

# Auf einen Blick

---

<b>Über den Autor</b> .....	<b>7</b>
<b>Einführung</b> .....	<b>21</b>
<b>Teil I: Grundlagen der grundlegenden Mathematik</b> .....	<b>29</b>
<b>Kapitel 1:</b> Das Spiel mit den Zahlen .....	31
<b>Kapitel 2:</b> Zahlen und Ziffern – an den Fingern abgezählt .....	49
<b>Kapitel 3:</b> Die großen Vier: Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division .....	57
<b>Teil II: Ganze Zahlen</b> .....	<b>75</b>
<b>Kapitel 4:</b> Die vier großen Operationen in der Praxis .....	77
<b>Kapitel 5:</b> Eine Frage der Werte: Berechnung arithmetischer Ausdrücke .....	93
<b>Kapitel 6:</b> Zugetextet? Text in Zahlen umwandeln .....	107
<b>Kapitel 7:</b> Teilbarkeit .....	119
<b>Kapitel 8:</b> Fabelhafte Faktoren und viel geliebte Vielfache .....	127
<b>Teil III: Teile des Ganzen: Brüche, Dezimalzahlen und Prozente</b> .....	<b>143</b>
<b>Kapitel 9:</b> Keine Biografie ohne Brüche .....	145
<b>Kapitel 10:</b> Gebrochenes Rechnen: Brüche und die vier großen Operationen .....	159
<b>Kapitel 11:</b> Dezimalzahlen .....	183
<b>Kapitel 12:</b> Prozentsätze .....	207
<b>Kapitel 13:</b> Textaufgaben mit Brüchen, Dezimalzahlen und Prozentsätzen .....	221
<b>Teil IV: Visualisieren und Messen – Graphen, Maße, Statistik und Mengen</b> .....	<b>235</b>
<b>Kapitel 14:</b> Zehn hoch: Zahlen in wissenschaftlicher Notation .....	237
<b>Kapitel 15:</b> Maße und Gewichte .....	247
<b>Kapitel 16:</b> Ein Bild sagt mehr als tausend Worte: Einstieg in die Geometrie .....	259
<b>Kapitel 17:</b> Wer es sieht, wird gläubig: Graphen .....	283
<b>Kapitel 18:</b> Textaufgaben mit Geometrie und Maßen .....	295
<b>Kapitel 19:</b> Chancen ausrechnen: Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung .....	307
<b>Kapitel 20:</b> Jede Menge Mengenlehre .....	321
<b>Teil V: Akte X: Einführung in die Algebra</b> .....	<b>329</b>
<b>Kapitel 21:</b> Mr. X kennenlernen: Algebra und algebraische Ausdrücke .....	331
<b>Kapitel 22:</b> Mr. X enttarnen: Algebraische Gleichungen .....	349
<b>Kapitel 23:</b> Mr. X im Einsatz: Textaufgaben in der Algebra .....	363

10 Auf einen Blick

<b>Teil VI: Der Top-Ten-Teil</b> .....	<b>373</b>
<b>Kapitel 24:</b> Die zehn wichtigsten Konzepte der Mathematik, die Sie keinesfalls ignorieren sollten.....	375
<b>Kapitel 25:</b> Zehn wichtige Zahlenmengen, die Sie kennen sollten .....	381
<b>Stichwortverzeichnis</b> .....	<b>391</b>

