



# Auf einen Blick

<b>Einleitung</b> .....	<b>21</b>
<b>Teil I: Einmal ganz von vorne</b> .....	<b>27</b>
<b>Kapitel 1:</b> Die Werkzeugkiste füllen.....	29
<b>Kapitel 2:</b> Vorzeichen erkennen: Positive und negative Zahlen.....	41
<b>Kapitel 3:</b> Brüche begreifen und mit Dezimalzahlen klarkommen.....	55
<b>Kapitel 4:</b> Exponenten entdecken und Wurzeln würdigen.....	73
<b>Kapitel 5:</b> In richtiger Reihenfolge rechnen und Lösungen überprüfen.....	89
<b>Kapitel 6:</b> Sich zum Rechnen rüsten.....	99
<b>Teil II: Faktorisieren verstehen</b> .....	<b>111</b>
<b>Kapitel 7:</b> Produktive Primzahlen.....	113
<b>Kapitel 8:</b> Geteilte Freude: Das Distributivgesetz.....	121
<b>Kapitel 9:</b> Faktorisieren im ersten Grad.....	143
<b>Kapitel 10:</b> Faktorisieren im zweiten Grad.....	153
<b>Kapitel 11:</b> Besonderes Faktorisieren.....	169
<b>Teil III: Mit Gleichungen arbeiten</b> .....	<b>179</b>
<b>Kapitel 12:</b> Mit linearen Gleichungen Bekanntschaft schließen.....	181
<b>Kapitel 13:</b> Lineare Gleichungen lösen.....	193
<b>Kapitel 14:</b> Mit quadratischen Gleichungen glänzen.....	215
<b>Kapitel 15:</b> Mit höhergradigen Gleichungen rechnen.....	235
<b>Kapitel 16:</b> Ungleichungen zum Ausgleich.....	257
<b>Teil IV: Algebra anwenden</b> .....	<b>277</b>
<b>Kapitel 17:</b> Folgenreiche Formeln.....	279
<b>Kapitel 18:</b> Textaufgaben für den Alltag.....	307
<b>Kapitel 19:</b> Visualisieren: Graphen.....	331
<b>Teil V: Der Top-Ten-Teil</b> .....	<b>359</b>
<b>Kapitel 20:</b> Zehn weitverbreitete Anfängerfehler.....	361
<b>Kapitel 21:</b> Zehn Möglichkeiten des Faktorisierens.....	365
<b>Kapitel 22:</b> Zehn Teilbarkeitsregeln.....	369
<b>Kapitel 23:</b> Zehn Schritte beim Lösen von Textaufgaben.....	373
<b>Glossar</b> .....	<b>377</b>
<b>Lösungen der Übungsaufgaben</b> .....	<b>383</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b> .....	<b>397</b>
<b>Stichwortverzeichnis</b> .....	<b>401</b>







# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b> .....	<b>21</b>
Über dieses Buch.....	21
Konventionen in diesem Buch.....	22
Was Sie nicht lesen müssen.....	22
Törichte Annahme über den Leser.....	23
Wie dieses Buch aufgebaut ist.....	23
Teil I: Einmal ganz von vorne.....	23
Teil II: Faktorisieren verstehen.....	24
Teil III: Mit Gleichungen arbeiten.....	24
Teil IV: Algebra anwenden.....	24
Teil V: Der Top-Ten-Teil.....	24
Symbole, die in diesem Buch verwendet werden.....	25
Wie es weitergeht.....	25
<b>TEIL I</b>	
<b>EINMAL GANZ VON VORNE</b> .....	<b>27</b>
<b>Kapitel 1</b>	
<b>Die Werkzeugkiste füllen</b> .....	<b>29</b>
Mit den Grundlagen anfangen: Zahlen.....	30
Ganz reelle Zahlen.....	31
Auf natürliche Zahlen zählen.....	31
Ganz und gar ganze Zahlen.....	32
Gerade und ungerade Zahlen.....	32
Vernünftig sein: Rationale Zahlen.....	32
Irrationale Zahlen zähmen.....	32
Variablen variieren.....	33
Algebra sprechen.....	34
Rechenarten unter der Lupe.....	34
Rechenzeichen entschlüsseln.....	35
Klammern.....	36
Beziehungen definieren.....	37
Mit Gegenteilen arbeiten.....	38
Nach den Regeln spielen.....	39
<b>Kapitel 2</b>	
<b>Vorzeichen erkennen: Positive und negative Zahlen</b> .....	<b>41</b>
(Vor-)Zeichen setzen.....	41
Positive Zahlen positionieren.....	42
Das Beste aus negativen Zahlen machen.....	42
Positives und Negatives vergleichen.....	43
Die Null entdecken.....	44





