

Auf einen Blick

Einleitung	29
Teil I: Überblick über Brüche, Dezimalzahlen und Prozentzahlen	33
Kapitel 1: Was sind Brüche, Dezimalzahlen und Prozentsätze?	35
Kapitel 2: Die Grundkenntnisse ausbauen.....	47
Kapitel 3: Faktoren und Multiplikatoren verstehen.....	59
Teil II: Brüche	85
Kapitel 4: Darstellung von Brüchen	87
Kapitel 5: Addition und Subtraktion von Brüchen.....	121
Kapitel 6: Multiplikation und Division von Brüchen.....	137
Kapitel 7: Rechnen mit gemischten Zahlen.....	147
Kapitel 8: Textaufgaben mit Brüchen	171
Teil III: Dezimalzahlen	195
Kapitel 9: Dezimalzahlen entschlüsseln.....	197
Kapitel 10: Operationen mit Dezimalzahlen: die Grundrechenarten....	215
Kapitel 11: Textaufgaben mit Dezimalzahlen.....	229
Teil IV: Prozentrechnung	243
Kapitel 12: Prozentwerte ermitteln.....	245
Kapitel 13: Prozentaufgaben meistern.....	259
Kapitel 14: Textaufgaben mit Prozentangaben	267
Teil V: Der Top-Ten-Teil	281
Kapitel 15: Zehn wichtige Aspekte des Bruchrechnens	283
Kapitel 16: Zehn Anwendungsbereiche von Brüchen in der realen Welt.....	291
Abbildungsverzeichnis	299
Stichwortverzeichnis	301



Inhaltsverzeichnis

Einleitung	29
Über dieses Buch.....	29
Konventionen in diesem Buch.....	30
Törichte Annahmen.....	30
In diesem Buch verwendete Symbole	31
Materialien zum Buch	32
Wie geht es weiter?.....	32
TEIL I	
ÜBERBLICK ÜBER BRÜCHE, DEZIMALZAHLEN	
UND PROZENTZAHLEN	33
Kapitel 1	
Was sind Brüche, Dezimalzahlen und	
Prozentsätze?	35
Ein erster Blick auf Brüche.....	36
Verstehen, wie Brüche funktionieren.....	36
Äquivalente Brüche sinnvoll einsetzen	37
Unechte Brüche verstehen.....	37
Der Zusammenhang zwischen unechten Brüchen und	
gemischten Zahlen.....	38
Warum sich Dezimalzahlen so leicht anwenden lassen	39
Dezimalzahlen mit einer Nachkommastelle.....	40
Dezimalzahlen mit zwei Nachkommastellen.....	40
Die Äquivalenz von Brüchen und Dezimalzahlen	41
Prozente in die richtige Perspektive rücken.....	42
Der Sinn von Prozentsätzen	42
Prozentsätze in Dezimalzahlen und Brüche umrechnen	43
Kapitel 2	
Die Grundkenntnisse ausbauen	47
Mathematische Grundbegriffe.....	47
Zahlen und Ziffern	48
Ziffern sortieren.....	48
Werte und Zahlen	49
Mathematische Operationen.....	49
Das Zusammenspiel der vier Grundrechenarten	50

22 Inhaltsverzeichnis

Die Grundlagen der Zahlenreihen kennenlernen.....	51
Zahlenmengen.....	51
Ganze Zahlen.....	52
Rationale Zahlen.....	53
Irrationale Zahlen.....	53
Reelle Zahlen.....	53
Den Stellenwert bei ganzen Zahlen überprüfen.....	54
Werte an ihren Platz stellen.....	55
Führende Nullen und Platzhalter-Nullen.....	55
Die Division ganzer Zahlen.....	56
Division mit Rest.....	56
Dem Kreislauf der Reste folgen.....	56
Lösungen zu den Übungsaufgaben.....	58

