  $\frac{8}{11} + \frac{3}{5} = \frac{8 \cdot 5 + 3 \cdot 11}{11 \cdot 5} = \frac{40 + 32}{55} = \frac{73}{50}$

c.  $\frac{3}{8} + \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 8 \cdot 2}{8 \cdot 5} = \frac{15 + 16}{40} = \frac{31}{40}$

d.  $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} = \frac{(2 \cdot 5 \cdot 6) + (4 \cdot 3 \cdot 6) + (5 \cdot 3 \cdot 5)}{3 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{60 + 72 + 75}{90} = \frac{207}{90}$   
 $= \frac{207}{90} = \frac{23}{10}$

5. a.  $\frac{12}{13} + \frac{7}{39} = \frac{7 \cdot 3}{13 \cdot 3} + \frac{7}{39} = \frac{21}{39} + \frac{7}{39} = \frac{21+7}{39} = \frac{28}{39}$   
 b.  $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} + \frac{5}{6} = \frac{4}{6} + \frac{5}{6} = \frac{4+5}{6} = \frac{9}{6} = \frac{9 \cdot 3}{6 \cdot 2} = \frac{3}{2}$
6. a.  $\frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{4-1}{5} = \frac{3}{5}$   
 b.  $\frac{5}{9} - \frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 7 - 3 \cdot 9}{9 \cdot 7} = \frac{35 - 27}{63} = \frac{8}{63}$   
 c.  $\frac{3}{8} - \frac{5}{16} = \frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 2} - \frac{5}{16} = \frac{6}{16} - \frac{5}{16} = \frac{6-5}{16} = \frac{1}{16}$   
 d.  $\frac{8}{9} - \frac{3}{8} - \frac{1}{6} = \frac{(8 \cdot 8 \cdot 6) + (3 \cdot 9 \cdot 6) + (1 \cdot 9 \cdot 8)}{9 \cdot 8 \cdot 6} = \frac{384 - 162 - 72}{432} = \frac{150}{432} = \frac{150 \cdot 25}{432 \cdot 25} = \frac{25}{72}$
7. a.  $2\frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 2 + 1}{2} = \frac{5}{2}$ ;  $3\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{15}{4}$ ;  $2\frac{1}{2} \cdot 3\frac{3}{4} = \frac{5}{2} \cdot \frac{15}{4} = \frac{75}{8} = 9\frac{3}{8}$   
 b.  $2\frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{11}{4}$ ;  $1\frac{9}{13} = \frac{1 \cdot 13 + 9}{13} = \frac{22}{13}$ ;  
 $2\frac{3}{4} \div 1\frac{9}{13} = \frac{11}{4} \div \frac{22}{13} = \frac{11}{4} \cdot \frac{13 \cancel{11} 1}{22 \cdot 4} = \frac{13}{22 \cdot 2} = \frac{13}{8} = 1\frac{5}{8}$
8. a.  $\frac{409}{52} = 7\frac{45}{52}$ , b.  $\frac{14}{9} = 1\frac{5}{9}$ , c.  $\frac{9}{10}$ , d.  $\frac{119}{120}$

## Kapitel 11

### 1. Lösung

	Hunderter	Zehner	Einer	Dezimal komma	Zehntel	Hundertstel	Tausendstel
a.	0	2	3	,	8	0	0
b.	0	0	5	,	1	9	0
c.	1	2	8	,	0	8	2
d.	0	0	9	,	0	8	0

### 2. a.

3. a. 4,7 → 5, b. 2,354 → 2, c. 3,50 → 4, d. 199,61 → 200

4. a.  $2,58\overline{76} \rightarrow 2,588$ , b.  $26,79\overline{55} \rightarrow 26,796$ , c.  $1,000\overline{08} \rightarrow 1,000$

5. 14,27, b. 41,281, c. 0,88, d. 7,015, e.  $1,0560 = 1,056$

6. b.

7. a.  $0,32 = \frac{0,32}{1} = \frac{32}{100} = \frac{\cancel{32} 8}{\cancel{100} 25} = \frac{8}{25}$

b.  $2,85 = \frac{2,85}{1} = \frac{285}{100} = 2 \frac{85}{100} = 2 \frac{\cancel{85} 17}{\cancel{100} 20} = 2 \frac{17}{20}$

c.  $3,96 = \frac{3,96}{1} = \frac{396}{100} = 3 \frac{96}{100} = 3 \frac{\cancel{96} 24}{\cancel{100} 25} = 3 \frac{24}{25}$

8. a.  $\frac{3}{5} = 3 \div 5 = 3,0 \div 5 = 0,6$

b.  $\frac{5}{8} = 5 \div 8 = 5,000 \div 8 = 0,625$

c.  $\frac{4}{11} = 4 \div 11 = 0,\overline{36}$

## Kapitel 12

1. b.