## 12 Inhaltsverzeichnis

Mit dem Rechnen loslegen.....	44
Binomisches Rechnen verstehen.....	45
Nicht-binomische Rechnungen kennenlernen.....	45
Mit Vorzeichen rechnen.....	46
Zahlen mit gleichen Vorzeichen verbinden.....	46
Unterschiedliche Vorzeichen addieren.....	47
Zahlen mit Vorzeichen subtrahieren.....	48
Zahlen mit Vorzeichen multiplizieren und dividieren.....	50
Rechnen mit nichts: Null und Vorzeichen.....	51
Assoziativ- und Kommutativgesetz.....	52
Rechnungen neu ordnen: Das Kommutativgesetz.....	52
Verbindungen: Das Assoziativgesetz.....	53
Übungen.....	54

### Kapitel 3

#### **Brüche begreifen und mit Dezimalzahlen klarkommen..... 55**

Zahlen zerlegen und wieder zusammensetzen.....	55
Echte Brüche entdecken.....	57
Unehchte Brüche kennenlernen.....	57
Es mit gemischten Zahlen aufnehmen.....	58
Kürzungen, wohin man blickt.....	58
Rechnen mit gleichwertigen Brüchen.....	59
Warum kleiner besser ist.....	60
Wenn sich nicht kürzen lässt.....	61
Gleichnamige Brüche.....	62
Gleiche Nenner finden.....	62
Mit unechten Brüchen arbeiten.....	64
Was Brüche alles können.....	64
Brüche addieren und subtrahieren.....	65
Brüche multiplizieren.....	66
Brüche dividieren.....	68
Mit Dezimalzahlen klarkommen.....	69
Brüche in Dezimalzahlen verwandeln.....	70
Dezimalzahlen in Brüche verwandeln.....	71
Übungen.....	72

### Kapitel 4

#### **Exponenten entdecken und Wurzeln würdigen..... 73**

Gleiche Zahlen mit sich selbst multiplizieren.....	73
Potenzen schreiben.....	74
Exponenten vergleichen.....	75
Abstecher zur Exponentialschreibweise.....	76
Exponentielle Ausdrücke erforschen.....	77
Multiplizierte Exponenten.....	80



## Inhaltsverzeichnis 13

Geteilte Exponenten.....	81
Die Null als Exponent.....	82
Mit negativen Exponenten arbeiten.....	83
Potenzen potenzieren.....	84
Wurzeln verwurzeln.....	85
Übungen.....	87

### Kapitel 5

#### In richtiger Reihenfolge rechnen und Lösungen

<b>überprüfen.....</b>	<b>89</b>
Rechnungen ordnen.....	89
Mit Proben prüfen.....	94
Sinnvolle erste Schritte.....	95
Schritt zwei: Einsetzen.....	95
Ergebnisse verständlich formulieren.....	96
Übungen.....	97

### Kapitel 6

#### Sich zum Rechnen rüsten..... 99

Ein paar Einschränkungen einhalten.....	99
Zahlen mit Buchstaben darstellen.....	100
Faktoren und Koeffizienten anfügen.....	100
Mathematisch werden.....	103
Variablen addieren und subtrahieren.....	103
Potenzen addieren und subtrahieren.....	104
Variablen multiplizieren und dividieren.....	105
Multiplizierte Variablen.....	105
Dividierte Variablen.....	106
Alles anwenden.....	107
Übungen.....	109

## TEIL II

### FAKTORISIEREN VERSTEHEN..... 111

#### Kapitel 7

#### Produktive Primzahlen..... 113

Das Wesentliche zu Anfang.....	113
Sich mit zusammengesetzten Zahlen auseinandersetzen.....	115
Primfaktorzerlegung ausschreiben.....	115
Primfaktorzerlegung ergründen.....	116
Primfaktoren bei der Arbeit.....	117
Teiler finden.....	118
Übungen.....	120