# Inhaltsverzeichnis

<b>Über den Autor</b> .....	<b>7</b>
<b>Einführung</b> .....	<b>21</b>
Über dieses Buch .....	21
Konventionen in diesem Buch .....	22
Was Sie nicht lesen müssen .....	22
Törichte Annahmen über den Leser .....	23
Wie dieses Buch aufgebaut ist .....	23
Teil I: Grundlagen der grundlegenden Mathematik .....	23
Teil II: Ganze Zahlen .....	24
Teil III: Teile des Ganzen: Brüche, Dezimalzahlen und Prozente .....	24
Teil IV: Visualisieren und Messen – Graphen, Maße, Statistik und Mengen .....	25
Teil V: Akte X: Einführung in die Algebra .....	25
Teil VI: Der Top-Ten-Teil .....	26
Symbole, die in diesem Buch verwendet werden .....	26
Wie es weitergeht .....	26
<b>TEIL I</b>	
<b>GRUNDLAGEN DER GRUNDLEGENDEN MATHEMATIK</b> .....	<b>29</b>
<b>Kapitel 1</b>	
<b>Das Spiel mit den Zahlen</b> .....	<b>31</b>
Die Erfindung der Zahlen .....	32
Zahlenfolgen .....	32
Ungerades gerade machen .....	33
Um 3, 4, 5 und so weiter weiterzählen .....	33
Quadratzahlen verstehen .....	34
Zusammengesetzte Zahlen – ganz einfach .....	34
Die Primzahlen verweigern sich dem Rechteck! .....	36
Mit Exponenten schnell multiplizieren .....	36
Der Zahlenstrahl .....	38
Auf dem Zahlenstrahl addieren und subtrahieren .....	38
Das Nichts verstehen lernen: 0 .....	39
Und nun in die andere Richtung: Negative Zahlen .....	40
Die Möglichkeiten vervielfachen sich – Multiplikation .....	41
Auseinanderdividiert .....	42
Die Zwischenstellen: Brüche .....	43
Vier wichtige Zahlenmengen .....	44
Zählen mit den natürlichen Zahlen .....	44
Einführung der ganzen Zahlen .....	45
Wir bleiben rational .....	45
Werden wir reell .....	45
Aufgaben .....	46



## 12 Inhaltsverzeichnis

<b>Kapitel 2</b>	
<b>Zahlen und Ziffern – an den Fingern abgezählt .....</b>	<b>49</b>
Den Stellenwert kennen.....	50
Bis zehn zählen – und darüber hinaus.....	50
Platzhalter von führenden Nullen unterscheiden .....	51
Lange Zahlen lesen.....	52
Runden und Schätzen.....	52
Zahlen runden.....	52
Werte schätzen, um Aufgaben einfacher zu lösen .....	54
Aufgaben .....	55
<b>Kapitel 3</b>	
<b>Die großen Vier: Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division.....</b>	<b>57</b>
Zusammenzählen: Addition.....	57
Reihenweise: Größere Zahlen in Spalten addieren.....	58
Übertrag: Zweistellige Lösungen.....	58
Abgezogen: Subtraktion.....	59
Spaltenweise: Große Zahlen subtrahieren .....	60
Zehnerübertrag: Mit »Borgen« subtrahieren .....	61
Multiplikation.....	63
Multiplikationssymbole.....	64
Die Multiplikationstabelle auswendig lernen.....	64
Zwei Stellen: Größere Zahlen multiplizieren.....	68
Division im Handumdrehen.....	69
Schriftliche Division im Nu erledigt.....	70
Was übrig bleibt: Division mit Rest.....	72
Aufgaben .....	72
<b>TEIL II</b>	
<b>GANZE ZAHLEN .....</b>	<b>75</b>
<b>Kapitel 4</b>	
<b>Die vier großen Operationen in der Praxis.....</b>	<b>77</b>
Eigenschaften der vier großen Operationen.....	77
Inverse Operationen .....	78
Kommutative Operationen .....	79
Assoziative Operationen.....	80
Distribution – zur Lastverringerng.....	81
Die vier großen Operationen für negative Zahlen.....	81
Addition und Subtraktion mit negativen Zahlen .....	82
Multiplikation und Division mit negativen Zahlen.....	83
Einheiten und Größen verstehen .....	84
Größen addieren und subtrahieren .....	84
Größen multiplizieren und dividieren.....	85