2. a. 0,03, b. 0,245, c. 2,88

3. a. 40 %, b. 105 %, c. 0,2 %

4. a.  $22 \% = \frac{22}{100} = \frac{\cancel{22} 11}{\cancel{100} 50} = \frac{11}{50}$

b.  $2,5 \% = \frac{2,5}{100} = \frac{25}{1,000} = \frac{\cancel{25} 1}{\cancel{1,000} 40} = \frac{1}{40}$

c.  $171,9 \% = \frac{171,9}{100} = \frac{1719}{1.000} = 1 \frac{719}{1.000}$

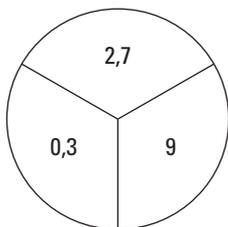
5. a.  $\frac{5}{10} = 5 \div 10 = 0,5 = 50 \%$ , b.  $\frac{3}{8} = 3 \div 8 = 0,375 = 37,5 \%$

6. a.  $23,2 \div 1 = 23,2$ , b.  $12 \div 2 = 6$ , c.  $16 \div 8 = 2$ , d.  $4 \cdot 13 = 52$ , e. 45 % von 20 = 20 % von 45 =  $45 \div 5 = 9$ , f. 7 % von 300 = 300 % von 7 =  $3 \cdot 7 = 21$

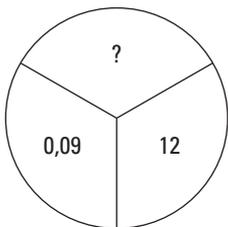
7. a. 11 % von 18 =  $0,11 \cdot 18 = 1,98$ , b. 102 % von 7 =  $1,02 \cdot 7 = 7,14$

8. In dieser Rechnung ist 25 % der *Prozentsatz*. 16 ist der *Grundwert*. 4 heißt *Prozentwert*.

9. Zeichnen Sie den Prozentkreis: 30 % von 9 sind 2,7.

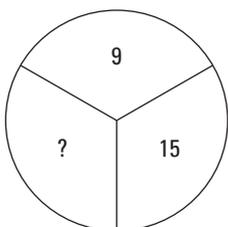


10. a.



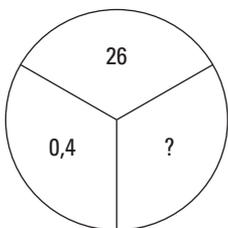
$$0,09 \cdot 12 = 1,08. 9 \% \text{ von } 12 \text{ sind } 1,08.$$

b.



$$\frac{9}{15} = \frac{3}{5} = 0,6 = 60 \%. 9 \text{ ist } 60 \% \text{ von } 15.$$

c.



$$\frac{26}{0,4} = \frac{260}{4} = \frac{260 \cdot 65}{4 \cdot 65} = 65. 40 \% \text{ von } 65 \text{ sind } 26.$$

## Kapitel 13

1. Paul =  $\frac{1}{3}$ , Maya =  $\frac{1}{5}$ . Paul und Maya =  $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{(1 \cdot 5) + (1 \cdot 3)}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$ . Vom ganzen

Kuchen bleibt für Anton übrig:  $1 - \frac{8}{15} + \frac{15}{15} - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$

2.  $0,4 \cdot 3,49 \text{ €} = 1,396 \text{ €}$ . Es gibt keine Zehntel-Cents, daher müssen Sie runden:

$$1,396 \text{ €} = 1,40 \text{ €}$$

3. 25 % von 47 € sind:  $0,2 \cdot 47 \text{ €} = 11,75 \text{ €}$ .

$$47 \text{ €} - 11,75 \text{ €} = 47,00 \text{ €} - 11,75 \text{ €} = 35,25 \text{ €}$$

$$35,25 \text{ €} \div 5 \text{ €} = 7,05$$

Metin bräuchte 8 Wochen, um einen Geldbetrag zu sparen, der für den reduzierten Preis reichen würde. Er schafft es also nicht rechtzeitig zur Aktionswoche. Da nach Ablauf der einen Woche der Preis für das Spiel wieder heraufgesetzt wird, benötigt er wegen

$$47 \text{ €} \div 5 \text{ €} = 9,4$$

sogar 10 Wochen, bis er den nötigen Geldbetrag gespart hat.