Kapitel 3

Faktoren und Multiplikatoren verstehen..... 59

Teilbarkeit verstehen.....	59
Nützliche Tricks zur Teilbarkeit.....	60
Einführung in Faktoren und Vielfache.....	66
Faktoren kennenlernen.....	66
Vielfache: Eine Einführung.....	73
Der Zusammenhang zwischen Faktoren und Vielfachen.....	74
Mit dem größten gemeinsamen Teiler groß rauskommen.....	75
Gemeinsame Faktoren bestimmen.....	75
Den größten gemeinsamen Teiler (ggT) finden.....	76
Tricks zur Bestimmung des ggT.....	76
Mit dem kleinsten gemeinsamen Vielfachen spielen.....	78
Bestimmung des kleinsten gemeinsamen Vielfachen (kgV).....	78
Tricks zur Berechnung des kgV.....	79
Lösungen zu den Übungsaufgaben.....	80

TEIL II

BRÜCHE..... 85

Kapitel 4

Darstellung von Brüchen..... 87

Visualisierung von Brüchen.....	88
Kreissegmente zur Darstellung von Teilen des Ganzen verwenden.....	88
Arbeiten mit Brüchen auf dem Zahlenstrahl.....	90
Die grundlegende Terminologie der Bruchrechnung verstehen...	92
Zähler und Nenner.....	92

Inhaltsverzeichnis 23

Echte und unechte Brüche	93
Darstellung von ganzen Zahlen als Brüche.....	93
Warum ist der Nenner Null nicht definiert?.....	94
Brüche und ihre Kehrwerte	94
Äquivalente Brüche verstehen	95
Modelle zum Verständnis äquivalenter Brüche.....	96
Einen Bruch in eine äquivalente Form umwandeln	98
Mit unechten Brüchen und gemischten Zahlen arbeiten.....	103
Unechte Brüche berechnen.....	103
Umwandlung in gemischte Zahlen	106
Umwandlung gemischter Zahlen in unechte Brüche mittels der »Popcorn-Methode«	108
Umwandlung unechter Brüche in gemischte Zahlen	109
Vergleich der Werte von Brüchen	112
Vergleich von Brüchen mit gleichem Nenner	112
Vergleich von Brüchen durch Ermittlung eines gemeinsamen Nenners.....	113
Lösungen zu den Übungsaufgaben.....	115

Kapitel 5**Addition und Subtraktion von Brüchen 121**

Addition und Subtraktion von Brüchen mit gemeinsamem Nenner.....	122
Addition von Brüchen mit gemeinsamem Nenner	122
Subtraktion von Brüchen mit identischem Nenner.....	125
Addition und Subtraktion von drei oder mehr Brüchen.....	127
Addition und Subtraktion von Brüchen mit unterschiedlichen Nennern.....	128
Addition und Subtraktion von zwei Brüchen durch Erweitern	128
Addition und Subtraktion von zwei Brüchen mithilfe der Kreuzmultiplikation.....	130
Größere Aufgaben mit unterschiedlichen Nennern lösen.....	133
Eine umfangreiche Aufgabe in Teilschritte zerlegen.....	133
Lösungen zu den Übungsaufgaben.....	135

Kapitel 6**Multiplikation und Division von Brüchen..... 137**

Brüche multiplizieren.....	137
Zwei Brüche multiplizieren.....	137
Mehr als zwei Brüche multiplizieren.....	138
Brüche durch Kürzen vereinfachen	139

24 Inhaltsverzeichnis

Brüche dividieren	141
Umwandlung der Division in eine Multiplikation durch Kehrwertbildung	142
Kürzen von Faktoren nach der Kehrwertbildung	143
Umwandlung von Divisionsergebnissen aus unechten Brüchen in gemischte Zahlen	143
Lösungen zu den Übungsaufgaben	144

Kapitel 7**Rechnen mit gemischten Zahlen 147**

Addition gemischter Zahlen	147
Addition gemischter Zahlen mit unterschiedlichen Nennern	149
Addition gemischter Zahlen mit Übertrag	152
Subtraktion gemischter Zahlen	155
Subtraktion gemischter Zahlen mit gleichem Nenner	155
Subtraktion eines Paares gemischter Zahlen mit unterschiedlichen Nennern	156
Subtraktion von gemischten Zahlen durch Umwandlung....	158
Multiplikation gemischter Zahlen	162
Division gemischter Zahlen	164
Kürzen von Faktoren zur Vereinfachung der Division gemischter Zahlen	165
Lösungen zu den Übungsaufgaben	166

