

Auf einen Blick

Einleitung	23
Teil I: Mit Statistik den Alltag Bewältigen	31
Kapitel 1: Statistik kurz und knapp	33
Kapitel 2: Fehler in Statistiken	49
Kapitel 3: Das Handwerkszeug des Statistikers.....	65
Teil II: Zahlenknacken leicht gemacht	85
Kapitel 4: Grafiken und Diagramme	87
Kapitel 5: Von Durchschnitten und Medianen.....	133
Teil III: Gewinnchancen realistisch einschätzen	157
Kapitel 6: Wie stehen die Chancen? Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung	159
Kapitel 7: Auf Gewinn spielen	175
Teil IV: Mit Wahrscheinlichkeitsmodellen komplizierte Fragen schnell beantworten	185
Kapitel 8: Zufallsvariablen und die Binomialverteilung	187
Kapitel 9: Die Normalverteilung.....	201
Kapitel 10: Die t-Verteilung.....	223
Kapitel 11: Stichprobenverteilungen und der zentrale Grenzwertsatz	231
Kapitel 12: Die Fehlergrenze berücksichtigen	253
Teil V: Wichtige Dinge schätzen	269
Kapitel 13: Interpretation und Bewertung von Konfidenzintervallen	271
Kapitel 14: Konkrete Konfidenzintervalle berechnen	277
Kapitel 15: Häufig genutzte Konfidenzintervalle	287
Teil VI: Mit Testen das kritische Denken fördern	303
Kapitel 16: Behauptungen, Tests und Schlussfolgerungen	305
Kapitel 17: Formeln und Beispiele für häufig genutzte Hypothesentests.....	327
Teil VII: Statistische Studien richtig ausschöpfen	345
Kapitel 18: Umfragen, Umfragen und noch mehr Umfragen	347
Kapitel 19: Experimente: medizinischer Durchbruch oder irreführendes Ergebnis?..	365
Kapitel 20: Die Suche nach dem Zusammenhang: Korrelationen und andere Assoziationen	383
Kapitel 21: Qualitätskontrolle oder: Was Statistik mit Zahnpasta zu tun hat	417

12 Auf einen Blick

Teil VIII: Der Top-Ten-Teil	429
Kapitel 22: Zehn Kriterien für eine gute Umfrage.....	431
Kapitel 23: Zehn häufige Fehler.....	439
Kapitel 24: Lösungen zu den Übungsaufgaben.....	451
Anhang: Tabellen	587
Abbildungsverzeichnis	597
Stichwortverzeichnis	599

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	23
Über dieses Buch.....	24
Konventionen in diesem Buch.....	24
Törichte Annahmen über die Leser	25
Wie dieses Buch aufgebaut ist.....	26
Teil I: Mit Statistik den Alltag bewältigen	26
Teil II: Zahlenknacken leicht gemacht	26
Teil III: Gewinnchancen realistisch einschätzen.....	26
Teil IV: Mit Wahrscheinlichkeitsmodellen komplizierte Fragen schnell beantworten	26
Teil V: Wichtige Dinge schätzen	27
Teil VI: Mit Testen das kritische Denken fördern.....	27
Teil VII: Statistische Studien richtig ausschöpfen.....	27
Teil VIII: Der Top-Ten-Teil	27
Anhang.....	27
Lösungen zu den Übungsaufgaben.....	28
Die Symbole in diesem Buch	28
Wie geht es weiter?	28
TEIL I MIT STATISTIK DEN ALLTAG BEWÄLTIGEN	31
Kapitel 1 Statistik kurz und knapp	33
Statistiken verstehen und nutzen	33
Aussagekräftige Studien konzipieren	35
Umfragen	35
Experimente	36
Erheben von brauchbaren Daten	36
Auswahl einer guten Stichprobe	37
Verzerrungen in den Daten vermeiden	38
Sinnvolle Zusammenfassungen erstellen.....	38
Beschreibende Statistik.....	39
Diagramme und Schaubilder	40
Verteilungen bestimmen	40
Fehlergrenzen und Konfidenzintervalle	42
Hypothesentests	43
Korrelation, Regression und Kontingenztafeln	44
Glaubwürdige Schlussfolgerungen ziehen.....	45
Überbordende Ergebnisse	46
Behauptungen zu Ursache und Wirkung hinterfragen	46
Detektivischen Spürsinn statt bloßer Skepsis entwickeln	46
Übungsaufgaben.....	47