## 14 Inhaltsverzeichnis

### Kapitel 8

<b>Geteilte Freude: Das Distributivgesetz</b> .....	<b>121</b>
Gerecht verteilt .....	121
Zuerst ausmultiplizieren .....	123
Zuerst zusammenfassen .....	123
Vorzeichen verteilen .....	124
Positive Verteilung .....	124
Negative Verteilung .....	125
Verteilung mit Rollentausch .....	126
Variablen ins Spiel bringen .....	127
Negative Vorzeichen verteilen .....	129
Negative Exponenten ergeben gebrochene Lösungen .....	130
Arbeiten mit gebrochenen Exponenten .....	130
Mehr als einen Term ausmultiplizieren .....	132
Binome ausmultiplizieren .....	133
Trinome ausmultiplizieren .....	135
Polynom mal Polynom .....	135
Besonders verteilt: Binomische Formeln .....	136
Binomische Formeln erkennen .....	137
Gleiche Terme – andere Vorzeichen .....	138
Die Differenz zwischen zwei Kubikzahlen finden .....	139
Die Summe von zwei Kubikzahlen finden .....	140
Übungen .....	142

### Kapitel 9

<b>Faktorisieren im ersten Grad</b> .....	<b>143</b>
Faktorisieren .....	143
Mit Zahlen faktorisieren .....	143
Mit Variablen faktorisieren .....	146
Mit Zahlen und Variablen faktorisieren .....	147
Zusammenfassen .....	149
Übungen .....	151

### Kapitel 10

<b>Faktorisieren im zweiten Grad</b> .....	<b>153</b>
Quadratische Terme kennenlernen .....	153
Große Zahlen zähmen .....	155
Jeder Term mit jedem Term .....	156
Auflösen leicht gemacht .....	156
Faktorisieren für Fortgeschrittene .....	161
Terme verschiedentlich faktorisieren .....	167
Übungen .....	168



## Inhaltsverzeichnis 15

<b>Kapitel 11</b>	
<b>Besonderes Faktorisieren</b> .....	<b>169</b>
Brave Binome .....	169
Die Differenz zweier Quadrate faktorisieren .....	170
Die Differenz von Kubikzahlen faktorisieren .....	171
Die Summe von Kubikzahlen faktorisieren .....	173
An Trinomen und Größerem tüfteln .....	174
Terme zusammenfassen .....	175
Wissen, wann es genug ist .....	177
Übungen .....	178
<b>TEIL III</b>	
<b>MIT GLEICHUNGEN ARBEITEN</b> .....	<b>179</b>
<b>Kapitel 12</b>	
<b>Mit linearen Gleichungen Bekanntschaft schließen</b> .....	<b>181</b>
Lösen mit der Division .....	181
Lösen mit der Multiplikation .....	183
Lösen mit dem Kehrwert .....	185
Gleichungen aufstellen .....	188
Einen Zweck finden .....	188
Lösungen auf ihren Sinn prüfen .....	189
Übungen .....	191
<b>Kapitel 13</b>	
<b>Lineare Gleichungen lösen</b> .....	<b>193</b>
Ausgeglichene Gleichungen .....	193
Den Regeln folgen .....	194
Es sich einfach machen mit Vereinfachen .....	195
Verschachtelte Verhältnisse .....	196
Ausgleichende Addition .....	198
Addieren bevorzugt .....	199
Ausmultiplizieren bevorzugt .....	199
Verhältnisgleichungen .....	202
Über Kreuz multiplizieren .....	203
Aus Brüchen werden Verhältnisgleichungen .....	204
Brüche beibehalten .....	206
Variable Lösungen .....	208
Unmögliche Lösungen .....	211
Übungen .....	214
<b>Kapitel 14</b>	
<b>Mit quadratischen Gleichungen glänzen</b> .....	<b>215</b>
Sich für quadratische Gleichungen qualifizieren .....	216
Verwurzelte Lösungen quadratischer Gleichungen .....	218
Lösen durch Faktorisieren .....	220