4. Geld von der Oma – Gespart = Geld nach dem Sparen

$$\text{Geld nach dem Sparen} - 44,99 \text{ €} = \text{Rest}$$

Zahlen einsetzen:

$$\begin{aligned} \text{Geld nach dem Sparen} &= 100 \% \text{ Geld von der Oma} - 60 \% \text{ vom Geld von der Oma} \\ &= 40 \% \text{ vom Geld von der Oma} = 0,4 \cdot 120 \text{ €} = 48 \text{ €} \end{aligned}$$

$$\text{Geld nach dem Sparen} - 44,99 \text{ €} = 48,00 \text{ €} - 44,99 \text{ €} = 3,01 \text{ €}$$

Maria bleiben vom Geld der Oma noch 3 € und 1 Ct zum Ausgeben übrig.

5.  $100 \% \text{ vom Gehalt} + 7 \% \text{ vom Gehalt} = (100 \% + 7 \%) \text{ vom Gehalt} = 107 \% \text{ vom Gehalt} = 1,07 \cdot 2.400 \text{ €} = 2.568 \text{ €}$ .

6. Paare nach Weihnachten = 100 % von Paare vorher + 150 % von Paare vorher

$$= 250 \% \text{ von Paare vorher} = 2,5 \cdot 6 = 15$$

Nach Weihnachten hat Papa also 15 Paare Socken. Drei hatte er weggeschmissen; bevor er sie weggeschmissen hatte, hatte er also insgesamt  $15 + 3 = 18$  Paar Socken. 6 davon hatte er schon vor Weihnachten, also hat er  $18 - 6 = 12$  Paar Socken geschenkt bekommen. Da meinte es jemand wirklich gut mit ihm.

7. a. Nach einem Jahr = 100 % von 10.000 € – 0,1 % von 10.000 € = 99,9 % von 10.000 € =  $0,999 \cdot 10.000 \text{ €} = 9.990 \text{ €}$

$$\begin{aligned} \text{Nach zwei Jahren} &= 100 \% \text{ von } 9.990 \text{ €} + 1 \% \text{ von } 9.990 \text{ €} = 101 \% \text{ von } 9.990 \text{ €} \\ &= 1,01 \cdot 9.990 \text{ €} = 10.089,09 \text{ €} \end{aligned}$$

Ja, nach einem Jahr auf dem anderen Konto hat Sebastian nun  $10.089,09 \text{ €} - 10.000 \text{ €} = 89,09 \text{ €}$  mehr als zu Beginn.

- b. Wertverlust des Geldes im ersten Jahr:  $0,022 \cdot 10.000 \text{ €} = 220 \text{ €}$ .

$$\begin{aligned} \text{Weiterer Wertverlust des Geldes im zweiten Jahr: } &0,02 \cdot (10.000 \text{ €} - 220 \text{ €}) = \\ &0,022 \cdot 9.780 \text{ €} = 215,16 \text{ €} \end{aligned}$$

Wertverlust insgesamt:  $220 \text{ €} + 215,16 \text{ €} = 435,16 \text{ €}$ . Der Wertverlust durch Inflation übersteigt die Zinsgewinne bei Weitem. Es hat sich nicht gelohnt, das Geld bei der Bank anzulegen.

## Kapitel 14

- Bei negativen Exponenten entspricht die Potenz *nicht* der Anzahl der Nullen zwischen der 1 und dem Dezimalkomma. Negative Potenzen von 10 haben *immer eine 0 weniger* zwischen der 1 und dem Dezimalkomma, als die Potenz angibt. Richtig ist  $10^{-9}$ .
- a.**  $10^3 \cdot 10^5 = 10^{(3+5)} = 10^8$ , **b.**  $10^4 \cdot 10^{-5} = 10^{(4-5)} = 10^{-1}$ , **c.**  $10^{-3} \cdot 10^{-5} = 10^{(-3-5)} = 10^{-8}$
- a.**  $8,104 \cdot 10^1$ , **b.**  $1,2 \cdot 10^2$ , **c.**  $3 \cdot 10^{-2}$ , **d.**  $1,29804 \cdot 10^3$ , **e.**  $4,65 \cdot 10^{-9}$ , **f.**  $1,435 \cdot 10^5$
- a.**  $-9 - (-12) = 3$  Größenordnungen Unterschied.  
**b.**  $318 = 3,18 \cdot 10^2$  und  $4.432.321 = 4,432321 \cdot 10^6$ .  $6 - 2 = 4$  Größenordnungen Unterschied.  
**c.**  $0,004 = 4 \cdot 10^{-3}$  und  $12 = 1,2 \cdot 10^1$ .  $1 - (-3) = 4$  Größenordnungen Unterschied.  
**d.**  $1.314 = 1,314 \cdot 10^3$  und  $0,05 = 5 \cdot 10^{-2}$ .  $3 - (-2) = 5$  Größenordnungen Unterschied.
- a.**  $6 \cdot 10^4$ , **b.**  $6,84 \cdot 10^{-1}$ , **c.**  $1,581 \cdot 10^6$