Kapitel 2	
Fehler in Statistiken	49
Die Kontrolle übernehmen: so viele Zahlen und so wenig Zeit	49
Fehler, Übertreibungen und schlichte Lügen	50
Die Korrektheit der Zahlen prüfen	50
Irreführende Statistiken aufdecken	51
Die Wahrheit über Verhältnisse, Raten und Prozentwerte	53
Am rechten Ort nach Lügen suchen	58
Die Bedeutung irreführender Statistiken	60
Übungsaufgaben	62
Kapitel 3	
Das Handwerkszeug des Statistikers	65
Statistik: mehr als nur Zahlen	65
Vier Schritte zu einer aussagekräftigen statistischen Analyse	66
Immer mehr statistische Analysen	67
Grundbegriffe der Statistik	67
Die Grundgesamtheit	68
Die Stichprobe	69
Die Verzerrung (Bias)	69
Aus Daten werden Datensätze	70
Statistische Kennziffern zur Verdeutlichung der Kernaussagen einer statistischen Analyse	71
Die Normalverteilung	74
Experimente	75
Meinungsumfragen	77
Schätzwerte	77
Wahrscheinlichkeit und Gewinnchancen	79
Das Gesetz der großen Zahl	80
Hypothesentests	80
Korrelation und Kausalzusammenhang	82
Übungsaufgaben	82
TEIL II	
ZAHLENKNACKEN LEICHT GEMACHT	85
Kapitel 4	
Grafiken und Diagramme	87
Statistik grafisch darstellen	87
Ein Stück vom Kuchen abbekommen	88
Größere versus kleinere Tortenstücke	89
Von guten und schlechten Kreisdiagrammen	91
Bewertung von Kreisdiagrammen	93
Säulendiagramme im Einsatz	93
Noch einmal die Lieblingsgenres der Kinogänger	94
Säulendiagramme für mehrere Gruppen	96
Bewertung von Säulendiagrammen	99

Statistiken mithilfe von Tabellen darstellen 99
 Die Häufigkeitstabelle 100
 Tabellarisierung stetiger Daten 102
 Die richtigen Zahlen im Auge behalten 103
 Bewertung von Tabellen 104
 Das Liniendiagramm 104
 Die Entwicklung der Teilnehmerzahlen im Liniendiagramm 105
 Schauen Sie genau hin 106
 Bewertung von Liniendiagrammen 107
 Daten mit einem Histogramm veranschaulichen 108
 Vom Säulendiagramm zum Histogramm 108
 Was Histogramme sonst noch verraten 111
 Beispiel: Mit einem Baby krabbeln 114
 Histogramme interpretieren 116
 Bewertung von Histogrammen 116
 Übungsaufgaben 116

**Kapitel 5
 Von Durchschnitten und Medianen 133**

Daten mit statistischen Größen beschreiben 133
 Qualitative Daten beschreiben 134
 Quantitative Daten beschreiben 136
 Lagemaße 137
 Aufdecken von Werteabweichungen 141
 Die $k\text{-}\sigma$ -Regel 147
 Mit Perzentilen die relative Position ermitteln 148
 Übungsaufgaben 151

**TEIL III
 GEWINNCHANCEN REALISTISCH EINSCHÄTZEN 157**

**Kapitel 6
 Wie stehen die Chancen? Einführung in die
 Wahrscheinlichkeitsrechnung 159**

Risiken basierend auf Wahrscheinlichkeiten eingehen 159
 Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung 161
 Die fünf Säulen der Wahrscheinlichkeitsrechnung 161
 Ein Würfelbeispiel: Craps 162
 Modelle und Simulationen 164
 Interpretation von Wahrscheinlichkeiten 166
 Fehleinschätzungen vermeiden 166
 Das sieht wahrscheinlicher aus 166
 Kurz- und langfristige Vorhersagen 167
 Die Chancen stehen 50 : 50 167
 Interpretation seltener Ereignisse 168
 Die häufigsten Irrtümer über Wahrscheinlichkeiten – und wie man
 sie vermeidet 169

16 Inhaltsverzeichnis

Die Verbindung zwischen Wahrscheinlichkeitsrechnung und anderer Statistik	170
Schätzwerte	170
Vorhersagen	171
Entscheidungsfindung	171
Qualitätskontrolle	171
Übungsaufgaben	172