Ungleichheiten verstehen .....	86
Ungleich ( $\neq$ ) .....	86
Kleiner ( $<$ ) und größer ( $>$ ) .....	86
Ungefähr gleich ( $\approx$ ) .....	87
Über die großen Vier hinaus: Exponenten, Quadratwurzeln und Beträge .....	87
Exponenten verstehen .....	87
Zurück zu den Wurzeln .....	88
Den Betrag einer Zahl bestimmen .....	89
Aufgaben .....	89

**Kapitel 5**  
**Eine Frage der Werte: Berechnung arithmetischer**  
**Ausdrücke ..... 93**

Drei wichtige Konzepte der Mathematik: Gleichungen, Terme und deren Berechnung .....	93
Gleichheit für alle: Gleichungen .....	94
He, es ist nur ein Term! .....	95
Die Situation vereinfachen .....	95
Die Vereinigung der drei Konzepte .....	96
Die Operatorenreihenfolge .....	96
Anwendung der Operatorenreihenfolge auf Terme mit den vier großen Operationen .....	97
Anwendung der Operatorenreihenfolge in Termen mit Exponenten .....	100
Anwendung der Operatorenreihenfolge in Termen mit Klammern .....	101
Aufgaben .....	104

**Kapitel 6**  
**Zugestet? Text in Zahlen umwandeln ..... 107**

Zwei Gerüchte über Textaufgaben .....	108
Textaufgaben sind nicht immer schwierig .....	108
Textaufgaben sind nützlich .....	108
Grundlegende Textaufgaben lösen .....	109
Textaufgaben in Wortgleichungen umwandeln .....	109
Zahlen für Wörter einsetzen .....	111
Komplexere Textaufgaben lösen .....	113
Wenn es ernst wird mit den Zahlen .....	114
Zu viel Information .....	115
Alles zusammen .....	116
Aufgaben .....	118

**Kapitel 7**  
**Teilbarkeit ..... 119**

Die Tricks der Teilbarkeit .....	119
Zahlen, durch die geteilt werden kann .....	119
Das dicke Ende: Die hinteren Ziffern ansehen .....	120



## 14 Inhaltsverzeichnis

Kreuz und quer: Teilbarkeit durch Addition der Ziffern prüfen .....	121
Primzahl oder zusammengesetzt? .....	124
Aufgaben .....	126

### Kapitel 8

#### **Fabelhafte Faktoren und viel geliebte Vielfache .....** 127

Sechs Methoden, dasselbe zu sagen .....	127
Faktoren und Vielfache – untrennbar verbunden .....	128
Fabelhafte Faktoren .....	129
Erkennen, ob eine Zahl ein Faktor einer anderen Zahl ist .....	129
Die Faktoren einer Zahl ermitteln .....	130
Primfaktoren .....	131
Den größten gemeinsamen Teiler finden .....	136
Viel geliebte Vielfache .....	137
Vielfache erzeugen .....	138
Das kleinste gemeinsame Vielfache bestimmen .....	138
Aufgaben .....	140

### TEIL III

#### **TEILE DES GANZEN: BRÜCHE, DEZIMALZAHLEN UND PROZENTE .....** 143

### Kapitel 9

#### **Keine Biografie ohne Brüche .....** 145

Eine Torte in Bruchteile schneiden .....	146
Breaking News über Brüche .....	147
Den Zähler vom Nenner unterscheiden .....	147
Reziproke – Zeit für die Umkehr .....	148
Die Verwendung von Nullen und Einsen .....	148
Gut gemischt .....	149
Echtes und Unechtes .....	149
Brüche erweitern und kürzen .....	149
Brüche erweitern .....	150
Brüche kürzen .....	151
Unechte Brüche und gemischte Schreibweise ineinander umwandeln .....	153
Die Bestandteile der gemischten Schreibweise .....	153
Die gemischte Schreibweise in einen unechten Bruch umwandeln .....	153
Einen unechten Bruch in die gemischte Schreibweise umwandeln .....	154
Die Kreuzmultiplikation verstehen .....	155
Aufgaben .....	156