## Kapitel 15

- a.** 1.000.000 mm, **b.** 0,02 l, **c.** 30 Mikrometer, **d.**  $23 \text{ cm}^3$
- a.** 15 Yard sind etwa 15 Meter.  
**b.** 3 Fuß sind 1 Yard, das ist etwa 1 Meter.  
**c.** 3 Meilen sind etwa 1,5 Kilometer.  
**d.** 5 Gallonen sind etwa 20 Liter.  
**e.** 12 Pound sind etwa 6 Kilogramm.
- kalt
- ist richtig, denn nur dann können Sie die Gallonen kürzen:
 
$$3 \text{ Gallonen} \cdot \frac{1 \text{ Liter}}{0,26 \text{ Gallonen}} = \frac{3 \text{ Gallonen} \cdot 1 \text{ Liter}}{0,26 \text{ Gallonen}} = \frac{3 \text{ Liter}}{0,26} = 11,5384 \dots \text{ Liter} \approx 11,54 \text{ Liter}$$

## Kapitel 16

1. d. [c] kann es ja auch nicht sein, da Linien keine Breite haben.]

2. Lösung:



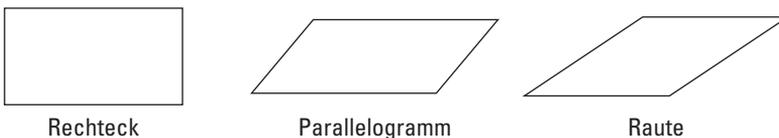
3. Spitze Winkel sind *kleiner als*  $90^\circ$ . Stumpfe Winkel sind *größer als*  $90^\circ$ .

4. .... den gleichen Abstand zu einem gegebenen Punkt haben.

5. Zwei geraden Seiten können nicht so *geschlossen* werden, dass sie einen inneren von einem äußeren Bereich trennen können.

6. d.

7. Lösung:



8. a. Ist kein regelmäßiger Körper, da nicht alle Begrenzungsflächen identisch sind. Sie sind zwar allesamt Rechtecke, aber nicht unbedingt gleich groß.

b. Ist ein regelmäßiger Körper, da alle Begrenzungsflächen identisch sind (Quadrate).

c. Ist kein regelmäßiger Körper, da nicht alle Begrenzungsflächen identisch sind. Es handelt sich um drei (identische) Dreiecke und ein Quadrat.

9. a.  $d = 2 \cdot r = 2 \cdot 2,5 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$

b.  $U = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 2,5 \text{ cm} \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 2,5 \text{ cm} = 15,7 \text{ cm}$

c.  $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (2,5 \text{ cm})^2 = \pi \cdot 6,25 \text{ cm}^2 \approx 3,14 \cdot 6,25 \text{ cm}^2 = 19,625 \text{ cm}^2$

10.  $A = \frac{1}{2} \cdot (b \cdot h) = \frac{1}{2} \cdot (8 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}) = \frac{1}{2} \cdot 32 \text{ cm}^2 = 16 \text{ cm}^2$

11.  $k^2 = l^2 + m^2$  [Wenn Sie  $k^2 = m^2 + l^2$  aufgeschrieben haben, ist das natürlich auch richtig, weil die Addition ja kommutativ ist.]

12. a.  $U = 4 \cdot s = 4 \cdot 4 \text{ cm} = 16 \text{ cm}$ ,  $A = s^2 = (4 \text{ cm})^2 = 16 \text{ cm}^2$ .

b.  $U = 2 \cdot (l + b) = 2 \cdot (3 \text{ cm} + 4 \text{ cm}) = 2 \cdot 7 \text{ cm} = 14 \text{ cm}$ ,  
 $A = l \cdot b = 3 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 12 \text{ cm}^2$ .

c.  $U = 4 \cdot s = 4 \cdot 5 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$ ,  $A = s \cdot h = 5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 15 \text{ cm}^2$

13. a.  $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (3 \text{ cm})^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 27 \text{ cm}^3 \approx 4 \cdot 3,14 \cdot 9 \text{ cm}^3 = 113,04 \text{ cm}^3$