## 16 Inhaltsverzeichnis

Wunderbare Null .....	221
Größter gemeinsamer Teiler und Multiplikation mit null .....	222
Quadratische Gleichungen mit drei Termen .....	223
Quadratische Gleichungen anwenden .....	229
abc-Formel .....	230
Übungen .....	234

### Kapitel 15

#### Mit höhergradigen Gleichungen rechnen..... 235

Kubische Gleichungen kennenlernen.....	235
Gleichungen mit Kubikzahlen lösen .....	236
Lösen mit dem größten gemeinsamen Teiler .....	237
Kubische Ausdrücke zusammenfassen.....	239
Kubische Gleichungen mit ganzen Lösungen .....	240
Mit quadratischen Gleichungen zu höheren Potenzen.....	242
Entwurzelte Wurzeln.....	246
Beide Seiten quadrieren.....	246
Beide Seiten zweimal quadrieren .....	249
Das Horner-Schema .....	251
Ganzzahlige Lösungen .....	251
Gebrochene Lösungen .....	254
Übungen.....	255

### Kapitel 16

#### Ungleichungen zum Ausgleich..... 257

Rechnen mit Ungleichungen.....	258
Ungleichungen addieren und subtrahieren.....	258
Ungleichungen multiplizieren und dividieren .....	259
Lineare Ungleichungen lösen.....	261
Mit mehr als zwei Termen arbeiten .....	263
Quadratische Ungleichungen lösen.....	265
Ohne null weiterkommen .....	268
Mit mehr als zwei Faktoren arbeiten .....	268
Gebrochene Ungleichungen kennenlernen.....	270
Beträge bewältigen.....	272
Betragsgleichungen lösen.....	272
Betragungleichungen lösen.....	274
Übungen.....	275

### TEIL IV

#### ALGEBRA ANWENDEN..... 277

### Kapitel 17

#### Folgenreiche Formeln..... 279

Gut bemessen .....	280
Wie lang etwas ist: Längeneinheiten .....	280



## Inhaltsverzeichnis 17

Der Satz des Pythagoras .....	280
Den Umfang ermitteln .....	282
Flächen finden: Inhalt .....	286
Rechtecke und Quadrate .....	286
Dreiecke .....	287
Kreise .....	289
Voll gefüllte Volumen .....	290
Prismen unter der Lupe .....	290
Zylinder zeichnen .....	291
Pyramiden bauen .....	292
Kegel kennenlernen .....	293
Perfekte Kugel .....	294
Entfernung, Geschwindigkeit, Zeit .....	295
Wie weit, wie schnell, wie lang .....	295
Auf Wasser anders messen .....	296
Zinsen und Prozent berechnen .....	297
Zinsen verzeichnen und verzinsen .....	297
Steuern und Rabatte beurteilen .....	300
Permutation und Kombination kennenlernen .....	301
Auf die Fakultät zählen .....	301
Kombination nutzen .....	302
Mit Permutation Ordnung schaffen .....	304
Eigene Formeln (er)finden .....	305
Übungen .....	306

## Kapitel 18

### Textaufgaben für den Alltag ..... 307

Textaufgaben lösen lernen .....	307
Mit Umfang, Fläche und Volumen loslegen .....	308
Umfassender Umfang .....	309
Faszinierende Flächeninhalte .....	310
Volle Volumen .....	312
Mischungsrechnungen aufmischen .....	317
Flüssigkeiten prozentual mischen .....	317
Feste Anteile vermengen .....	318
Zinsen zuordnen .....	319
Rechnen zahlt sich aus: Geld .....	320
Amerikanisches Geld in den Griff bekommen .....	320
Wer wie viel zahlt .....	321
Entfernungen ermitteln .....	323
Entfernung plus Entfernung .....	323
Gleiche Entfernungen .....	324
Rechtwinklige Dreiecke zurechtrücken .....	324
Die Höhe herausfinden .....	325
Die Entfernung erforschen .....	326
Kreise umrunden .....	327
Übungen .....	329