### Kapitel 10

#### **Gebrochenes Rechnen: Brüche und die vier großen Operationen .....** 159

Brüche multiplizieren und dividieren .....	159
Einfach Zähler und Nenner multiplizieren .....	160
Im Handumdrehen Brüche dividieren .....	162



Zusammengezählt: Brüche addieren .....	162
Die Summe von Brüchen mit gleichen Nennern .....	163
Brüche mit unterschiedlichen Nennern addieren .....	164
Weg damit: Brüche subtrahieren .....	170
Brüche mit gleichen Nennern subtrahieren .....	170
Brüche mit unterschiedlichen Nennern subtrahieren .....	171
Mit der gemischten Schreibweise arbeiten .....	174
Zahlen in gemischter Schreibweise multiplizieren und dividieren .....	174
Zahlen in gemischter Schreibweise addieren und subtrahieren .....	175
Aufgaben .....	181

**Kapitel 11  
Dezimalzahlen ..... 183**

Grundlegende Informationen über Dezimalzahlen .....	184
Euros und Dezimalzahlen zählen .....	184
Der Stellenwert von Dezimalzahlen .....	186
Die dezimalen Tatsachen des Lebens .....	187
Die großen vier Operationen für Dezimalzahlen .....	191
Dezimalzahlen addieren .....	191
Dezimalzahlen subtrahieren .....	193
Dezimalzahlen multiplizieren .....	194
Dezimalzahlen dividieren .....	195
Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln .....	198
Einfache Umwandlungen .....	198
Dezimalzahlen in Brüche umwandeln .....	198
Brüche in Dezimalzahlen umwandeln .....	201
Aufgaben .....	204

**Kapitel 12  
Prozentsätze ..... 207**

Prozentsätze verstehen .....	207
Der Umgang mit Prozentsätzen größer 100 Prozent .....	208
Prozentsätze, Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln .....	209
Von Prozentsätzen zu Dezimalzahlen .....	209
Von Dezimalzahlen zu Prozentsätzen .....	209
Von Prozentsätzen zu Brüchen .....	209
Von Brüchen zu Prozentsätzen .....	210
Prozentaufgaben lösen .....	211
Ein paar einfache Prozentaufgaben .....	211
Aufgabenstellungen umkehren .....	213
Schwierigere Prozentaufgaben .....	213
Alle Prozentaufgaben kombinieren .....	214
Die drei Arten von Prozentaufgaben identifizieren .....	215
Der Prozentkreis .....	216
Aufgaben .....	219

<b>Kapitel 13</b>	
<b>Textaufgaben mit Brüchen, Dezimalzahlen und</b>	
<b>Prozentsätzen</b> .....	<b>221</b>
Teile des Ganzen in Textaufgaben addieren und subtrahieren .....	222
Eine Pizza teilen; Brüche.....	222
Kiloweise kaufen: Dezimalzahlen .....	223
Verteilte Stimmen: Prozentsätze .....	223
Aufgaben zum Multiplizieren von Brüchen .....	224
Durchblick bei der Metzgerin .....	224
Kuchenreste.....	225
Dezimalzahlen und Prozentsätze in Textaufgaben multiplizieren .....	226
Wie viel Geld ist übrig? .....	226
Den Grundwert bestimmen .....	227
Prozentuale Steigerungen und Abnahmen in Textaufgaben .....	229
Gehaltserhöhungen berechnen.....	229
Zinsen und Zinseszinsen .....	231
Schnäppchenjagd: Rabatte berechnen.....	232
Aufgaben .....	232

<b>TEIL IV</b>	
<b>VISUALISIEREN UND MESSEN – GRAPHEN, MAßE,</b>	
<b>STATISTIK UND MENGEN</b> .....	<b>235</b>

<b>Kapitel 14</b>	
<b>Zehn hoch: Zahlen in wissenschaftlicher</b>	
<b>Notation</b> .....	<b>237</b>
Das Wichtigste zuerst: Zehnerpotenzen als Exponenten.....	238
Nullen zählen und Exponenten schreiben .....	238
Zum Multiplizieren Exponenten addieren.....	240
Mit der wissenschaftlichen Notation arbeiten.....	240
In wissenschaftlicher Notation schreiben .....	241
Warum die wissenschaftliche Notation funktioniert.....	242
Größenordnungen verstehen.....	243
Multiplizieren in wissenschaftlicher Notation.....	243
Aufgaben .....	245