Kapitel 7	
Auf Gewinn spielen	175
Warum Casinos Gewinne machen	175
Hilfreiche Kenntnisse	176
Die Chance 50 : 50	177
Gewinnzahlen ziehen	178
Einen Lottoschein ausfüllen – weniger kann mehr sein	179
Das Geschlecht eines Babys vorhersagen	181
Versuchen, am Spielautomaten zu gewinnen	181
Übungsaufgaben	182

TEIL IV	
MIT WAHRSCHEINLICHKEITSMODELLEN KOMPLIZIERTE FRAGEN SCHNELL BEANTWORTEN.....	185

Kapitel 8	
Zufallsvariablen und die Binomialverteilung	187
Allgemeines zu Zufallsvariablen	187
Diskret im Gegensatz zu kontinuierlich	188
Wahrscheinlichkeitsverteilungen	189
Der Erwartungswert und die Varianz einer diskreten Zufallsvariablen	190
Binomialverteilte Zufallsvariablen als Verteilungsmodell für diskrete Zufallsvariablen	191
Die Binomialverteilungs-Bedingungen Schritt für Schritt prüfen	191
Binomiale Wahrscheinlichkeiten per Formel ermitteln	193
Wahrscheinlichkeiten anhand der Binomialverteilungstabelle ermitteln ..	196
Erwartungswert und Standardabweichung der Binomialverteilung	197
Übungsaufgaben	198

Kapitel 9	
Die Normalverteilung	201
Die Grundlagen der Normalverteilung	201
Die Standardnormalverteilung oder Z-Verteilung	204
Eigenschaften der Z-Verteilung	204
Standardisierung von »X« nach »Z«.	205
Wahrscheinlichkeiten für die Z-Verteilung mit der Z-Tabelle ermitteln	206
Wahrscheinlichkeiten für eine Normalverteilung (mithilfe der Z-Verteilung) ermitteln	207
Ein Anwendungsbeispiel	208

Die Lage mithilfe von Perzentilen bestimmen	210
»X« ermitteln, wenn Prozente vorgegeben sind	211
Ein Perzentil für eine Normalverteilung ermitteln	211
Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung	215
Übungsaufgaben	217

Kapitel 10
Die t-Verteilung 223

Vergleich der t-Verteilung mit der Standardnormalverteilung	223
Zur Variabilität der »t«-Verteilung	224
Mit der »t«-Tabelle arbeiten	225
Wahrscheinlichkeiten mit der »t«-Tabelle ermitteln	226
Perzentile für die »t«-Verteilung berechnen	226
»t«-Werte für Konfidenzintervalle auswählen	227
Perlen der Erkenntnis zur »t«-Verteilung mit der »t«-Tabelle studieren	228
Übungsaufgaben	228

Kapitel 11
Stichprobenverteilungen und der zentrale Grenzwertsatz . . 231

Definition einer Stichprobenverteilung	231
Der Mittelwert einer Stichprobenverteilung	234
Den Standardfehler messen und seine Eigenschaften	236
Stichprobengröße und Standardfehler	236
Standardabweichung der Population und Standardfehler	238
Die Form einer Stichprobenverteilung	239
Fall 1: Die Verteilung von »X« ist normal	239
Fall 2: Die Verteilung von »X« ist nicht normal – der zentrale Grenzwertsatz	240
Beispiel 1: Durchschnittswerte eines fairen Würfels sind annähernd normal verteilt	241
Beispiel 2: Der Durchschnitt eines unfairen Würfels ist immer noch annähernd normal verteilt	242
Drei Klarstellungen zum zentralen Grenzwertsatz	243
Wahrscheinlichkeiten für den Stichprobenmittelwert ermitteln	244
Die Stichprobenverteilung von Stichprobenverhältnissen	245
Wahrscheinlichkeiten für das Stichprobenverhältnis ermitteln	248
Übungsaufgaben	249

Kapitel 12
Die Fehlergrenze berücksichtigen 253

Die Bedeutung des Vorzeichens	253
Die Fehlergrenze berechnen	255
Die Streuung in der Stichprobe messen	255
Die Fehlergrenze für einen Stichprobenanteil berechnen	258
Die Ergebnisse darstellen	259
Die Fehlergrenze für das Stichprobenmittel berechnen	260
Die Absicherung der Ergebnisse	261

18 Inhaltsverzeichnis

Den Einfluss der Stichprobengröße ermitteln	262
Wie groß ist groß genug?	262
Stichprobengröße und Fehlergrenze	263
Mehr ist nicht immer (so viel) besser!	263
Die Fehlergrenze beschränken	264
Übungsaufgaben	265