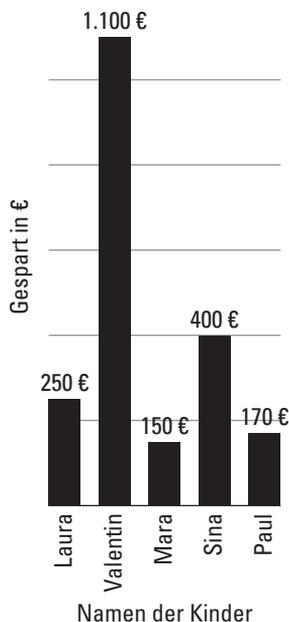
b.  $V = s^3 = (6 \text{ cm})^3 = 216 \text{ cm}^3$

c.  $V = A_b \cdot h = (\pi \cdot r^2) \cdot h = (\pi \cdot (0,1 \text{ m})^2) \cdot 1 \text{ m} = \pi \cdot 0,01 \text{ m}^2 \cdot 1 \text{ m} = \pi \cdot 0,01 \text{ m}^3 \approx 0,0314 \text{ m}^3$

## Kapitel 17

1. a. Fahrräder, E-Bikes und Elektroroller sind Zweiräder. Es fahren also  $16 \% + 5 \% + 1 \% = 22 \%$  der Befragten mit einem Zweirad zur Arbeit.
- b. Es fahren  $0,16 \cdot 500 = 80$  befragte Personen mit dem Fahrrad zur Arbeit.
- c.  $0,45 \cdot 500 = 225$  befragte Personen fahren mit dem Auto, 80 mit dem Fahrrad. 225 ist fast dreimal so viel wie 80, denn  $225 \div 80 = 2 \text{ R } 65$ .

2. Balkendiagramm:

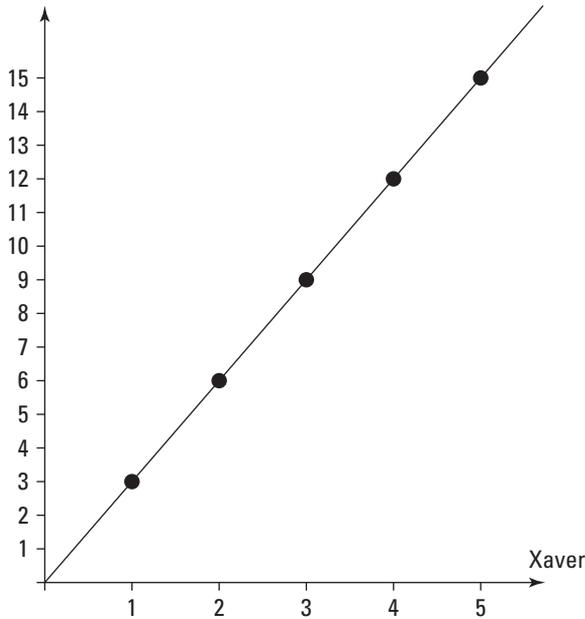


3. a. Die meisten Kilometer ist sie im Juli gefahren, nämlich 1.800 km.

b. Juli: 1.300 km; August: 1.800 km; September: 1.500 km.  $1.300 + 1.800 + 1.500 = 4.600$  km. In den Monaten Juli, August und September ist Lisa 4.600 km Rennrad gefahren.

4.  $A(2, 1), B(-2, 3), C(3, -2), D(-3, -1)$

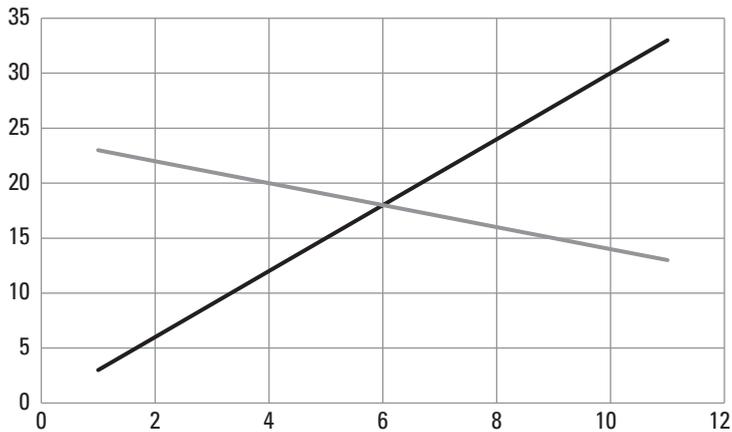
5. Yvonne



Xaver	1	2	3	4	5
Yvonne	3	6	9	12	15

6. Lösung:

weiß	1	2	3	4	5
braun	3	6	9	12	15
weiß	1	2	3	4	5
braun	23	22	21	20	19



Die beiden Geraden schneiden sich bei  $\text{braun}=6$ . Also sind in der Packung 6 Kekse mit brauner Schokolade und  $24 - 6 = 18$  Kekse mit weißer Schokolade.