<b>Kapitel 15</b>	
<b>Maße und Gewichte</b> .....	<b>247</b>
Unterschiede zwischen dem metrischen und dem angelsächsischen System	
untersuchen .....	247
Das angelsächsische System.....	248
Das metrische System.....	250
Das metrische und das angelsächsische System – schätzen und	
umrechnen.....	252
Schätzen zwischen den Systemen.....	252
Maßeinheiten umrechnen .....	254
Aufgaben .....	257

**Kapitel 16**  
**Ein Bild sagt mehr als tausend Worte: Einstieg in die Geometrie** ..... **259**

- Alles auf einer Ebene: Punkte, Linien, Winkel und Figuren..... 260
  - Einen Punkt machen..... 260
  - Auf Linie..... 260
  - Winkel..... 261
- Figuren..... 262
- Geschlossene Gesellschaft: Figuren..... 262
  - Kreise..... 263
  - Polygone..... 263
- Eine höhere Dimension: Körpergeometrie..... 266
  - Die vielen Gestalten der Polyeder..... 266
  - Körper mit Kurven..... 268
- Figuren messen: Umfang, Fläche, Oberfläche und Volumen..... 268
  - 2D: In der Ebene messen..... 268
  - In den Raum: In drei Dimensionen messen..... 275
- Aufgaben..... 279

**Kapitel 17**  
**Wer es sieht, wird gläubig: Graphen** ..... **283**

- Die drei wichtigsten Graphen..... 283
  - Balkendiagramm..... 284
  - Tortendiagramm..... 285
  - Liniendiagramm..... 286
- Kartesische Koordinaten..... 287
  - Punkte eintragen..... 287
  - Geraden in einem kartesischen Koordinatensystem zeichnen..... 288
  - Aufgaben mit kartesischen Koordinaten lösen..... 290
- Aufgaben..... 292

**Kapitel 18**  
**Textaufgaben mit Geometrie und Maßen** ..... **295**

- Der Kettentrick: Maßaufgaben mithilfe von Umrechnungsketten lösen..... 295
  - Eine kurze Kette knüpfen..... 296
  - Mit mehr Verknüpfungen arbeiten..... 297
  - Abrunden: Die Suche nach der kürzesten Antwort..... 298
- Textaufgaben aus der Geometrie..... 300
  - Mit Wörtern und Bildern arbeiten..... 300
  - Ein wenig Zeichentalent ist gefragt..... 301
- Und jetzt alles zusammen: Geometrie und Maße in einer Aufgabenstellung..... 304
  - Aufgaben..... 306

<b>Kapitel 19</b>	
<b>Chancen ausrechnen: Statistik und</b>	
<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung</b> .....	<b>307</b>
Mathematisch Daten sammeln: Grundlegende Statistik .....	308
Der Unterschied zwischen qualitativen und quantitativen Daten .....	308
Die Arbeit mit qualitativen Daten .....	309
Die Arbeit mit quantitativen Daten .....	311
Gute Chancen: Wahrscheinlichkeitsrechnung .....	314
Wahrscheinlichkeit berechnen .....	315
Köpfe, Zahlen und Augen – Ergebnisse bei mehreren Münzen und	
Würfeln zählen .....	316
Aufgaben .....	318
<b>Kapitel 20</b>	
<b>Jede Menge Mengenlehre</b> .....	<b>321</b>
Mengen .....	321
Elementar: Das Innenleben der Mengen .....	322
Zahlenmengen .....	325
Operationen für Mengen .....	325
Vereinigung: Kombinierte Elemente .....	326
Schnitt: Nur das Gemeinsame .....	326
Relatives Komplement: Subtraktion (so gut wie) .....	327
Absolutes Komplement: Das glatte Gegenteil .....	327
Aufgaben .....	328
<b>TEIL V</b>	
<b>AKTE X: EINFÜHRUNG IN DIE ALGEBRA</b> .....	<b>329</b>
<b>Kapitel 21</b>	
<b>Mr. X kennenlernen: Algebra und algebraische</b>	
<b>Ausdrücke</b> .....	<b>331</b>
x als Platzhalter .....	332
Algebraische Ausdrücke .....	332
Algebraische Ausdrücke berechnen .....	333
Algebraische Terme .....	335
Kommutativ: Terme neu anordnen .....	336
Koeffizienten und Variablen .....	337
Ähnliche Terme identifizieren .....	338
Algebraische Terme und die vier großen Operationen .....	338
Algebraische Ausdrücke vereinfachen .....	342
Ähnliche Terme kombinieren .....	342
Klammern aus einem algebraischen Ausdruck entfernen .....	343
Aufgaben .....	347