## 18 Inhaltsverzeichnis

### Kapitel 19

<b>Visualisieren: Graphen</b> .....	<b>331</b>
Grafisch darstellen und verstehen .....	332
Graphen begreifen .....	333
Einen Punkt machen .....	334
Koordinaten koordinieren .....	335
Punkte richtig setzen .....	336
Geraden eintragen .....	337
Geradengleichungen grafisch darstellen .....	339
Schnittige Schnittpunkte .....	342
Stetige Steigungen .....	342
Steigungen bestimmen .....	344
Steigung und Schnittpunkt kombinieren .....	346
Die Punktsteigungsform grafisch umsetzen .....	347
Parallele und rechtwinklige Geraden konstruieren .....	349
Schnittpunkte zweier Geraden .....	350
Schnittpunkte grafisch finden .....	350
Schnittpunkte durch Substitution finden .....	351
Packende Parabeln .....	352
Normalparabeln kennenlernen .....	353
Den Scheitelpunkt auf eine Achse setzen .....	354
Verschieben und multiplizieren .....	355
Die allgemeingültige Form einer Parabel .....	356
Übungen .....	358

### TEIL V

<b>DER TOP-TEN-TEIL</b> .....	<b>359</b>
-------------------------------	------------

### Kapitel 20

<b>Zehn weitverbreitete Anfängerfehler</b> .....	<b>361</b>
Binome quadrieren .....	361
Ausmultiplizieren .....	362
Brüche aufteilen .....	362
Wurzeln aufteilen .....	362
Reihenfolge von Rechnungen .....	363
Gebrochene Exponenten .....	363
Grundzahlen multiplizieren .....	363
Potenzen potenzieren .....	363
Brüche kürzen .....	364
Negative Exponenten .....	364

### Kapitel 21

<b>Zehn Möglichkeiten des Faktorisierens</b> .....	<b>365</b>
Zwei Terme mit einem ggT .....	365
Die Differenz zweier Quadrate .....	365
Die Differenz zweier Kubikzahlen .....	366



**Inhaltsverzeichnis 19**

Die Summe zweier Kubikzahlen.....	366
Drei Terme mit einem ggT.....	366
Ein Trinom in zwei Binome faktorisieren.....	366
Am quadratischen Lösungsweg orientieren.....	367
Vier oder mehr Terme mit einem ggT.....	367
Vier oder mehr Terme zusammenfassen.....	367
Vier oder mehr Terme ungleich zusammenfassen.....	367

**Kapitel 22  
Zehn Teilbarkeitsregeln..... 369**

Teilbarkeit durch 2.....	369
Teilbarkeit durch 3.....	369
Teilbarkeit durch 4.....	370
Teilbarkeit durch 5.....	370
Teilbarkeit durch 6.....	370
Teilbarkeit durch 8.....	370
Teilbarkeit durch 9.....	371
Teilbarkeit durch 10.....	371
Teilbarkeit durch 11.....	371
Teilbarkeit durch 12.....	372

**Kapitel 23  
Zehn Schritte beim Lösen von Textaufgaben..... 373**

Eine Skizze zeichnen.....	373
Eine Liste erstellen.....	373
Variablen für Zahlen wählen.....	374
Wörter in Zeichen übersetzen.....	374
Den letzten Satz beachten.....	374
Eine Formel finden.....	375
Mit Ersetzungen vereinfachen.....	375
Eine Gleichung lösen.....	375
Den Sinn prüfen.....	375
Die Genauigkeit kontrollieren.....	375

**Glossar..... 377****Lösungen der Übungsaufgaben..... 383**

Kapitel 2.....	383
Kapitel 3.....	383
Kapitel 4.....	383
Kapitel 5.....	384
Kapitel 6.....	384
Kapitel 7.....	385
Kapitel 8.....	386
Kapitel 9.....	386
Kapitel 10.....	387
Kapitel 11.....	388





## 20 Inhaltsverzeichnis

Kapitel 12.....	389
Kapitel 13.....	389
Kapitel 14.....	390
Kapitel 15.....	390
Kapitel 16.....	391
Kapitel 17.....	392
Kapitel 18.....	393
Kapitel 19.....	394
<b>Abbildungsverzeichnis.....</b>	<b>397</b>
<b>Stichwortverzeichnis.....</b>	<b>401</b>