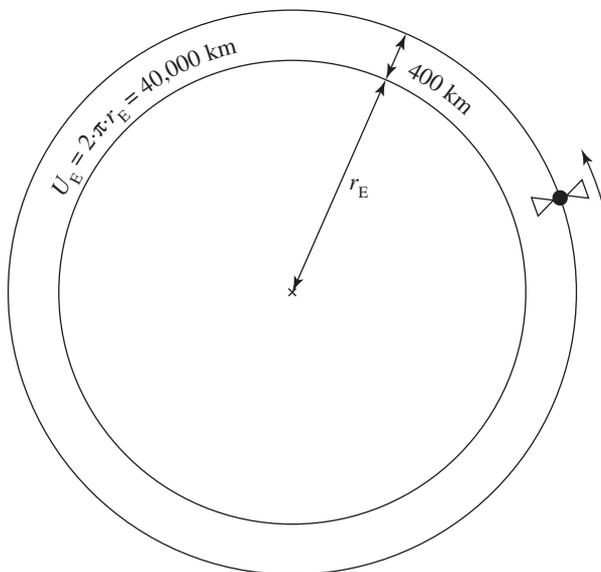
## Kapitel 18

1.

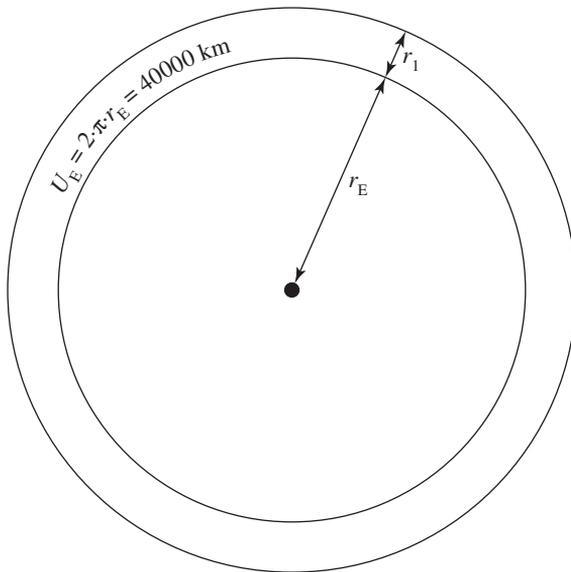
$$\frac{1 \text{ Jahrhundert}}{1} \cdot \frac{100 \text{ Jahre}}{1 \text{ Jahrhundert}} \cdot \frac{365 \text{ Tage}}{1 \text{ Tag}} \cdot \frac{24 \text{ Stunden}}{1 \text{ Tag}} \cdot \frac{60 \text{ Minuten}}{1 \text{ Tag}} \cdot \frac{60 \text{ Sekunden}}{1 \text{ Minute}}$$

$$\frac{1 \cdot 100 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ Sekunden}}{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1} = 3.153.600.000 \text{ Sekunden}$$

2. Die Länge der Umlaufbahn der ISS ist etwa 42.500 km.



## 3. Lösung



Über  $U_E$  wissen wir zwei Dinge. Zum einen ist  $U_1 = U_E + 1 \text{ m}$

Zum anderen ist  $U_1 = 2 \cdot \pi \cdot (r_E + r_1)$ .

In der zweiten Gleichung nutzen wir die Distribution:

$$2 \cdot \pi \cdot (r_E + r_1) = 2 \cdot \pi \cdot r_E + 2 \cdot \pi \cdot r_1.$$

Der Ausdruck  $2 \cdot \pi \cdot r_E$  ist aber gerade gleich  $U_E$ . Die zweite Gleichung können wir also auch schreiben als:  $U_1 = U_E + 2 \cdot \pi \cdot r_1$ .

Da die linken Seiten von Gleichung 1 und 3 gleich sind, müssen auch die rechten Seiten gleich sein:  $U_E + 1 \text{ m} = U_E + 2 \cdot \pi \cdot r_1$ .