**Kapitel 22**

**Mr. X enttarnen: Algebraische Gleichungen ..... 349**

Algebraische Gleichungen verstehen.....	350
x in Gleichungen verwenden.....	350
Vier Methoden, um algebraische Gleichungen zu lösen.....	351
Die Suche nach dem Gleichgewicht: Nach x auflösen.....	353
Das Gleichgewicht halten.....	353
Mithilfe der Waagschale x isolieren.....	354
Gleichungen neu anordnen und x isolieren.....	355
Terme auf einer Seite einer Gleichung neu anordnen.....	355
Terme auf die andere Seite des Gleichheitszeichens verschieben.....	356
Klammern aus Gleichungen entfernen.....	357
Kreuzmultiplikation.....	359
Aufgaben.....	361

**Kapitel 23**

**Mr. X im Einsatz: Textaufgaben in der Algebra ..... 363**

Algebra-Textaufgaben in fünf Schritten lösen.....	363
Eine Variable deklarieren.....	364
Die Gleichung aufstellen.....	365
Die Gleichung lösen.....	366
Die Frage beantworten.....	366
Die Lösung überprüfen.....	366
Die Variablen klug auswählen.....	367
Kompliziertere Algebra-Aufgaben.....	368
Tabellen für vier Personen.....	368
Mit fünf Personen über die Ziellinie.....	369
Aufgaben.....	372

**TEIL VI**

**DER TOP-TEN-TEIL ..... 373**

**Kapitel 24**

**Die zehn wichtigsten Konzepte der Mathematik,  
die Sie keinesfalls ignorieren sollten ..... 375**

Jede Menge Mengen.....	375
Das Spiel mit den Primzahlen.....	376
Null: Viel Lärm um Nichts.....	376
Es wird griechisch: Pi ( $\pi$ ).....	377
Ist mir alles gleich: Gleichheitszeichen und Gleichungen.....	377
Das Raster: Das kartesische Koordinatensystem.....	378
Mathematische Maschinen: Funktionen.....	378
Auf in die Unendlichkeit.....	379
Der reelle Zahlenstrahl.....	379
Die imaginäre Zahl i.....	380

<b>Kapitel 25</b>	
<b>Zehn wichtige Zahlenmengen, die Sie kennen sollten.....</b>	<b>381</b>
Alles bio: Die natürlichen Zahlen.....	382
Keine halben Sachen: Ganze Zahlen.....	382
Rational über rationale Zahlen sprechen.....	383
Gar nicht unvernünftig: Irrationale Zahlen.....	383
Fest verwurzelt: Algebraische Zahlen.....	384
Etwas abgehoben: Transzendente Zahlen.....	384
Auf dem Boden der reellen Zahlen.....	385
Sich imaginäre Zahlen vorstellen.....	385
Nicht ganz einfach: Komplexe Zahlen.....	387
Mit den transfiniten Zahlen über »unendlich« hinaus.....	387
<b>Stichwortverzeichnis.....</b>	<b>391</b>