TEIL V WICHTIGE DINGE SCHÄTZEN 269

Kapitel 13 Interpretation und Bewertung von Konfidenzintervallen . . . 271

Statistiken mit Parametern in Verbindung bringen	272
Den bestmöglichen Schätzwert abgeben.	272
Ergebnisse auf einem bestimmten Konfidenzniveau interpretieren.	273
Irreführende Konfidenzintervalle ausfindig machen	274
Übungsaufgaben	274

Kapitel 14 Konkrete Konfidenzintervalle berechnen 277

Ein Konfidenzintervall berechnen	277
Die Wahl des Konfidenzniveaus	280
Zur Breite des Konfidenzintervalls	281
Die Stichprobengröße näher betrachtet	282
Die Streuung in der Grundgesamtheit	284
Übungsaufgaben	285

Kapitel 15 Häufig genutzte Konfidenzintervalle 287

Konfidenzintervall für den Mittelwert der Grundgesamtheit	287
Konfidenzintervall für den Anteil in der Grundgesamtheit	289
Konfidenzintervall für die Differenz zwischen zwei Mittelwerten	291
Konfidenzintervall für die Differenz zwischen zwei Anteilen in Grundgesamtheiten	294
Konfidenzintervalle richtig interpretieren (sodass auch Ihr Lehrer zufrieden ist) . . .	297
Das Ergebnis eines Konfidenzintervalls auswerten: Was die Formeln nicht verraten.	298
Übungsaufgaben	299

TEIL VI MIT TESTEN DAS KRITISCHE DENKEN FÖRDERN 303

Kapitel 16 Behauptungen, Tests und Schlussfolgerungen 305

Möglichkeiten, mit Behauptungen umzugehen	306
Wissen, welche Optionen es gibt.	306
Behauptungen überprüfen.	306
Nachhaken	308

Einen Hypothesentest durchführen	309
Definieren, was getestet werden soll	309
Eine Hypothese aufstellen	310
Die Stichprobendaten sammeln	311
Das Stichprobenergebnis berechnen	312
Die Ergebnisse standardisieren: Die Prüfgröße.	312
Die Beweise gewichten und Entscheidungen treffen	314
Vorsicht bei der Interpretation der Ergebnisse	317
Typische Fehler beim Hypothesentesten.	318
Fehler 1. Art oder falscher Alarm.	318
Fehler 2. Art oder mal wieder nichts mitgekriegt	319
Schlussfolgerungen über die Schlussfolgerungen anderer ziehen	320
Schritt für Schritt durch den Hypothesentest	320
Die Schritte eines Hypothesentests für eine Grundgesamtheit und große Stichproben	320
Andere Arten von Hypothesentests	323
Die »t«-Verteilung oder der Umgang mit kleineren Stichproben	324
Übungsaufgaben	324

Kapitel 17
Formeln und Beispiele für häufig genutzte
Hypothesentests 327

Hypothesentest für den Mittelwert der Grundgesamtheit	328
Hypothesentest für den Anteil in der Grundgesamtheit.	329
Hypothesentest für den Vergleich von zwei Mittelwerten.	331
Hypothesentest für gepaarte Mittelwertdifferenzen	333
Vergleich der Anteile in zwei (unabhängigen) Grundgesamtheiten.	336
Übungsaufgaben	339

TEIL VII
STATISTISCHE STUDIEN RICHTIG AUSSCHÖPFEN 345

Kapitel 18
Umfragen, Umfragen und noch mehr Umfragen. 347

Den Einfluss von Meinungsumfragen erkennen.	348
Hinter den Kulissen von Meinungsumfragen	349
Planung und Design einer Umfrage	349
Eine Umfrage durchführen.	354
Die Ergebnisse interpretieren und Probleme entdecken.	358
Übungsaufgaben	361

Kapitel 19
Experimente: medizinischer Durchbruch oder
irreführendes Ergebnis? 365

Experimente und Beobachtungsstudien	366
Experimente unter die Lupe genommen	367
Beobachtungsstudien unter Beobachtung	367
Ethische Gesichtspunkte.	367