Also muss  $r_1 = \frac{1 \text{ m}}{2 \cdot \pi}$  sein. Das sind etwa  $\frac{1 \text{ m}}{6,2} = 16 \text{ cm}$ . Erstaunlich viel, wenn man sich vor Augen hält, dass sich 40.000 km und 1 m um 7 Größenordnungen unterscheiden. Noch erstaunlicher ist, dass die letzte Formel für  $r_1$  den Umfang des Äquators gar nicht mehr enthält. Auch wenn Sie den Faden um die Sonne gelegt und dann einen Meter länger gemacht hätten, würde er 16 cm über der Sonnenoberfläche schweben!

## Kapitel 19

1. c.

2. a.  $\frac{34+63+43+23+18+29}{6} = 35$ . Im Durchschnitt hat jede Person 35 Erdbeeren gepflückt.

b. 18, 23, 29, 34, 43, 63.  $\frac{29+34}{2} = 31,5$ .

3. b.

4. a. Es gibt sechs Paschs: 1 – 1, 2 – 2, 3 – 3, 4 – 4, 5 – 5, 6 – 6. Also ist  $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$  die Wahrscheinlichkeit, dass Sie einen Pasch würfeln. Das sind etwa 16,7 %.

b. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe der Augenzahlen 1 ist, ist gleich 0. Es gibt 3 Augenpaarkombinationen, die in Summe 4 ergeben: 3 – 1, 2 – 2, 1 – 3. Die Wahrscheinlichkeit hierfür ist also  $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ . Das sind etwa 8,3 %.

Es gibt 6 Augenpaarkombinationen, die in Summe 7 ergeben: 1 – 6, 6 – 1, 3 – 4, 4 – 3, 5 – 2, 2 – 5. Die Wahrscheinlichkeit hier ist also  $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ . Das sind etwa 16,7 %.

Es gibt 2 Augenpaarkombinationen, die in Summe 11 ergeben: 5 – 6, 6 – 5. Die Wahrscheinlichkeit hierfür ist also  $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ . Das sind etwa 5,6 %.

c. Die Wahrscheinlichkeiten für die Augenzahlsummen sind:

Augenzahlsumme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Wahrscheinlichkeit	0	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

Am wahrscheinlichsten ist daher die Augenzahlsumme 7, mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 16,7 %.

5.  $\frac{2^5}{6^5} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 3} = \frac{1}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{243} \approx 0,4 \%$

## Kapitel 20

1. a. 3, b. 7, c. 1, d. 0

2. b., c., d. [zu d. Jede Menge ist eine Untermenge von sich selbst. A ist also eine Untermenge von A ( $A \subseteq A$ ). Da  $A=C$ , ist also auch  $A \subseteq C$ .]

3. **b.** [Wenn Sie **c.** gewählt haben: Ich kann Ihre Verwirrung verstehen.  $\emptyset$  enthält in der Tat keine Elemente. Technisch gesehen bedeutet das aber ja, dass wirklich *jedes* ihrer Elemente (nämlich keines ...) in jeder anderen Menge enthalten ist.]
4. **a.**  $\{1, 2\} \cup (2, 3) = (1, 2, 3)$ ;  $\{1, 2\} \cap \{2, 3\} = \{2\}$   
**b.**  $\{4, 3\} \cup (5, 7) = (3, 4, 5, 7)$ ;  $\{4, 3\} \cap \{5, 7\} = \emptyset$   
**c.**  $\{\sqrt{3}, \pi, 22\} \cup \emptyset = (\sqrt{3}, \pi, 22)$ ;  $\{\sqrt{3}, \pi, 22\} \cap \emptyset = \emptyset$
5. **a.**  $\{12, 15, 7\}$ , **b.**  $\{3, 4, 5, 6\}$

## Kapitel 21

1. **a.**  $4 \cdot 3 - 4 = 12 - 4 = 8$ , **b.**  $(\sqrt{3 \cdot 3} + 5) \div 4 = (\sqrt{9} + 5) \div 4 = (3 + 5) \div 4 = 8 \div 4 = 2$
2. **a.** Er besteht aus 3 Termen:  $x^2 \cdot y$ ,  $-4 \cdot \frac{x}{z}$  und  $\sqrt{y + y \cdot z}$ . **b.** 21
3. Lösung:

Term	Koeffizient	variabler Teil
$4 \cdot x^2$	4	$x^2$
$2 \cdot x$	2	$x$
-3	-3	keiner