Kapitel 8**Textaufgaben mit Brüchen 171**

Textaufgaben durch Addition und Subtraktion von Brüchen lösen	171
Die Teile zusammenfügen: Brüche addieren	172
Die Differenz finden: Brüche subtrahieren	174
Den Restanteil bestimmen	175
Multiplikation von Brüchen zur Lösung von Textaufgaben	176
Multiplikation eines Bruchs mit einer ganzen Zahl	176
Multiplikation von Brüchen	177
Die Multiplikation als Interpretation des Wortes »von«	178
Mehrstufige Aufgaben mit Bruchrechnung, einschließlich Multiplikation	179
Textaufgaben lösen durch Division von Brüchen	180
Division eines Bruchs durch eine ganze Zahl	180
Division eines Bruchs durch einen Bruch	181

Inhaltsverzeichnis 25

Lösen von Textaufgaben mithilfe von Verhältnissen.....	182
Verhältnisse mit zwei Werten.....	183
Verhältnisse mit mehr als zwei Werten.....	184
Verhältnisse, die den Gesamtwert einbeziehen.....	184
Verwendung von Verhältnisgleichungen zum Lösen von Textaufgaben.....	185
Verhältnisgleichungen aufstellen.....	185
Den Gesamtwert in einer Verhältnisgleichung verwenden.....	186
Lösungen zu den Übungsaufgaben.....	187

TEIL III**DEZIMALZAHLEN..... 195****Kapitel 9****Dezimalzahlen entschlüsseln..... 197**

Euro in Cent umwandeln.....	198
Dezimalzahlen visuell veranschaulichen.....	198
Dezimalzahlen als Kreissegmente darstellen.....	199
Dezimalzahlen auf dem Zahlenstrahl darstellen.....	200
Den Stellenwert von Dezimalzahlen verstehen.....	200
Multiplikation und Division durch Verschiebung des Dezimalkommas.....	202
Multiplikation von Dezimalzahlen mit 10, 100, 1.000 und höheren Zehnerpotenzen.....	202
Division von Dezimalzahlen durch 10, 100, 1.000 und höhere Zehnerpotenzen.....	203
Die Umrechnung zwischen Dezimalzahlen und Brüchen.....	204
Gängige Umrechnungen zwischen Brüchen und Dezimalzahlen.....	204
Dezimalzahlen kleiner als 1 in Brüche umwandeln.....	205
Dezimalzahlen größer als 1 in Brüche umwandeln.....	207
Brüche in endliche Dezimalzahlen umwandeln.....	208
Brüche in periodische Dezimalzahlen umwandeln.....	209
Lösungen zu den Übungsaufgaben.....	210

Kapitel 10**Operationen mit Dezimalzahlen: die****Grundrechenarten..... 215**

Addition von Dezimalzahlen.....	215
Subtraktion von Dezimalzahlen.....	217
Multiplikation von Dezimalzahlen.....	220

26 **Inhaltsverzeichnis**

Division von Dezimalzahlen	222
Ergänzung von Nullen bei Bedarf.....	223
Umgang mit periodischen Dezimalquotienten.....	225
Lösungen zu den Übungsaufgaben.....	226

Kapitel 11**Textaufgaben mit Dezimalzahlen 229**

Lösen von Textaufgaben durch Addition und Subtraktion von Dezimalzahlen.....	230
Dezimalzahlen addieren	230
Differenzen von Dezimalzahlen berechnen	230
Berechnung von Restbeträgen mit Dezimalstellen	231
Addition und Subtraktion zur Lösung von Dezimalaufgaben kombinieren	231
Dezimalzahlen multiplizieren, um Textaufgaben zu lösen.....	232
Multiplikation mit Zehnerpotenzen	233
Multiplikation mit anderen Zahlen	233
Multiplikation von Dezimalzahlen zur Flächenberechnung.....	234
Die mehrstufige Multiplikation zur Lösung von Textaufgaben verwenden	234
Mit Dezimalbrüchen in Textaufgaben rechnen	236
Division durch Zehnerpotenzen.....	236
Division durch beliebige Zahlen	236
Division von Dezimalzahlen durch andere Dezimalzahlen...	237
Division von Dezimalzahlen bei der Flächenberechnung.....	237
Die mehrstufige Division zur Lösung von Textaufgaben verwenden	238
Lösungen zu den Übungsaufgaben.....	239