20 Inhaltsverzeichnis

Gute Experimente planen und umsetzen	368
Die Stichprobengröße auswählen	369
Wahl der Testpersonen	370
Zufälliges Zuweisen der Testpersonen zu den Versuchsgruppen	371
Störvariablen ausschalten	373
Doppelblindstudien	374
»Gute« Daten sammeln	374
Die Daten angemessen analysieren	375
Angemessene Schlüsse ziehen	376
Experimente sachkundig beurteilen	378
Übungsaufgaben	379

Kapitel 20

Die Suche nach dem Zusammenhang: Korrelationen und andere Assoziationen

383

Beziehungen mit Plots und Diagrammen bildlich darstellen	383
Bivariate quantitative Daten grafisch darstellen	384
Bivariate qualitative Daten grafisch darstellen	386
Quantifizierung der Beziehung oder Korrelationen und andere Maße	388
Die Beziehung zwischen zwei quantitativen Variablen	388
Den Zusammenhang zwischen zwei qualitativen Variablen quantifizieren	392
Mit Wahrscheinlichkeiten Zusammenhänge fundieren	394
Schnittmengen, Vereinigungsmengen und die Additionsregel	395
Bedingte Wahrscheinlichkeiten und die Multiplikationsregel	397
Assoziationen, Korrelationen und Kausalzusammenhänge	400
Vorhersagen auf der Basis von korrelierten Daten: die Regressionsanalyse	401
Vorhersagen mit zwei qualitativen Variablen mittels Konfidenzintervallen	406
Übungsaufgaben	407

Kapitel 21

Qualitätskontrolle oder: Was Statistik mit Zahnpasta zu tun hat

417

Erwartungen erfüllen	417
Die Qualität aus der Zahnpastatube herausquetschen	419
Der Zusammenhang zwischen Richtigkeit und Präzision	420
Qualitätsregelkarten	420
Was ist Exaktheit?	421
Was ist Präzision?	422
Was bei Normalverteilung zu erwarten ist	422
Die Kontrollgrenzen bestimmen	423
Überwachung des Fertigungsprozesses	425
Übungsaufgaben	427

TEIL VIII DER TOP-TEN-TEIL 429

Kapitel 22 Zehn Kriterien für eine gute Umfrage 431

Die Zielpopulation sollte klar definiert sein	431
Die Stichprobe sollte die Zielpopulation abbilden	432
Die Stichprobe sollte zufällig ausgewählt sein	433
Die Stichprobe sollte groß genug sein	433
Mit Anreizen Verweigerung minimieren	434
Eine angemessene Art von Umfrage wählen.	435
Keine Suggestivfragen verwenden	436
Der Zeitpunkt sollte gut gewählt sein.	436
Die Personen, die die Umfrage durchführen, sollten gut ausgebildet sein	437
Die Umfrage sollte die ursprüngliche Fragestellung beantworten	438

Kapitel 23 Zehn häufige Fehler 439

Irreführende Grafiken.	439
Kreisdiagramme	439
Säulendiagramme	441
Liniendiagramme	441
Histogramme	442
Verzerrte Daten	442
Keine Fehlergrenze	443
Keine Zufallsstichproben	444
Stichprobengröße verschweigen.	445
Falsch interpretierte Korrelationen.	445
Störvariablen	446
Gepfuschte Zahlen	447
Selektive Darstellung von Ergebnissen.	448
Die allmächtige Anekdote.	448

Kapitel 24 Lösungen zu den Übungsaufgaben 451

Lösungen zu Kapitel 1	451
Lösungen zu Kapitel 2.	453
Lösungen zu Kapitel 3.	455
Lösungen zu Kapitel 4.	457
Lösungen zu Kapitel 5.	476
Lösungen zu Kapitel 6.	485
Lösungen zu Kapitel 7.	488
Lösungen zu Kapitel 8.	493
Lösungen zu Kapitel 9.	497
Lösungen zu Kapitel 10.	511

22 Inhaltsverzeichnis

Lösungen zu Kapitel 11	514
Lösungen zu Kapitel 12	519
Lösungen zu Kapitel 13	526
Lösungen zu Kapitel 14	529
Lösungen zu Kapitel 15	531
Lösungen zu Kapitel 16	539
Lösungen zu Kapitel 17	541
Lösungen zu Kapitel 18	553
Lösungen zu Kapitel 19	557
Lösungen zu Kapitel 20	562
Lösungen zu Kapitel 21	584
Anhang: Tabellen	587
Die t-Tabelle	587
Die Z-Tabelle	590
Die Binomialverteilungstabelle	591
Abbildungsverzeichnis	597
Stichwortverzeichnis	599