4. **a.**  $7x$ , **b.**  $3y^2$ , **c.** Es ist nicht möglich, nicht ähnliche Terme zu addieren. **d.**  $3z^2$
5. **a.**  $6x$ , **b.**  $\frac{3y^2}{y} = 3y$ , **c.**  $3x^3y^4$ , **d.**  $\frac{-4x^2z^6}{8xy^2} = \frac{-xz^6}{2y^2}$
6. **a.**  $2x^2 + 3x^2 + 3y - 2y - y - xy = 5x^2 - xy$   
**b.**  $2x + 3y - x - y = 2x - x + 3y - y = x + 2y$   
**c.**  $x + 2y - 3x + 4y = -2x + 6y$   
**d.**  $3x^2 - 6x - 3x^2 = -6x$   
**e.**  $x^2 + x + x + 1 = x^2 + 2x + 1$   
**f.**  $x^3 - 2x^2 - x + 2$

## Kapitel 22

1. **a.** Lösen durch Inaugenscheinnahme:  $x = 2$
- b.** Lösen durch Umordnung und Anwendung inverser Operation:  $x = 96 \div 8 = 12$ .
- c.** Lösen durch Raten und Ausprobieren:  
 $x = 3 : 4 \cdot 3 - 12 = 0$ . Falsch.  
 $x = 5 : 4 \cdot 5 - 12 = 20 - 12 = 8$ . Richtig!
- d.** Auf beiden Seiten 1 addieren:  $8x = 3x + 5$ . Auf beiden Seiten  $3x$  subtrahieren:  
 $5x = 5$ . Auf beiden Seiten durch 5 dividieren:  $x = 1$ .

2. **a.**  $x = 1$ , **b.**  $x = 2$ , **c.**  $x = 2$

3. **a.**  $x = 3$ , **b.**  $x = -2$

4. **a.**  $2x \cdot x = (x - 1) \cdot (2x + 1)$

$$2x^2 = 2x^2 + x - 2x - 1$$

$$0 = -x - 1$$

$$x = -1$$

**b.**  $4x \cdot (-x) = (4x - 2) \cdot (-x - 1)$

$$-4x^2 = -4x^2 - 4x + 2x + 2$$

$$0 = -2x + 2$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

## Kapitel 23

1. **a.** Am besten wählen Sie den kleineren Betrag als Variable, um das Rechnen mit Brüchen zu vermeiden. Wählen Sie also Janoschs Betrag als Variable, denn Helme hat mehr als er (viermal so viel).

**b.**

Janoschs Geldbetrag	$x$
Helmes Geldbetrag	$4x$
insgesamt	1.240

Berechnung von Janoschs Geldbetrag:

$$x + 4x = 1.240$$

$$5x = 1.240$$

$$x = 1.240 \div 5$$

$$x = 248$$

Janosch hat also 248 €.

Berechnung von Helmes Geldbetrag:

$$4x = 4 \cdot 248 = 992$$

Helme hat also 992 €.

2. Donald hat durch die Verkäufe mehr Geld gemacht als mit dem Erbe. Wählen Sie daher das Erbe als Variable. Das ist zudem praktisch, weil dies die Größe ist, nach der in der Aufgabe gefragt wird.

Schenkung	$1 \cdot 10^6$
Verkäufe	$2x$
Erbe	$x$
Insgesamt	$25 \cdot 10^6$

$$1 \cdot 10^6 + 2x + x = 25 \cdot 10^6$$

$$3x = 24 \cdot 10^6$$

$$x = (24 \div 3) \cdot 10^6$$

$$x = 8 \cdot 10^6$$

Donald hat also im dritten Jahr 8 Millionen Dollar von seinem Vater geerbt.

3. Lösung:

	Trinkgeld	Bonus
Mia	89	99
Sina	$x + 6$	$x + 16$
Sophie	$x$	$x + 10$
Frederike	$x + 6 + 2 - 10$	$x + 6 + 2$
Hannah	$x + 6 + 2$	$x + 6 + 2 + 10$
Summe		251

$$99 + x + 16 + x + 10 + x + 6 + 2 + x + 6 + 2 + 10 = 251$$

$$x + x + x + x = 251 - 99 - 16 - 10 - 6 - 2 - 6 - 2 - 10$$

$$4x = 100$$

$$x = 25$$

Sina hat also 25 € Trinkgeld bekommen.

Frederike hat inklusive Bonus

$$x + 6 + 2 = x + 8 = 33 = 33 \text{ €}.$$

Sie hatte also 23 € Trinkgeld bekommen.

Hier alle Ergebnisse:

	Trinkgeld	Bonus
Mia	89	99
Sina	31	41
Sophie	25	35
Frederike	23	33
Hannah	33	43
Summe	201	251