TEIL IV**PROZENTRECHNUNG 243****Kapitel 12****Prozentwerte ermitteln 245**

Prozentsätze verstehen	245
Prozentsätze im Kopf berechnen	247
Berechnung von 100 %, 200 % und 50 %.....	247
Berechnung von 10 %, 20 % und 5 %.....	248
Berechnung von 25 % und 75 %	249
Das Umstellen von Zahlen zum Berechnen von Prozenten	250

Inhaltsverzeichnis 27

Prozentwerte und Dezimalzahlen ineinander umwandeln.....	251
Dezimalzahlen in Prozente umwandeln.....	251
Prozente in Dezimalzahlen umwandeln.....	252
Umrechnung zwischen Prozenten und Brüchen.....	253
Brüche in Prozente umwandeln.....	253
Prozente in Brüche umwandeln.....	255
Lösungen zu den Übungsaufgaben.....	256

Kapitel 13**Prozentaufgaben meistern..... 259**

Prozente berechnen.....	259
Drei Arten von Prozentaufgaben lösen.....	260
Prozentaufgaben durch das Aufstellen von Gleichungen lösen...	261
Ausgangswert durch eine Gleichung ermitteln.....	261
Prozentsatz durch Gleichungen ermitteln.....	263
Lösungen zu den Übungsaufgaben.....	264

Kapitel 14**Textaufgaben mit Prozentangaben..... 267**

Einfache Textaufgaben zur Prozentrechnung lösen.....	267
Komplexe Textaufgaben mit Prozentwerten lösen.....	269
Den Ausgangswert ermitteln.....	269
Den Prozentsatz ermitteln.....	270
Grundlegende Aufgaben zur Berechnung prozentualer Veränderungen.....	271
Prozentuale Zunahmen berechnen.....	271
Prozentuale Abnahmen berechnen.....	272
Anspruchsvolle Textaufgaben zur prozentualen Veränderung.....	273
Den Ausgangswert ermitteln.....	273
Den Prozentsatz bei prozentualen Veränderungen bestimmen.....	275
Lösungen zu den Übungsaufgaben.....	277

TEIL V**DER TOP-TEN-TEIL..... 281****Kapitel 15****Zehn wichtige Aspekte des Bruchrechnens..... 283**

Brüche vereinfachen.....	283
Brüche erweitern.....	284
Gemischte Zahlen in unechte Brüche umwandeln.....	284
Gemeinsamen Nenner ermitteln.....	285

28 **Inhaltsverzeichnis**

Erkennen, wann kein gemeinsamer Nenner erforderlich ist.....	286
Vereinfachung vor der Multiplikation	287
Die Anwendung der Kehrwertregel bei der Division von Brüchen.....	287
Vereinfachung durch Kehrwertbildung vor dem Kürzen von Faktoren.....	288
Die Umwandlung gemischter Zahlen in unechte Brüche.....	288
Prüfen, ob die Umwandlung in unechte Brüche überflüssig ist...	289

Kapitel 16	
Zehn Anwendungsbereiche von Brüchen in der realen Welt	291
Kochen und Backen	291
Bauwesen und Konstruktion.....	292
Geld und Finanzen.....	293
Sport.....	294
Zeitmessung.....	294
Musik und bildende Kunst.....	294
Glücksspiel.....	295
Krankenpflege und Medizin	295
Gesundheit und Fitness.....	296
Reisen und Benzinverbrauch	296
Abbildungsverzeichnis.....	299
Stichwortverzeichnis.....	301